

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 25 日現在

機関番号：24403

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22840037

研究課題名（和文） 結び目が成す空間と野性的結び目に関する研究

研究課題名（英文） Studies on the Gordian complex and wild knots

研究代表者 鄭 仁大 (JONG IN DAE)

大阪府立大学・高等教育推進機構・教育拠点形成教員

研究者番号：30587788

研究成果の概要（和文）：

私は、結び目全体から成る空間であるゴルディアン空間を、結び目不変量を用いて変形した新しい空間を導入しました。また、デルダ型変形で定義されるゴルディアン空間をアレクサンダー多項式を用いて変形した空間がグロモフの意味で双曲的であり、実数直線に擬等長的であることを示しました。（市原一裕氏との共同研究）

私は、交代結び目のアレクサンダー多項式の特徴づけ問題に関して、交代結び目のアレクサンダー多項式であるための必要条件を満たすが、交代結び目では実現されないアレクサンダー多項式の無限列を構成しました。

研究成果の概要（英文）：

Ichihara and myself introduced new simplicial complexes by using various invariants and local moves for knots, which give generalizations of the Gordian complex. We focused on the simplicial complex defined by using the Alexander-Conway polynomial and the Delta-move, and showed that the simplicial complex is Gromov hyperbolic and quasi-isometric to the real line.

I studied the characterization problem on the Alexander polynomial of an alternating knot. In particular, I constructed infinitely many Alexander polynomials which satisfy a necessary condition to become the Alexander polynomials of alternating knots but which cannot be realized by an alternating knot.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	1250000	375000	1625000
2011 年度	1150000	345000	1495000
年度			
年度			
年度			
総計	2400000	720000	3120000

研究分野：幾何学

科研費の分科・細目：幾何学，トポロジー

キーワード：結び目，ゴルディアン複体

### 1. 研究開始当初の背景

従来の結び目理論研究は，結び目の分類問題に始まり，個々の結び目を調べることが主流でした．これはつまり，結び目全体の中の局所的な情報を調べるという視点からの研究が数多く成されてきたといえます．

一方で，大域的な視点からの研究，つまり結び目全体が成す空間の性質を明らかにする研究はあまり進んでいません．そこで，局所的な視点ではなく，大域的な視点から結び目理論研究を推し進めることで，従来の研究では得られない成果が得られると考えたことが本研究の当初の背景です．

### 2. 研究の目的

(1) ゴルディアン空間の幾何，特に擬等長類での分類を与えること．これについて以下で記します．

結び目全体が成す空間の最も代表的なオブジェクトとして知られているものが，ゴルディアン複体です(ゴルディアン空間とも呼ばれます)．ゴルディアン空間の大域的な性質は，これまでほとんど知られていませんでした．一方，空間の分類には様々な分類基準がありますが，空間の大域的な情報を捉える視点での代表的なものとして，擬等長類による分類があります．擬等長類での分類が成された空間には幾何学的群論の研究で得られた成果を適用でき，それによってさらなる情報を取り出すことが可能になることから，擬等長類による分類は極めて重要な分類基準です．そこで本研究の目的のひとつが，ゴルディアン複体，ならびに不変量を用いて変形したゴルディアン複体の擬等長類による分類を与えることです．

(2) ゴルディアン空間の極限と野生的結び目について．これについて以下で記します．ゴルディアン空間の擬等長類での分類が成されると，それらの理想境界についての研究が可能となります．この理想境界は結び目のある種の極限であると捉えることができることから，とりわけ興味深い研究対象といえます．この極限のについては幾つかの解釈が可能ですが，その中の一つとして，このような極限を野生的な結び目と見做す解釈が考えられます．そこで，理想境界を調べることで，野性的な結び目に関する成果をあげることが本研究のもうひとつの目標です．

### 3. 研究の方法

(1) Goussarov と Habiro の仕事によって， $C_n$

型変形は結び目の有限型不変量と呼ばれる不変量と密接な関係があることが知られています．そこで，扱いにくい研究対象である  $C_n$ -ゴルディアン空間を有限型不変量  $v_n$  を使って変形して，扱いやすくした空間である  $(v_n, C_n)$ -ゴルディアン空間について研究します．続いて， $(v_n, C_n)$ -ゴルディアン空間を調べて得られた結果をもとに，変形する以前の空間である  $C_n$ -ゴルディアン空間の情報を引き出します．

(2)  $(v_n, C_n)$ -ゴルディアン空間の理想境界について研究します．続いて，そこで得られた情報をもとに，結び目不変量と局所変形に関する様々な結果を応用することで，変形する前の空間である  $C_n$ -ゴルディアン空間の理想境界に値する情報を得ることを目指します．さらに，以上の研究で得られた成果をもとに，野生的な結び目の研究を進めます．特に，ゴルディアン空間の理想境界を用いることで，野生的な結び目の不変量の構成を目指します．

### 4. 研究成果

(1) ゴルディアン空間を結び目不変量を用いて変形した空間を導入し，デルダ型変形で定義されるゴルディアン空間をアレクサンダー多項式を用いて変形した空間が実数直線に擬等長的であることを示した論文『Gromov hyperbolicity and a variation of the Gordian complex』が，雑誌「Proceedings of the Japan Academy Ser. A Mathematical Sciences」(査読有)から出版されました．

(2) 交代結び目のアレクサンダー多項式の特徴づけ問題に関する，これまでの結果を踏まえた上での最新の結果をまとめた論文『Alexander polynomials of alternating knots of genus two III』が雑誌「Topology and its Applications」(査読有)から出版されました．この論文は，近年Murasugiによって発展がもたらされた，交代結び目のアレクサンダー多項式が成す集合の漸近挙動を捉えるという側面からも，興味深い結果といえ，理想境界を考えることで結び目を調べるといって，本研究のテーマからも大変興味深い結果だといえます．一方でこの結果は，交代結び目のアレクサンダー多項式の零点と結び目のファイバー性に関するMurasugiによる予想の種数2以下の場合に対する肯定的な解答を与

えるという点でも興味深い結果であるといえます。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

[1] In Dae Jong, Kengo Kishimoto, On positive knots of genus two, *Kobe Journal of Mathematics*, 査読有り. 2012 年掲載確定.

[2] Kazuhiro Ichihara, In Dae Jong, Yuichi Kabaya, Exceptional surgeries on  $(-2, p, p)$ -pretzel knots, *Topology and its Applications*, 査読有り, 159巻, 2012年, 1064--1073.

[3] In Dae Jong, Alexander polynomials of alternating knots of genus two III, *Topology and its Applications*, 査読有り, 159巻, 2012年, 1007--1015.

[4] Kazuhiro Ichihara, In Dae Jong, Gromov hyperbolicity and a variation of the Gordian complex, *Proceedings of the Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences*, 査読有り, 87巻, 2011年, 17--21.

[5] Kazuhiro Ichihara, In Dae Jong, Toroidal Seifert fibered surgeries on Montesinos knots, *Communications in Analysis and Geometry*, 査読有り, 18巻, 2010年, 579--600.

[6] In Dae Jong, Alexander polynomials of alternating knots of genus two II, *Journal of Knot Theory and its Ramifications*, 査読有り, 19 巻, 2010 年, 1075--1092.

[学会発表] (計 19 件)

[1] 鄭 仁大, 種数2交代結び目のアレクサンダー多項式, 日本数学会 2012年度年会, 2012/3/26, 東京理科大学.

[2] 鄭 仁大, 市原一裕, ゴルディアン複体の双曲性について, 日本数学会 2012年度年会, 2012/3/26, 東京理科大学.

[3] In Dae Jong, Exceptional surgeries on  $(-2, p, p)$ -pretzel knots, *The 7<sup>th</sup> East Asian School of Knots and Related Topics*, 2011/1/10, Hiroshima University and Saijo Hakuwa Hotel.

[4] In Dae Jong, On a characterization of the Alexander polynomials of alternating knots, *International Conference Japan-Mexico on Topology and its Applications (V=JAMEX)*, 2010/10/1, University of Colima.

[5] 鄭 仁大, 交代結び目のアレクサンダー多項式に関する研究, 大阪市立大学数学研究会論文賞受賞講演会, 2010/3/19, 大阪市立大学.

[6] 鄭 仁大, On a variation of the Gordian complex, *Spring Workshop 2010 on Low-dimensional Topology and its Ramifications*, 2010/3/6, 名城大学名駅サテライト.

[7] In Dae Jong, Gromov hyperbolicity of a variation of the Gordian complex, *The 6<sup>th</sup> East Asian School of Knots and Related Topics*, 2010/1/25, Nankai University Chern Institute of Mathematics.

[8] 鄭 仁大, Gromov hyperbolicity of a variation of the Gordian complex, 大阪大学低次元トポロジーセミナー, 2010/1/12, 大阪大学.

[その他]  
ホームページ等  
<http://jong.web.fc2.com/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

鄭 仁大 (JONG IN DAE)  
大阪府立大学・高等教育推進機構・教育拠点形成教員  
研究者番号 : 30587788

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号 :

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号 :