

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月 1日現在

機関番号：32689

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22830102

研究課題名（和文） 資源配分問題の公理的アプローチ

研究課題名（英文） Axiomatic approach for resource allocation problems

研究代表者

笠島 洋一（KASAJIMA YOICHI）

早稲田大学・商学大学院・助教

研究者番号：30583166

研究成果の概要（和文）：

企業が破産し、債権者に十分な債権額を返済できない場合、企業の残りの資産をどのように債権者に分けるのが望ましいのだろうか？あるいは、分割することができない財（非分割財）が複数あり、人々がそれらの財に対して選好を持っている場合、それらの財をどのように人々に配分することが望ましいのだろうか？これらは「資源配分問題」と呼ばれる問題の例である。本研究では、これらの問題を公理的な方法を用いて分析を行なった。

研究成果の概要（英文）：

When a firm goes bankrupt, what is the fair way of dividing its liquidation value among its creditors? Or when there are indivisible goods and people have preferences over those indivisible goods, how should we distribute them among those people? These are examples of “resource allocation problems.” We analyze these problems by studying the implications of several axioms, i.e., in an axiomatic way.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	940,000	282,000	1,222,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,740,000	522,000	2,262,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：ゲーム理論、協力ゲーム、資源配分問題、公理、効率性、耐戦略性

1. 研究開始当初の背景

資源配分問題においては様々な問題がこれまで文献で議論されてきているが、本研究では、伝統的に分析が行なわれてきているが、現在もなお新しい研究成果が報告されている「権利問題」と、近年、急速に関心を集めている「非分割財の確率的配分問題」を中心に分析を行なう。

「権利問題」においては、現在もなお多く

の研究課題が残されている。特に近年、公理に関する「作用素 (operator)」や、「整合性 (consistency) における昇降性 (lifting)」の議論に注目が向けられている。

「非分割財の確率的配分問題」においては、本格的な分析が開始されたのが近年ということもあり、未解決の問題が山積みである。特に、メカニズムデザインで中心的な役割を果たしている「耐戦略性

(strategy-proofness)」という公理がもつ含意 (インプリケーション) を詳細に分析することは重要な研究課題である。

2. 研究の目的

(1) 資源配分問題の中で、特に「権利問題」と「非分割財の確率的配分問題」を中心に分析を行なう。

(2) 「権利問題」(破産問題などとも呼ばれる)とは、あるグループ内の個人々の要求する権利 (claim) が配分できる資源 (endowment) を超えている場合に、どのように資源を配分すべきかを考える問題である。例えば、企業が破産し、その資産を債権者に配分する状況が、これに当てはまる。また、政府が個人々の所得者から税金 (プロジェクトなどにかかる費用) をどのくらいずつ徴収すべきか、という問題も数学的には同値になる。

(3) 経済学では通常、財は無限に分割できると仮定されることが多い。しかし、現実には分割することができない、あるいは、分割することが適当でない財は数多く存在する。そのような財を「非分割財」と呼ぶ。「非分割財の確率的配分問題」とは、複数個の非分割財を、非分割財に対して、各々の選好を持っている人々に分けるという問題である。学生寮の部屋を新入生に分けるといった問題や、大学の担当講義を教員に振り分けるといった問題は、その例である。道徳的な観点より、金銭の受け渡しは考えず、その代わりに、確率的に財を配分することを考える。

(4) このような問題を数学的に表現し、公理的 (axiomatic) に分析を行なう。すなわち、以下の手順に従い分析を行なう。

- ① それぞれの問題において配分方法を指定する「配分メカニズム」を考える。
- ② 配分メカニズムが満たして欲しい「規範的 (normative) な性質」や「戦略的に操作ができない (immune to strategic behavior) という性質」などを考える。
- ③ それらの性質がもつ含意 (インプリケーション) を考える。つまり、どのような配分メカニズムが、それらの性質を満たすのか、あるいは満たさないのかを分析する。もしも、それらの性質が両立不可能であれば、それを数学的に証明する。
- ④ それらの性質が両立可能であるならば、それらを満たす全ての配分メカニズムを

明らかにする。ケースによっては、ひとつの配分メカニズムが導出 (single out) される。

(5) 「権利問題」においては、「もしも、権利のベクトルがより不均等になったとすれば、人々の獲得量のベクトルも不均等なものになる」ことを要求する「獲得不均等保持性 (inequality preservation in gains)」という公理と、「もしも、権利のベクトルがより不均等になったとすれば、人々の損失量 (権利から獲得量を引いたものとして定義される) のベクトルも不均等なものになる」ことを要求する「損失不均等保持性 (inequality preservation in losses)」という公理を中心に、それらの公理がもつ含意を分析する。非常に弱い条件として、「大きい権利を持つ人は、小さい権利を持つ人よりも、大きな獲得量になる」ことを要求する「獲得順序保持性 (order preservation in gains)」という公理や、「大きい権利を持つ人は、小さい権利を持つ人よりも、大きな損失量になる」ことを要求する「損失順序保持性 (order preservation in losses)」という公理、「考慮している問題のパラメーターが少ししか変化しない場合は、各人の獲得量も大きく変化しない」ことを要求する「連続性 (continuity)」という公理も前述の2つの公理と同時に考察する。

また、公理に関する「作用素 (operator)」や、「整合性 (consistency) における昇降性 (lifting)」に関する分析を行う。これまで文献で分析されてこなかった様々な単調性 (monotonicity) に関する公理を提案し、それらの公理が作用素に対して、どのように作用するのか、また、それらの公理が整合性における昇降性を満たすのかなどを分析する。

(6) 「非分割財の確率的配分問題」においては、「嘘をついても得することがない」ことを要求する「耐戦略性 (strategy-proofness)」という公理のもつ含意を中心に分析する。この公理は、メカニズムデザインで中心的な役割を果たしてきたとともに、様々な資源配分問題でも議論されてきたものであるが、「非分割財の確率的配分問題」においては、その含意は十分に研究されていない。ここでは確率的な配分を考えているため、「耐戦略性」も「確率的な耐戦略性」となる。また、経済学の中で常に念頭に置かれる「効率性 (efficiency)」という公理も同時に考察する。これらの性質は、「同じ選好を持つ人々には同じ配分を与える」ことを要求する「対称性 (equal treatment of equals)」という弱い公理の下で、両立することができないことが Bogomolnaia and Moulin (2001, Journal of Economic Theory)

により知られている。しかし、どのような人々の選好の下で、これらが両立できない（もしくは両立できる）のかは、まだ知られていない。上記の対称性、効率性、耐戦略性は、選好のドメインを狭めれば狭めるほど、性質が弱くなる。そこで、どこまでドメインを狭めることができるのかを分析する。また、上述の研究では、主に人々が戦略的に操作することを念頭においていたが、「公平な」分配を考える際は、その他にも多くのことを考慮にいれなければならない。例えば、「お互いが相手の分配を妬むことがない」ことを要求する「非羨望性 (envy-freeness)」という公理や、「分ける財が増えたときに、全員が良い方向に向かう」ことを要求する「資源単調性 (resource monotonicity)」という公理も考慮することが望ましいと考えられる。このような問題意識は、公平分担の問題で従来から考えられてきたが、非分割財の、しかも確率的な分配を考える状況では、ほとんど考察されていない。これらを分析することによって、「公平な」配分の可能性を探ることを目的とする。

3. 研究の方法

(1) 「文献の調査」、「研究訪問」、「研究報告」の3つの柱をもって研究を行なう。

(2) 「文献の調査」では、これまでの研究雑誌に掲載されている研究論文を詳細に読み進めるだけでなく、最新のワーキングペーパーをインターネット（研究者のホームページなど）から入手し、近年の動向を研究する。

① 「権利問題」においては、「獲得不均等保持性」や「損失不均等保持性」といった資源配分メカニズムの性質を分析する際、不均等の具合をはかるために、ローレンツの基準 (Lorenz criteria) を使用しているが、ローレンツに関する文献は膨大にある。本研究における未解決問題に関して、これらの文献を詳細に読むことによって、解決の糸口が見つけられる可能性は大いにある。例えば、Marshall and Olkin による 1979 年出版の本『Inequalities: theory of majorization and its applications』は、この文献を包括的に網羅している。

② 「非分割財の確率的配分問題」においては、近年、次々と新しい研究成果が出てきているので、それらを詳細に読んでいく。具体的には、Manea (2008, *Journal of Economic Theory*)、Manea (2009, *Theoretical Economics*)、Yilmaz (2010, *Games and Economic Behavior*)、Kojima

and Manea (2010, *Journal of Economic Theory*)、Che and Kojima (2010, *Econometrica*) が直接的に関連する文献となる。また、非分割財が同質の場合を扱った、Sasaki (1997, Working Paper)、Ehlers and Klaus (2003, *Review of Economic Design*)、Kureishi and Mizukami (2007, *Economics Bulletin*)、Hatsumi and Serizawa (2009, *Social Choice and Welfare*) などは、研究目的で述べた問題と同じ資源配分問題ではないものの、密接に関連しており、研究目的を達成する上で大きな研究のヒントを与えてくれると思われる。

(3) 「研究訪問」では、資源配分問題の権威であるアメリカのロチェスター大学の William Thomson 教授を訪問する。Thomson 教授は第一線の研究者であるとともに、経済論文の書き方などに対する指導にも大変定評があり、多くの有益なコメントをいただけることが期待できる。

(4) 「研究報告」では、本研究によって得られた成果を学会や大学のセミナーなどで報告することによって、研究の質を向上させていく。

(5) 上述のように研究者との交流、情報交換を通じて、常に研究のヒントを得られる環境を整え、研究に行き詰る可能性を少なくする。研究セミナーや勉強会に参加し、多くの研究に触れるとともに、研究のコメントをもらえる状況に常に身を置くようにする。

4. 研究成果

(1) 「権利問題」において、「獲得不均等保持性」、「損失不均等保持性」、「獲得順序保持性」、「損失順序保持性」、「連続性」という5つの公理の含意を分析した。その結果、三人より多いケースでは、これらの5つの公理を満たす配分メカニズムは、比例配分ルール (proportional rule) しか存在しないことを明らかにした。三人のケースでは、これら5つの公理を満たす配分メカニズムは、比例配分ルールのみではないことを明らかにした上で、これらの公理を満たす配分メカニズムを完全に公理化 (characterize) することに成功した。このケースでは、「最小獲得メカニズム族 (minimal awards family)」がこれらの公理を満たし、かつ、これらの公理をみたす唯一のメカニズム族であることが示された。このメカニズム族には、当然、比例配分メカニズムも含まれる。また、このメカニズム族には、ローレンツ順序 (Lorenz

ranking) が存在することを示し、ローレンツ順序の意味で最大 (Lorenz maximal) であるメカニズムと、ローレンツ順序の意味で最小 (Lorenz minimal) であるメカニズムも特定した。さらに、このメカニズム族における双対性 (duality) の性質も分析した。これらの結果は、国際雑誌 (査読付き) に掲載された。

(2) 「権利問題」において、権利の大きさの変化が、受け取る資産額にどのような変化を与えるべきかを示唆する様々な「単調性」に関する公理を分析した。これまでの文献で取り上げられてこなかった種々の公理の提案も行なった。このような様々な「単調性」の公理が、公理に関する「作用素」に対して、どのように反応するかを分析した。具体的には、「duality operator」、「claims truncation operator」、「attribution of minimal rights operator」の3つの作用素に関して、その性質を分析した。また、これらの「単調性」の公理が「整合性における昇降性」を満たすのかを明らかにした。さらに、parametric family と呼ばれる非常に広い配分ルール族において、これらの公理が持つ含意を明らかにした。これらは、ロチェスター大学の William Thomson 教授との共同研究の成果であり、現在、国際雑誌に投稿する準備を行なっている。

(3) 各人が1つの財を受け取るという仮定の下での「非分割財の確率的配分問題」において、確率的な意味での「耐戦略性」と「効率性」の公理を考え、それらの公理の含意を考察した。その結果、人々が単峰性の選好 (single-peaked preference) をもっているという小さなドメインにおいてさえも、「対称性」のもとでは、「耐戦略性」と「効率性」は両立することが不可能であることが示された。これらの公理は、問題のドメインを小さくすればするほど両立することが容易になる。従って、これらが小さいドメインにおいても両立できないという結果は、一般のドメインにおいて両立できないという結果よりも強い。また、モデルにおける様々な仮定を変化させたときに、同様の結果を得ることができるかなどについても分析した。これらの結果をまとめた論文は、国際雑誌に投稿した。

(4) 各人が複数の財を受け取るという仮定の下での「非分割財の確率的配分問題」において、確率的な意味での「耐戦略性」と「効率性」の公理を考え、それらの公理の含意を考察した。その結果、この2つの公理は、その他の弱い公理 (人々の名前が配分の結果に影響を与えないことを要求する「匿名性」という公理や、非分割財の名前が配分の結果に

影響を与えないことを要求する「中立性」という公理) とは両立できないことが示された。これらの公理は、各人が1つの財を受け取るケースでは両立できるので、この結果から、複数の財を受け取るケースにおいては、公平性の達成はさらに困難になることが示唆される。この結果を記述した論文は、国際雑誌に投稿した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- ① Kasajima, Y. and R. Velez "Reflecting inequality of claims in gains and losses," *Economic Theory* (査読有), No. 46, 2011, PP. 283-295.
- ② Kasajima, Y. and R. Velez "Non-proportional inequality preservation in gains and losses," *Journal of Mathematical Economics* (査読有), No. 46, 2010, PP. 1079-1092.

[学会発表] (計3件)

- ① 笠島洋一 「経済問題における公平な配分ルール設計に関する考察」 経済科学部講演会、2012年3月5日、広島修道大学。
- ② 笠島洋一 「山邑報告：単峰型環境における制度設計 に対する討論」 第90回公共選択学会、2010年12月11日、東京工業大学。
- ③ 笠島洋一 「More on random assignment of indivisible goods when agents receive several goods」 商学部セミナー、2010年11月12日、早稲田大学。

[その他] (計1件)

- ① 笠島洋一 「山邑報告：単峰型環境における制度設計 に対する討論概要」 『公共選択の研究』 (査読無)、No. 56、2011年、56-57頁。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

笠島 洋一 (KASAJIMA YOICHI)
早稲田大学・商学学術院・助教
研究者番号：30583166

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：