【基盤研究（Ｓ）】

グラフアルゴリズム基盤と最適化：理論研究と高速アルゴリズム開発

研究代表者	国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・教授 河原林　健一（かわらばやし　けんいち）　　研究者番号:40361159
研究課題情報	課題番号：22H05001　　研究期間：2022年度～2026年度 キーワード：グラフ理論、グラフアルゴリズム、グラフ構造

なぜこの研究を行おうと思ったのか（研究の背景・目的）

●研究の背景

日本学術会議のマスタープラン2020でも示されている通り、近年「**第4の科学**」と呼ばれる学術領域が勃興し、ほぼあらゆる科学の分野で情報処理技術が必要不可欠となっており、その高性能化の原動力となる**アルゴリズム基盤の重要性**は一層高まっている。特に現在の情報検索、プライバシー保護などのアルゴリズム革新は国家規模のビジネス創成につながっている。

ITの発展の歴史の中でも、**Microsoft、Google、Yahoo、AT&T、Facebook、Amazonなどの巨大IT企業**で、著名な理論研究者が斬新なソフト開発とさまざまな問題解決に貢献してきた。例えば、現在の情報検索技術（GoogleのPageRank）、セキュリティ技術（Appleの(Local) Differential Privacy）などのアルゴリズム革新は国家規模のビジネス創成につながり、現在のGAFAを作り上げた。ここで重要なのは、PageRankもDifferential Privacyもアルゴリズム、離散数学の基礎・理論研究であり、最初から応用を志向した仕事ではない点である。このような事実をMicrosoft、Google、Yahoo、Facebook、Amazonなどの巨大 IT企業は創業当初から認識しており、アルゴリズム、離散数学、組合せ最適化に手厚いサポートをしている。

しかし残念ながら日本では、理論研究者が日本企業に貢献した例が極端に少ないだけでなく、理論研究者が活躍している事例も少ない。情報学分野のトップ国際会議において、これまで採用された日本人研究者の論文は全体のわずか数パーセントである。上記巨大IT企業のようなイノベーションを推進するためには、数学理論を熟知した人材が、社会問題解決に挑む必要がある。このような背景のもと、提案者が主体となった「**ERATO河原林巨大グラフプロジェクト（2012-2018）**」では、数学的理論を駆使することのできる人材を社会に供給し、かつ数学的理論を情報学の各分野に応用することによって、日本の**IT**基礎研究分野の地位向上にも貢献した。

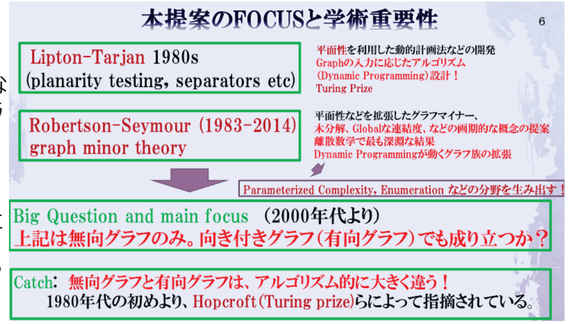
今回の研究提案は、現在までのPIの研究活動のさらなる強化、特にグラフアルゴリズム、計算量理論、組合せ最適化のそれぞれの分野での世界的な研究成果発信を目指し、かつアルゴリズム研究における世界的拠点の構築も目指す。

●研究の目的

グラフアルゴリズムの中で「グラフ構造」をアルゴリズム設計に役立てようという研究が過去30年間で大流行している。この流れは、チューリング賞受賞者Tarjan、Hopcroftの平面グラフ、セパレイタなどのアルゴリズム設計から始まり、2000年代になりその高まりはピークを迎えた。そしてこの分野の頂点に立つのがRobertson, Seymourによる「**グラフマイナー理論（GM）**」である。RobertsonとSeymourは「**Graph Minors（GM）**」という共通のタイトルを持つ一連の23本の論文で「グラフマイナー理論」を構築した（1986年～2004年）。この理論は、離散数学のみならず、アルゴリズム・理論計算機分野の広域で、最も深遠な結果・理論と評価されてきている。しかしながら、グラフマイナー理論の有向グラフ（辺に向きがついているグラフ）への展開は、長年未解決であった。実際、有向グラフと無向グラフでは、同じ問題でも、計算量の観点から見ると、大きな違いがあることが４０年前より明らかになっている。例えば「点素パス問題」は、アルゴリズム分野で最も有名な問題の一つで、GMの代表的な結果が「無向グラフにおける点素パス問題は、ターミナル数が固定されていれば、多項式時間で判定可能」であるが、有向グラフに関しては、１ターミナルの場合は簡単に解けるが、２ターミナルの場合はすでに**NP困難**であることが知られている。この事実は、無向グラフでの深遠な手法・結果が有向グラフには簡単には拡張できないことを意味している。

このような背景のもと、無向グラフのGMを有向グラフに拡張する第一歩として、共同研究者であるKreutzer氏と提案者は、1990年代中盤にReed, Robertson, Seymour, Thomas などの著名な数学者によって予想された「有向グラフの木幅とグリッドマイナーのMin-Max 予想」を2015年に完全解決した（STOC’15）。この解決により、グラフマイナー理論（GM）の6本目の論文まで、有向グラフに拡張に成功したことになる。

これらの結果をさらにGM23まで拡張可能か？という点に関しては、現在の有向グラフに関する研究に関して、中心的課題である。この課題に対して本質的な貢献を目指す。



本提案のFOCUSと学術重要性

この研究によって何をどこまで明らかにしようとしているのか

●本研究で何をどのように、どこまで明らかにしようとするのか

無向グラフに関するグラフマイナー理論（GM）が、多くのステップ（**23 論文、500 ページ以上**）が必要であったように、有向グラフマイナー理論（DGM)も、今後様々なステップが必要になっていることは、アルゴリズム研究コミュニティの共通認識である。アルゴリズム研究コミュニティにおける最大の興味は「**GMで使われた手法を、どのようにDGMに拡張するか？**」という点にある。

背景として、グラフ構造に関しては、無向グラフと有向グラフでは大きく異なるという点である。例えば２組の点素パス問題に関して、無向グラフでは、Thomassen, Seymourらによって、「平面グラフ」が実質の障害で、それ以外の場合は、自明な連結度さえ仮定すれば、Tractableであるという「よい特徴付け」が40年前から知られてきた。しかしながらほぼ同時期に、有向グラフの場合は**NP困難**であることが示された。この事実は、**無向グラフでの「よい特徴付け」であるグラフ構造を、有向グラフに拡張することは難しいこと、そして、有向グラフ独自の手法を発展させる必要があること**を示唆している。

実際、PIは、上記の通り、「有向グラフの木幅とグリッドマイナーのMin-Max 予想」を2015年に完全解決したが、その証明もGM論文５の手法だけでは全く不十分で、有向グラフ特有の従来とは全く異なる手法・道具を数多く発展させてきた。さらにPIは、過去数年間にDMG理論構築の途中経過を発表している（SODA’20）。

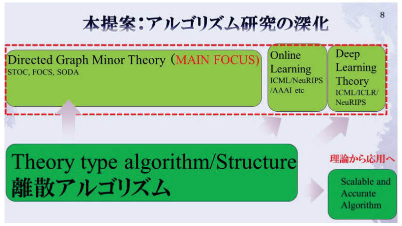
本研究では、アルゴリズム研究コミュニティに対して、**有向グラフの構造に対する本質的な貢献を提供する。そして無向グラフの道具に対して、GM論文をはるかに凌駕するような独自の道具を発展させ、有向グラフ特有の「困難」な状況の打破**を目指す。

●期待される意義

本研究を通して、将来的に次のような学術、技術寄与が期待される。

1． 数学、情報学の個別分野で開発されたアルゴリズム手法を整備し、各分野に提供できる体制が確立される。具体的には、上記の有向グラフの構造（グラフマイナー理論）、オンライン学習、深層学習の理論などが対象。

2． 離散数学、理論計算機科学、確率論、組合せ最適化研究者によるアルゴリズム科学と実問題の解決のための共同研究拠点が構築される。



本提案の意義

ホームページ等	https://kklab.nii.ac.jp