

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究

研究期間：2022～2023

課題番号：22K14237

研究課題名（和文）高周波インダクタのための渦電流と寄生容量を考慮した非線形低次元モデルの開発

研究課題名（英文）Development of a nonlinear reduced-order model for high-frequency inductors considering eddy currents and parasitic capacitance

研究代表者

比留間 真悟（Hiruma, Shingo）

京都大学・工学研究科・助教

研究者番号：90909847

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、ダーウィン近似を適用したマクスウェル方程式（ダーウィンモデル）に着目し、低次元モデリング手法について研究を行った。計算コスト削減のための手法として拡張有限要素法によるモデリングやアーノルディ法を適用したモデル縮約法について検討した。また、ダーウィンモデルについて数理的な側面から検討し、ダーウィンモデルの条件数が極めて大きい原因を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

パワー半導体の進歩により受動素子を駆動する電源の高周波化が進んでいる。それに伴い、受動素子の小型化・高周波化が課題になっている。高周波化する受動素子の設計・開発においては、渦電流損失や非線形磁気特性を考慮する必要があり、また、さらに高い周波数を考えると、寄生容量の影響を考慮する必要がある。電磁界解析においては、渦電流・非線形磁気特性・寄生容量のすべてを考慮した解析手法についてはこれまで十分に議論されておらず、時間領域解析の手法は未完成である。そのため、本研究は電磁界解析の基礎的な学術研究の側面を持ちつつ、工業的にも重要な意義を持つ研究であるといえる。

研究成果の概要（英文）：In this research project, I studied reduced-order modeling focusing on Darwin approximation of Maxwell's equations (Darwin model). I studied modeling using the extended finite element method and model reduction using the Arnoldi method for reducing computational cost. The proposed method is more effective than the finite element method in terms of the computational cost while achieving stable time-domain analysis. We also studied the Darwin model from a mathematical point of view and clarified the cause of the large condition number of the Darwin model.

研究分野：数値電磁界解析

キーワード：モデル縮約法 インダクタ ダーウィンモデル ダーウィン近似 渦電流解析 拡張有限要素法 条件数 高周波インダクタ

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

電磁機器は、高周波駆動することで小型化・低損失化を実現でき、システム全体の効率化に寄与する。低損失化によって冷却系をサイズダウンすることができるため、システム全体の小型化にもつながる。高周波駆動する電磁機器の設計を行うためには、非線形磁気特性や渦電流損失、寄生容量を正確に考慮することが重要であるが、これらを考慮したシミュレーションを行うためには、克服すべきいくつかの重要な課題が存在する：

- (1) 高周波数で駆動可能な磁性材料の開発および磁気特性のモデリング方法の確立
- (2) 高周波渦電流解析における計算コスト削減方法の確立
- (3) 非線形磁気特性や渦電流と寄生容量を同時に考慮した解析手法の確立と計算コストの削減

(1)の課題は、数 MHz から数十 MHz で駆動可能な磁性材料の開発がボトルネックになっているとされ、解決が望まれている。また、高周波数帯における磁性材料の振る舞いを物理的にモデリングすることは、忠実なシミュレーションを実施するための重要な課題である。(2)の課題は、電磁機器の高周波シミュレーションにおいて一般的に生じる問題であり、表皮効果によって電流密度が导体表面に集中することに起因して、数値解析の計算コストが増大することが問題となる。電源の高周波成分に由来する電流密度の成分が表面に集中する一方で、直流成分や低周波成分に由来する電流密度の成分は、导体断面全体に様に流れる。そのような分布を正確に表現するためには、导体の断面の要素分割を細かくする必要がある。インバータ駆動する電磁機器は、まさしくこの状況に該当し、計算コスト削減が望まれている。(3)の課題に関して、非線形磁気特性や渦電流と寄生容量を考慮した解析手法の確立が望まれている。フルマクスウェル方程式の時間領域解析手法は、すでに様々な手法が提案されているものの、電磁機器のような直流 + 高周波成分の電流源で駆動され、さらに非線形磁気特性を考慮可能な解析方法は確立されていなかった。研究開始当初においては、国内外で準定常近似の一つであるダーウィン近似を用いた解析手法が注目を集めており、その解析手法の確立が望まれていた。さらに、ダーウィン近似を用いた場合にも、(2)の課題と同様の問題から、計算コストの削減が必要とされており、低次元モデリング手法の確立が必要とされている。

## 2. 研究の目的

高周波駆動する電磁機器において、导体の表面付近に電流密度が集中する場合において、計算コストを削減可能な低次元モデリング手法の開発を行う。さらに、非線形磁気特性、渦電流、寄生容量を考慮可能な低次元モデリング手法としてモデル縮約法の確立を目指し、基礎方程式の数理的な側面からの研究と生成した縮約モデルの性質についての検討を目的とする。

## 3. 研究の方法

「研究の目的」を達成するために、以下の計画・方法で研究を行う。

- (1) 高周波数帯において生じる表皮効果について、低周波数帯から高周波数帯まで適用可能な低次元モデリング手法を開発し、その有効性と限界を明らかにする。
- (2) 準定常近似の一つであるダーウィン近似を用いたマクスウェル方程式（以降、ダーウィンモデル）について、その解法の確立を目的として、ダーウィンモデルより得られる連立方程式の係数行列の数理的な性質を明らかにする。
- (3) ダーウィンモデルに対してモデル縮約法の一つであるアーノルディ法を用いて低次元モデリングを実施し、得られる低次元モデルの性質について考察し、時間領域において適切な射影方法を明らかにする。
- (4) 非線形モデル化の一つとしてパラメータ化を実施し、その性能について検討する。

## 4. 研究成果

- (1) 拡張有限要素法を用いた新しい渦電流解析の提案

インバータ電源の進歩によって電源の高周波化が進んでおり、周波数の増大によって生じる表皮・近接効果の正確なモデリングのためには、导体表面付近を細かく要素分割する必要で、計算コストが大きい。低次元モデリングのため、拡張有限要素法(Extended finite element method: XFEM)を用いた渦電流解析手法を新たに提案した。提案手法では、导体表面付近の解空間を拡張するために、1次元ヘルムホルツ方程式の指数関数解をエンリッチ関数に用いる。これによって导体の表面付近を細かく要素分割することなく、指数関数的な変化をする電流密度分布を表現することができるため、要素数を削減することができ、高周波数解析時の計算コストを削減できる。また、境界の曲面を正確に評価するための手法として、厳密な境界表現(Exact boundary representation: EBR)による補間関数を用いて、拡張有限要素法の精度向上を目的と

する新しい手法(XFEM/EBR)を提案した。

XFEM を円形断面導体に適用した例を図 1-3 に示す。図 1 は、要素分割の図で粗いメッシュである。交流抵抗と交流インダクタンス、および解析解に対する相対誤差を図 2,3 に示す。通常の有限要素法(conventional FEM: CFEM)を用いる場合、高い周波数において表皮深さがメッシュの要素よりも小さくなるため解析精度が劣化し誤差が増大していることがわかる。また低周波側で直流抵抗に誤差があることがわかる。これはメッシュが粗いことによって形状の近似精度が劣化しているためである。CFEM/EBR の結果では同様に高い周波数において誤差が増大している。一方で形状の近似精度が改善し直流抵抗の誤差が低減している。XFEM を用いると高い周波数においてエンリッチ関数が指数関数的に変化する渦電流部分分布を表現することができるため、解析の精度が改善し誤差が低減していることがわかる。また XFEM/EBR を用いた場合には形状の近似精度が改善しており誤差が低減している。

比較のために表面インピーダンス法による結果を見ると中周波数において交流抵抗の誤差が増大する。また交流インダクタンスは低周波数で発散している。表面インピーダンスは周波数の  $-1/2$  乗に比例するように定められ、これが低周波数では発散するためである。以上から XFEM/EBR が最も誤差が小さく精度が良いことがわかる。

図 4 に示すように XFEM を用いるときに周波数を変化させたときにエンリッチ関数を用いると

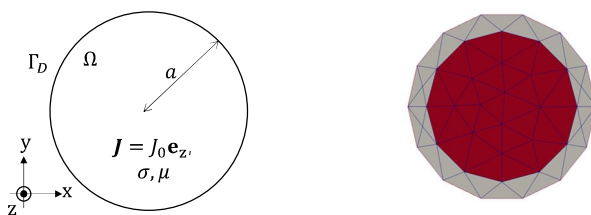


図 1 (a) 円形断面導体、(b) 有限要素分割 (出典：参考文献 (1))

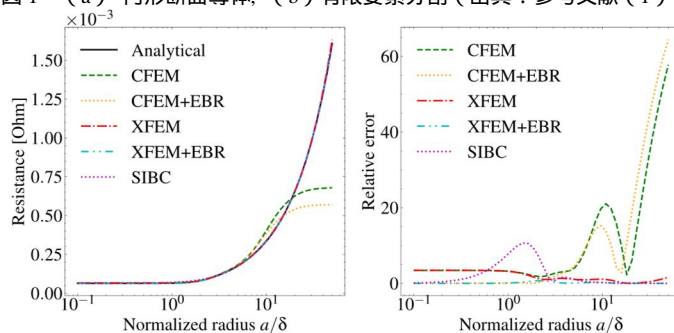


図 2 交流抵抗の周波数特性と解析解との相対誤差 (出典：参考文献 (1))

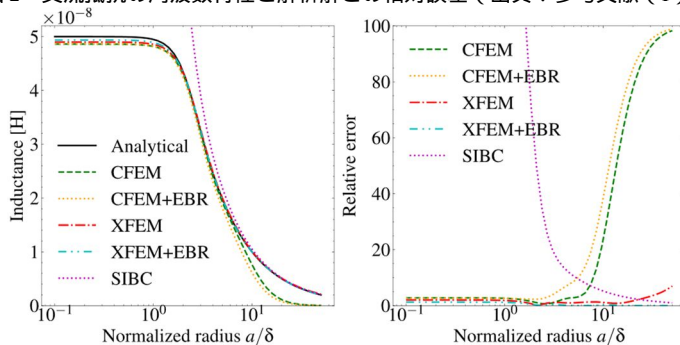


図 3 インダクタンスの周波数特性と解析解との相対誤差 (出典：参考文献 (1))

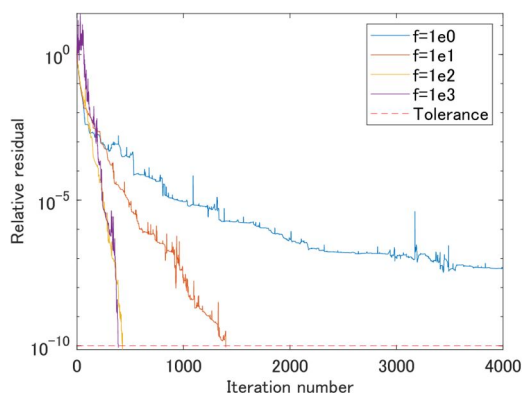


図 4 周波数を変化させたときの反復特性 (出典：参考文献 (2))

低周波側で反復回数が増大し，収束特性が悪化することが判明した．この対処法として，エンリッチ関数を定数分引く前処理を提案した．これにより周波数によらない収束特性を実現した．

本技術は，ダーウィンモデルにおいても有用であり，高周波数領域において低次元モデリングを行うことで計算コストを削減することができる．

## (2) ダーウィンに由来する悪条件性の解明

本研究で用いる基礎方程式 (= ダーウィンモデル) は，有限要素法を用いて解析を行う場合，非常に悪条件であることが知られている．この悪条件性に関して，ダーウィンモデルが疑似特異方程式 (nearly singular systems) であることを指摘し，非ゼロ最小特異値を不等式により評価する方法を提案した．ここで疑似特異方程式とは，係数行列の一部にカーネルを有する行列が含まれる方程式を指す．また，ダーウィンモデルは，ゲージ不変性に由来する巨大なカーネルを持つ疑似特異方程式であるという新たな視点を与えた．提案した手法は，疑似特異方程式に一般に応用することができ，従来の渦電流問題についても，その収束特性を説明することができる．さらに最大特異値に関する不等式と合わせて，条件数を不等式で表現する手法を提案した．カーネルへの写像を用いて収束性を改善する陰的誤差修正法 (implicit error correction) によって得られた拡大方程式についても，条件数を不等式で評価することに成功し，収束性の改善効果を定量的に示した．上記の議論をダーウィンモデルに低起用することで，ダーウィンモデルは非常に小さな特異値を含む悪条件な問題であることを説明した．さらに陰的誤差修正法を適用したときの収束性改善量についても不等式による評価を行うことができた．

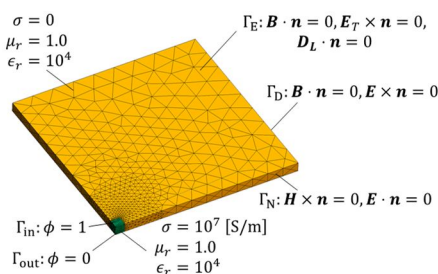


図5 検証のために使用した導体モデル ( 出典：参考文献 (3) )

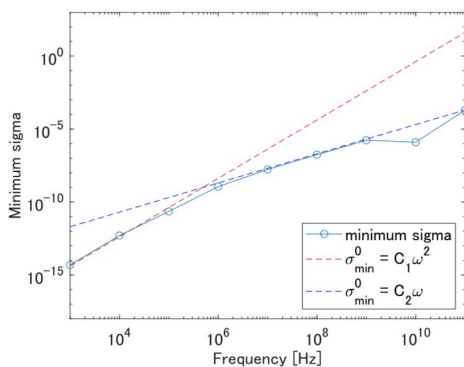


図6 係数行列の非ゼロ最小特異値の周波数依存性 ( 出典：参考文献 (3) )

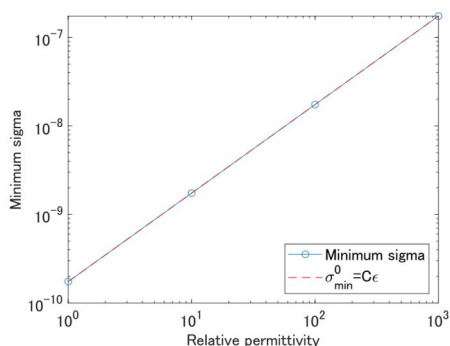


図7 係数行列の非ゼロ最小特異値の誘電率依存性 ( 出典：参考文献 (3) )

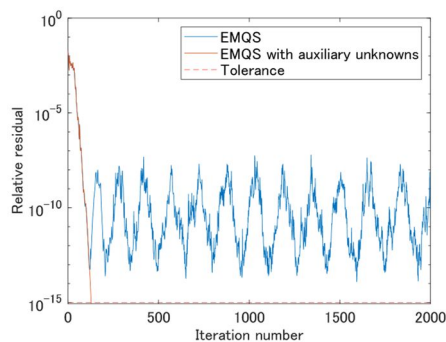


図8 ダーウィンモデルの有限要素方程式とその拡大方程式に対する前処理付き COCG 法の収束特性 ( 出典：参考文献 (3) )

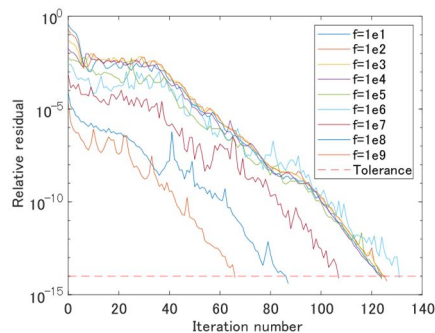


図9 周波数を変化させたときの拡大方程式に対する前処理付き COCG 法の収束特性 ( 出典：参考文献 (3) )

上記の結果を図5に示すモデルに適用した、ダーウィンモデルの有限要素方程式を作成し、その非ゼロ最小特異値の周波数依存性と誘電率依存性を図6,7に示す。これらの結果は理論から予測される特性に一致しており、理論によって非ゼロ最小特異値を正しく評価できていることが確認された。また、図8にダーウィンモデルの有限要素方程式と陰的誤差修正法により作成した拡大方程式の収束特性を示している。条件数の改善によって拡大方程式は、すぐに収束することが分かる。また、周波数を変化させたときの収束特性を図9に示す。周波数に依存しない収束特性が実現できていることが分かる。

### (3) 各種射影法の意味と時間領域解析における安定性の考察

ダーウィンモデルの有限要素方程式にアーノルディ法を適用することで低次元モデルを得る手法を提案した。アーノルディ法により得られる基底ベクトルを利用することで、低次元モデルが作成できるが、射影法により不安定性が生じる場合があることが判明した。

通常モデル縮約法においては、行列の左右から基底ベクトルを挟む形で低次元モデルを生成する。この場合は、アーノルディ法を適用したときに利用した係数行列を用いるため、非対称行列を係数行列に持つ低次元が生成される。これについてはモーメントと呼ばれる量が低次元から厳密に保存される一方で、低次元モデルの受動性が担保されないことが指摘されている。一方で、マクスウェル方程式の作用を考えて、それを最小化することで低次元モデルを得ることもできる。この場合には、対称な縮約モデルが得られ、受動性が担保されると考えられる。このような低次元モデルに対する安定性に関する考察から、最小作用の原理により得た低次元モデルは時間領域解析で安定であると考えられる。

図10に示すシミュレーションにおいては、Type1:行列の左右から基底ベクトルを挟む形の低次元モデル、Type2:最小作用による低次元モデルを比較すると、最小作用の原理による低次元モデルは発散せず安定であることが分かる。

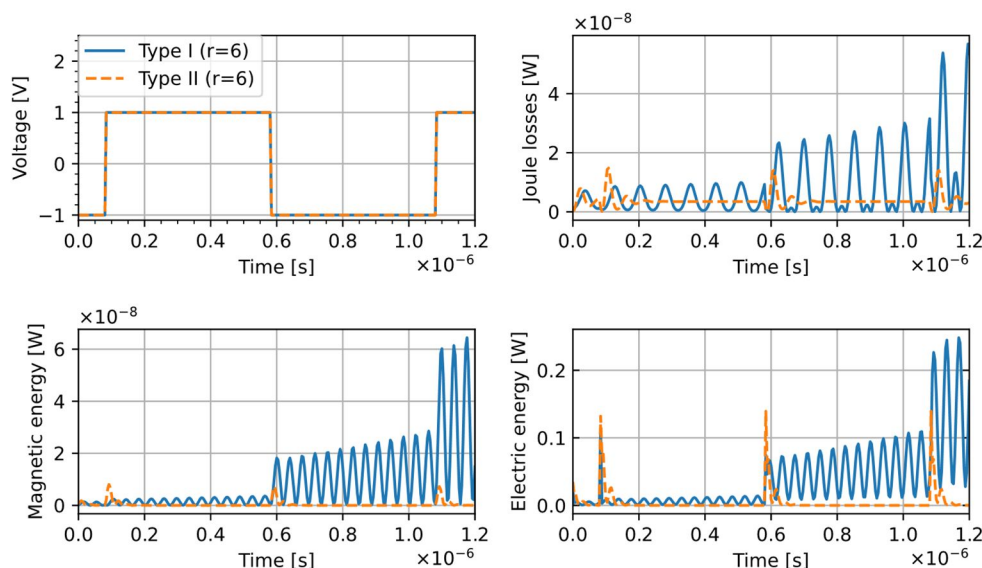


図10 低次元モデルに対する時間領域解析の安定性。左上：入力電圧波形，右上：ジュール損失，右下：磁気エネルギー，右中：電気エネルギーの時間応答。Type 1 と Type 2 を図示している。（出典：参考文献（4））

### (4) 低次元モデルの非線形パラメータ化

低次元モデルに対する非線形パラメータ化の手法を提案した。電磁機器のように直流に対して高調波成分が乗るような電源を想定するときに、直流に対して磁気飽和の状態を電流などの電源パラメータで表現し、そのうえで線形の低次元モデルを生成する手法を提案した。本手法は、2024年6月開催の国際会議にてアクセプトされ、発表予定である。

#### 参考文献：

- [1] S. Hiruma, "Extended Finite Element Method Enhanced by Exact Boundary Representation for Analysis of Eddy Currents," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 60, no. 3, Art no. 7400704, Mar. 2024.
- [2] 比留間真悟, 「パワーエレクトロニクス用磁気的受動部品のための高周波渦電流解析の最新の動向」, 電気学会全国大会, シンポジウム S7-2, 徳島, 3月, 2024年.
- [3] 比留間真悟, 美船健, 松尾哲司, 「ダーウィン近似マクスウェル方程式の条件数評価に関する数理的検討」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-24-003, RM-24-003, 神奈川, 3月, 2024年.
- [4] S. Hiruma and H. Igarashi, "Fast Time-Domain Analysis of Darwin Model of Maxwell's Equations Using Arnoldi-Based Model Order Reduction," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 58, no. 9, Art no. 7200404, Sept. 2022.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 S. Hiruma, H. Igarashi	4. 巻 58
2. 論文標題 Fast Time-Domain Analysis of Darwin Model of Maxwell's Equations Using Arnoldi-Based Model Order Reduction	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Magnetics	6. 最初と最後の頁 1,4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TMAG.2022.3163569	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Sato, S. Hiruma, H. Igarashi and H. Matsumoto	4. 巻 59
2. 論文標題 Time-Domain Homogenized Finite Eddy Current Analysis Using Recursive Convolution Method	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Magnetics	6. 最初と最後の頁 1,4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TMAG.2023.3245056	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Hiruma	4. 巻 59
2. 論文標題 Extended Finite Element Method for Calculation of Eddy Currents at High Frequencies	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Magnetics	6. 最初と最後の頁 1,4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TMAG.2023.3246629	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Hiruma	4. 巻 60
2. 論文標題 Extended Finite Element Method Enhanced by Exact Boundary Representation for Analysis of Eddy Currents	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Magnetics	6. 最初と最後の頁 1~4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TMAG.2023.3309936	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 4件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 比留間真悟
2. 発表標題 拡張有限要素法を用いた渦電流解析に関する検討
3. 学会等名 静止器/回転機合同研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 比留間真悟
2. 発表標題 円形導体の表皮・近接効果のための拡張有限要素法を用いた渦電流解析に関する検討
3. 学会等名 静止器/回転機合同研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 比留間真悟 , 美舩健 , 松尾哲司
2. 発表標題 ダーウィン近似マクスウェル方程式の条件数評価に関する数理的検討
3. 学会等名 電気学会 静止器回転機合同研究会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 比留間真悟
2. 発表標題 高周波化する電磁機器の有限要素解析における問題と拡張有限要素法の提案
3. 学会等名 IEEE 札幌セクション講演会（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 S. Hiruma
2. 発表標題 Introducing Extended Finite Element Approaches in Eddy Currents Analysis
3. 学会等名 ICIAM 2023 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 比留間真悟
2. 発表標題 ダーウィン近似を用いた電気機器高周波モデリング技術
3. 学会等名 電力・エネルギーフォーラム「電磁界解析の先進応用技術」(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 比留間真悟
2. 発表標題 パワーエレクトロニクス用磁氣的受動部品のための高周波渦電流解析の最新の動向
3. 学会等名 電気学会全国大会, シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 S. Hiruma
2. 発表標題 Extended Finite Element Method for Calculation of Eddy Currents at High Frequencies
3. 学会等名 2022 IEEE 20th Biennial Conference on Electromagnetic Field Computation (国際学会)
4. 発表年 2022年



1. 発表者名 Y. Sato, S. Hiruma and H. Igarashi
2. 発表標題 Time Domain Homogenized Finite Eddy Current Analysis using Recursive Convolution Method
3. 学会等名 2022 IEEE 20th Biennial Conference on Electromagnetic Field Computation ( 国際学会 )
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 S. Hiruma, S. Clenet and H. Igarashi
2. 発表標題 Error Estimator for Continued Fraction Approximation of Linear Dynamical System
3. 学会等名 2022 IEEE 20th Biennial Conference on Electromagnetic Field Computation ( 国際学会 )
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 S. Hiruma
2. 発表標題 Extended Finite Element Method for Skin and Proximity Effects in Round Wires
3. 学会等名 the 24th International Conference on the Compu tation of Electromagnetic Fields (Compumag) ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 S. Hiruma, T. Mifune and T. Matsuo
2. 発表標題 Estimation of Condition Number of Quasi static Darwin Model
3. 学会等名 2024 IEEE 21st Biennial Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC ) ( 国際学会 )
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 倭大丘, 美舩健, 比留間真悟, 松尾哲司
2. 発表標題 Maxwell方程式に対する縮約されたDarwinモデルの導出に対する基礎的検討
3. 学会等名 電気学会 静止器回轉機合同研究会
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------