

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 23 日現在

機関番号：11301

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22830010

研究課題名（和文） 非分割財配分問題における動学的安定性に関する研究

研究課題名（英文） On the stable allocations in an exchange economy with indivisible goods

研究代表者

河崎 亮 (KAWASAKI, RYO)

東北大学国際教育院

研究者番号：20579619

研究成果の概要（和文）：本研究では、非分割財が存在する経済における動学的安定な結果について分析を行った。その結果、今までには経済学的観点から挙げられた様々な結果や事象に対する新たなゲーム理論的を与えることに成功した。即ち、多くの経済学で適用されている概念や事象は、意思決定主体間の行動に対しても安定であることを示した。ただし、本研究において採用している安定性の概念はゲーム理論で最初に定義されたフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンにより提唱された安定集合を指す。

研究成果の概要（英文）：The main purpose of this research is to examine the dynamic stability of outcomes in several economic examples that include indivisibilities of the goods that arise in these models. The main findings of this research show that in the models considered here, phenomena and concepts that have been defined in the economic literature are found to be stable as defined in some variant of von Neumann and Morgenstern's stable sets.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	830,000	249,000	1,079,000
2011年度	760,000	228,000	988,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,590,000	477,000	2,067,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学

キーワード：非分割財、安定性

## 1. 研究開始当初の背景

本研究では、非分割財の配分問題の動学的モデルを考察し、安定性の概念から分析を行う事を目的とする。このモデルは、非分割財が存在する従来の経済学的環境に限らず、様々な分野や問題にも応用されている。学校

選択の問題や研修医の配属問題や労働者と企業間のマッチング問題など広く適用されている。特に、アメリカ合衆国では、学校選択の分野において実績を挙げている。ただし、先行研究では、主に静学的な分析しかなされていない。すなわち、このような配分問題を

一回限りで決める状況を考えており、その後再びマッチングを変える可能性を事前に排除し、分析を行っている。

## 2. 研究の目的

従来のゲーム理論で適用されている解概念は、一回限りプレイされると仮定されている場合が多く、繰り返さないしは何度もゲーム的狀況が続くことは想定されていない。特に、非分割財配分問題など協力ゲームの部類に入るモデルにおける分析はほとんどなされていない。

しかしながら、我々の身の回りの状況をでも考えると、何期にも及ぶ意思決定を強いられることも少なくはない。本研究では、この「一回限り」の仮定を外した上で、意思決定主体がある程度の先見性を持つことを仮定した時、どのような結果が導かれるかを考察する。

## 3. 研究の方法

本研究では、非分割財配分問題だけでなく先見的安定集合を使った論文を幅広く調べサーベイをし、学会やセミナーなどを通して諸分野で活躍されている研究者とディスカッションを行いながら、過去の結果で使われている手法をヒントとして、新たな理論を構築していく方法をとっている。

特に、安定集合関連の研究においては、他の解概念と異なり、数学的手法が決まっておらず、かなり幅広い知識が必要になることになる。

## 4. 研究成果

(1) 立地問題における動学的安定性 (Shino and Kawasaki (2012))  
立地問題モデルは、Hotelling (1929)によりモデル化され、ある直線の上で、企業が立地

場所を決め競争をするモデルである。この立地問題の多くの研究では、Hotelling (1929)により提唱された principle of minimum differentiation (MD 現象) と呼ばれる、企業がある地点において集中的に立地する現象を、均衡概念により導くことが可能かどうかを分析した。しかし、Eaton and Lipsey (1975)などの先行研究の結果では、二人のケースでは MD 現象による立地がナッシュ均衡になることが知られているが、3人以上のゲームにおいては均衡による立地の組合せが変わり、従来のゲーム理論のツールによって MD 現象を説明することができない。

本研究では、プレーヤーが十分な先見性を持つことを仮定して上で Chwe (1994)により定義された「先見的安定集合」を適用した。その結果、プレーヤーの人数に関わらず、MD 現象が安定な結果としてあり得ることを示した。しかし、プレーヤーの数が3人以上の場合は、他にも先見的安定集合が存在することがわかり、従来のフォン・ノイマンとモルゲンシュテルン(vNM) 安定集合の同様に、少なくとも2種類の先見的安定集合が存在することを明らかにした。MD 現象を表す対称解と一企業が別の場所に立地し、残りが一カ所にとどまるような差別解がそれぞれ存在することを明らかにした。したがって、MD は複数の中の一つの安定な行動基準 (standard of behavior) であることを示した。

(2) Roth and Postlewaite (RP) 安定性について (Kawasaki (2011))

非分割財市場だけでなく協力ゲーム全般において一番広く適用されているのがコアと呼ばれる概念である。従来の協力ゲームにおいてコア配分とは、その配分に対してある提

携が結託し、もとの配分よりもよい配分を彼らで実現できない配分のことを指す。コア配分が達成されれば、他の提携により別の配分が実現されることはない。そのため、コアはある一種の安定性を満たしているといえる。しかし、取引の機会が1回だけでなく複数回ある場合は、先程のようにうまく解釈ができなくなると Roth and Postlewaite (1977) が示した。

彼らは、新たな安定性概念を提唱し（ここでは RP 安定異性と呼ぶ）、コア配分よりもさらに条件が強い強コア配分がこの RP 安定性を満たすことにより強コアを採用した。また、RP 安定性の条件は Shitovitz (1973) により定義された競争均衡に近い概念である効率均衡 (efficiency equilibrium) と同値であることを示し、経済学的観点からの解釈を与えた。

本研究では、RP 安定性そのままの条件について分析対象を絞り、この RP 安定性がどのようにゲーム理論的安定性を調べた。具体的には、RP 安定な配分全体が一種の安定集合であることを示した。この事実により、RP 安定な配分も非分割財市場モデルの解概念として十分に考察する意味があることを示した。

また Konishi, Quint, Wako (2001) (今後 KQW と記す) のように財の種類を増やしたモデルを考察した場合でも、RP 安定な配分の存在が保証され、従来の研究で適用されているコアや競争均衡よりは存在性の観点から優れていることも示した。しかし、KQW は財の種類を二種類以上に増やした場合は Shapley-Scarf 市場における様々な結果（例えばコア配分の存在性）が得られないことが知られている。そのような結果の中、RP 安定な配分の存在性が成り立つのは重要である。しかし、RP 安定性と  $v$ NM 安定性の関連

性は Shapley-Scarf の時に成り立った結果を用いて証明しているため、安定性や効率均衡との関連性を調べる必要がまだ残っている。

(3) 投票モデルにおける平均ルール of 動学的安定性について (Yamamura and Kawasaki (2012))

今まで、直感的にはわかりやすい平均ルール (average rule) と呼ばれる政策の決め方については、あまり理論的な考察が行われなかった。なぜなら、Moulin (1980) などの先行研究では中間値を与えるルール (median rule) が strategy-proof (人々が真の選好を表明することが必ず最適であるという性質) かつパレート効率的であることが知られている。一方、Saijo et al. (2007) ではこの中間値ルールを適用した場合には、全てのプレイヤーが真の選好を表明したことにより実現されたパレート効率的な結果のほかに、別のパレート非効率的な均衡も存在していることも知られている。

一方、平均値ルールを使うゲームを適用すると、このゲームの全ての均衡では各個人の真の選好の中間値が実現されることになる。すなわち、中間値を実現するには二つの方法があることになる。しかし、平均値ルールには中間値ルールと違い、strategy-proofではないため、先行研究ではあまり考察がなされていない。しかし

本研究では、average rule を適用するゲームについて考察した。その結果、average rule を用いるゲームの均衡が動学的安定であることを示した。結果を示すため、あまりこの分野で使われていないポテンシャルゲームの理論 (Monderer and Shapley (1996)) を用いて証明した。ポテンシャルゲームをメカニズムデザイン理論に応用した例は少なく、特にこのような投票の環境においては先行研究がない。また、この手法はこの投票のモデルだけでなく非分割財市場などにも幅広く応用ができると考えている。

(4) Shapley-Scarf 市場における遠視眼的安定な配分の集合

Kawasaki (2010)やKlaus et al. (2010)では、意思決定者がある程度の先見性を持ったとき、競争均衡配分が実現されることを示し、競争均衡に対するゲーム理論的解釈を与えることができた。しかし、不可分財が存在する経済において競争均衡配分が必ずしもパレート最適とは限らないため、本研究ではパレート最適かつ個人合理性をみたす配分に対しても同様なゲーム理論的な説明を与えることを試みた。

本研究では weak domination を基に定義した遠視眼的安定集合を適用した。上記の先行研究では主に strong domination を基に定義しているが、安定集合を考える際、基となっている支配関係により結果が大きく変わることによく知られている。パレートかつ個人合理的な配分は遠視眼的安定集合となることを示したが、唯一性は課題として残る。

ここまでの結果は、Klaus et al. (2011)のルームメイト問題における結果に似ている部分がある。ただし、その結果に至るまでの論法などがかなり異なっているため、どの程度まで参考になるかは今後の課題になっている。

参考文献（本文中の掲載順）：

- Shino, J. and R. Kawasaki, “Farsighted Stable Sets of Hotelling’s Location Games,” *Mathematical Social Sciences* 63(1): 23-30, 2012.
- Hotelling, H., “The Stability of Competition,” *Economic Journal* 39: 41-57, 1929.
- Eaton, B. C. and R. Lipsey, “The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: some new developments in the theory of spatial competition,” *Review of Economic Studies* 42: 27-49, 1975.
- Chwe, M. S.-Y. “Farsighted Coalitional Stability,” *Journal of Economic Theory* 63: 299-325, 1994.
- Kawasaki, R. “On Roth-Postlewaite Stability,” mimeo, 2011.
- Roth, A. E. and A. Postlewaite, “Weak versus Strong Domination in a Market with Indivisible Goods,” *Journal of*

*Mathematical Economics* 4: 131-137, 1977.

Shapley, L. S. and H. Scarf, “On Cores and Indivisibilities,” *Journal of Mathematical Economics* 1: 23-38, 1974.

Shitovitz, B. “Oligopoly in Markets with a Continuum of Traders,” *Econometrica* 41:467-502.

Konishi, H., T. Quint, and J. Wako, “On the Shapley-Scarf Economy: the Case of Multiple Types of Goods,” *Journal of Mathematical Economics* 25: 1-15, 2001.

Yamamura, H. and R. Kawasaki, “Generalized Average Rules as Stable Nash Mechanisms to Implement Generalized Median Rules,” *Social Choice and Welfare*, DOI: 10.1007/s00355-011-0645-z, 2012.

Moulin, H. “On Strategy-proofness and Single-peakedness,” *Public Choice* 35:437-453, 1980.

Saijo, T., T. Sjoström, and T. Yamato, “Secure Implementation,” *Theoretical Economics* 2:203-229, 2007.

Monderer, D. and L. S. Shapley, “Potential Games,” *Games and Economic Behavior* 14: 124-143, 1996.

Kawasaki, R. “Farsighted Stability of the Set of Competitive Allocations in and Exchange Economy with Indivisible Goods,” *Mathematical Social Sciences* 59: 46-52, 2010.

Klaus, B., F. Klijn, and M. Walzl, “Farsighted House Allocation,” *Journal of Mathematical Economics* 46: 817-824, 2010.

Klaus, B., F. Klijn, and M. Walzl, “Farsighted Stability for Roommate Markets,” *Journal of Public Economic Theory* 13: 921-933, 2011.

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

① Yamamura, H. and Kawasaki, R. “Generalized Average Rules as Stable Nash Mechanisms to Implement Generalized Median Rules” *Social Choice and Welfare*, 2012, forthcoming. (査読有)

② Shino, J. and Kawasaki, R. “Farsighted Stable Sets of Hotelling’s Location Games” *Mathematical Social Sciences* 63(1), 23-30,

2012. (査読有)

[学会発表] (計3件)

① Kawasaki, R. "On Roth-Postlewaite Stability," ゲーム理論ワークショップ2011, 名古屋大学, 名古屋, 2011年3月7日.

② Shino, J. and Kawasaki, R. "Farsighted Stable Sets of Hotelling's Location Games" Sixth Pan-Pacific Conference on Game Theory, 東京工業大学, 東京, 2011年3月1日.

③ Kawasaki, R. "Do the Means Justify the Ends in Mechanism Design Theory," The First China-Japan Conference on Economic Growth, 東南大学, 南京, 中国, 2010年10月23日.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

河崎 亮 (KAWASAKI, RYO)

東北大学・国際教育院

研究者番号: 20579619

(2) 研究分担者

( )

研究者番号:

(3) 連携研究者 ( )

研究者番号: