

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：12608

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22840019

研究課題名（和文） ランダム媒質中における局在現象の研究

研究課題名（英文） Localization phenomena in random media

研究代表者

福島 竜輝（FUKUSHIMA RYOKI）

東京工業大学・大学院理工学研究科・助教

研究者番号：60527886

研究成果の概要（和文）：本研究においてはまず空間にランダムに配置された障害物から反発的な長距離相互作用を受ける拡散粒子の局在を調べ、その挙動の非常に精密な記述を得た。次に京都大学の吉田伸生氏と共同でランダムな環境中での人口成長モデルを考察し、かなりの一般性を持ったクラスに対して人口が指数的に増大するか絶滅するかのいずれかであることを示した。最後に日本大学の久保田直樹氏と共同で、ランダム媒質中の酔歩に対してさらにランダムな待ち時間を付与した場合に大偏差原理を示した。

研究成果の概要（英文）：In this project, we first considered a diffusing particle which receives long-range repulsive interaction from randomly distributed obstacles and obtained very detailed description of the behavior. Next, jointly with Nobuo Yoshida of Kyoto University, we studied population growth models and for a quite general class of models, we showed that either the population grows exponentially or it goes extinct. Finally, jointly with Naoki Kubota of Nihon University, we proved large deviation principles for random walks in random environment with holding times.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	820,000	246,000	1,066,000
2011年度	1,110,000	333,000	1,443,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,930,000	579,000	2,509,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：ランダム媒質，拡散過程，局在現象

1. 研究開始当初の背景

一般に現実世界に存在する媒質は均質ではなく、多かれ少なかれ欠陥などの不規則性を含んでいるので、自然現象のモデルの解析は不規則性の存在を前提として行うことが望ましい。このような不均質媒質のモデルとし

て、二十世紀半ばからランダム媒質中の様々な現象に関して研究が行われるようになった。その発端とも言える象徴的な結果としては、P.W.Andersonによるランダムな欠陥を含む格子において拡散粒子（或いは電子の基底状態）が局在する可能性を示唆する

“Anderson 局在”の発見が挙げられる。

Anderson 自身の議論は物理的直観に頼ったもので数学的に厳密と言えるものではなかったが、多くの数学者が興味を持ってその厳密な証明に取り組み、現在では格子上に独立にランダムな高さのポテンシャルを配置した合金型モデルに対しては広く成り立つことが確かめられている。また同様の媒質中での熱の拡散を表す放物型 Anderson 模型についても、局在現象の理解はある程度進んできている。一方で連続空間にランダムにポテンシャルを配置した場合など空間相関を考慮したモデルについては、結果は限られていた。とくに局在を示唆する定性的な結果はいくつかあったが、その定量的な定式化を数学的に証明した結果は少なかった。

2. 研究の目的

本研究の目的は不均質な媒質における熱や波動の局在現象に対し、定量的な理解を得ることであった。Anderson 局在に代表される不均質な媒質中での熱や波動の局在は、金属絶縁体転移や量子 Hall 効果などの興味深い現象の一因になっていると考えられており多くの研究がなされてきたが、これまで得られた結果は多くの場合定性的であり、どこにどれくらいの幅を持って局在しているかといった具体的な描像を知るには不十分であった。本研究では熱や波動が局在している領域の位置や大きさについてより定量的な結果を得ることで、その具体的な描像に迫ることを目標としていた。

3. 研究の方法

(1) ランダムに配置された障害物と相互作用する拡散過程については、有限体積 Gibbs 測度として定式化しているため、まず自由エネルギーの漸近挙動を調べることで標本路の局在が予測できる。自由エネルギーを調べる方法としては Donsker-Varadhan による Brown 運動の経験分布に対する大偏差原理を使うものが標準的で、この部分についてはかなり一般に確立されている。こうして得た予測を実際に証明するには、局在領域から脱出する道が外側に滞在する間はエネルギー的に損をすることを示す必要があるが、その評価は一般に微妙な問題であり、モデルが Feynman-Kac 汎関数を用いて定義されていることから、Schrodinger 半群に対するスペクトル評価などを用いて実行する。

(2) 人口成長モデルの指数増大については、実際には各時刻で人口の多い点が存在すること、言い換えるとある時空間の路に沿って

人口が指数増大することを示した。ここで路はその上で絶滅が起こらず、かつ人口が増大しやすいものを取る必要があり、環境への依存を制御するためにやや込み入った構成を行った。

(3) 待ち時間を持つランダム媒質中の酔歩の大偏差原理については、酔歩の位置のモーメント母関数がランダムな障害物(罫)の中を動く酔歩の生存確率に一致することを用いて、後者の漸近挙動を決定する問題に帰着した。

4. 研究成果

(1) ランダムに配置された障害物と相互作用する拡散過程のモデルとして Poisson 点過程に従って多項式減衰するポテンシャルを配置した放物型 Anderson 模型を考察し、まずその解(自由エネルギーに相当する)の漸近挙動を第二項まで決定した。これは先行研究で得られていた一次の漸近挙動が、拡散粒子の挙動を予測するのに十分な情報を含んでいなかったためである。さらにこの第二項から Feynman-Kac 表現から定まる拡散粒子の軌道の空間上の Gibbs 測度のもとでの粒子の局在を予想し、実際にその局在が高確率で起こっていることの証明も与えた。同種の問題については、各点に配されたポテンシャルが台コンパクトの場合にのみ先行結果が存在するが、多項式程度の遅い減衰のものを考えると状況が一変することが知られている。従って局在の証明も本質的に異なった方針で行うこととなり、さらに適切なスケールで変換した粒子の法則は先行研究とは全く異なるものに収束することまで示した。また証明の手法自体もより一般の空間相関を持つ確率場に対して適用できる可能性をもつ普遍的なものであり、これまである種の短距離相関を仮定して行われてきた放物型 Anderson 模型の研究に新しい方向性を提示することにもなっている。

(2) 京都大学大学院理学研究科の吉田伸生准教授と共同で、ある種の人口成長モデルの研究を行った。ランダム媒質中の高分子模型の自由エネルギーが(ある意味で)対応する環境での人口成長モデルの総人口を表すことは古くから知られていたが、後者については基本的な問題が未解決のまま残されていた。ここでは空間構造を持たない人口成長モデルでは広く成り立つ「絶滅するか指数的に増加するかのどちらかである」という事実を空間構造を持つモデルに拡張することに成功した。

(3) 日本大学理工学研究科の久保田直樹氏

と共同で、ランダム媒質中の酔歩の大偏差原理に関する研究を行った。この種の問題は近年進展が著しいが、我々の研究ではランダムポテンシャル中の拡散過程との関連を見出してランダムな待ち時間をもった状況にまで結果を拡張した点に特徴がある。一次元に限るとこのような問題にも先行結果があるが、そこでは一次元の特殊性に強く依存した議論が展開されているため、多次元への拡張は全く自明ではなかった。さらに最速浸透問題との関連を確立することにより、大偏差原理を支配するレート関数の遠方での漸近挙動も決定するなど、より精密な結果も得ている。一般にランダム媒質中の酔歩の大偏差原理の研究ではレート関数は抽象的に与えられるのみで、その性質には不明な点が多かった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

福島竜輝, Annealed Brownian motion in a heavy tailed Poissonian potential, Annals of Probability, 査読有, 掲載決定

福島竜輝, 吉田伸生, On exponential growth for a certain class of linear systems, Latin American Journal of Probability and Statistics, 査読有, 掲載決定

福島竜輝, Second order asymptotics for Brownian motion in a heavy tailed Poissonian potential, Markov Processes and Related Fields, 査読有, volume 17-3, 2011, 447-482

[学会発表](計5件)

福島竜輝, Localization for Brownian motion in a heavy tailed Poissonian potential, 10th Workshop on Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 2011年12月6日, 高知大学

福島竜輝, Localization for Brownian motion in a heavy tailed Poissonian potential, Prague School on Mathematical Statistical Physics, 2011年9月9日, カレル大学(チェコ)

福島竜輝, 線型成長モデルの指数増大について, 確率論シンポジウム, 2010年12月23日, 京都大学

福島竜輝, Brownian motion among heavy tailed Poissonian potential, 34th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, 2010年9月9日, 千里ライフサイエンスセンター

福島竜輝, On exponential growth for a certain class of linear systems, Universality and Scaling Limits in Probability and Statistical Mechanics, 2010年9月1日, 北海道大学

[図書](計0件)

[産業財産権]
出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等
<http://www.math.titech.ac.jp/~ryoki>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

福島 竜輝 (FUKUSHIMA RYOKI)
東京工業大学・大学院理工学研究科・助教
研究者番号: 60527886

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：