

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 7 月 31 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2011～2013

課題番号：23243040

研究課題名(和文) 金融リスクの分析モデルの高度化とリスクマネジメントへの応用

研究課題名(英文) Advancing empirically effective models for analyzing financial risks and applying them to risk analysis and management

研究代表者

刈屋 武昭 (Kariya, Takeaki)

明治大学・その他の研究科・教授

研究者番号：70092624

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 21,400,000円、(間接経費) 6,420,000円

研究成果の概要(和文)：第1に、金利、国債価格、社債価格、信用リスクの変動にかかわるクロスセクション分析モデルを展開し、金融危機を含む期間に対して、多様な分析を行った。中でも、日本、米国、欧州5か国の国債分析、日本社債を中心とした社債別の信用リスク指標と市場格付け法を開発し、それに基づく企業別、業種別の倒産確率の期間構造を導出した。

第2に、さらに時系列分析として、国債価格予測モデルの定式化と予測とその日本国債価格への応用、動学的変動相関モデルによる東南アジア諸国の債券利回りの世界債券市場の中での共和分性の検証、また為替レート変動分析に関して分散変動回帰モデルにおいて構造変化点の推定法などの研究を行った。

研究成果の概要(英文)：Firstly, in our own cross-sectional approach, we developed empirically effective models for analyzing fluctuations of interest rates, government bond (GB) prices, corporate bond (CB) prices, and credit risk for risk management, and we made various empirical analyses for some periods including the recent Financial Crisis. Among others, they include analyses on prices of Japanese GBs, US GBs, 5 GBs in EU, and Japanese CBs. In the credit risk analysis, we developed new credit risk price spread measures and market rating methods, and using them, the term structures of default probabilities for some industry and firms were derived.

Secondly in time series settings, among others, a model for predicting GB prices was made with application to Japanese GB prices. Also, we made a co-integration analysis on Asian bond returns with dynamic conditional correlation model, and proposed a change point estimation method with application to exchange rates.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：金融リスクマネジメント 信用リスク 国債価格モデル 社債価格モデル 金利の期間構造 ディフォルト確率の期間構造 市場金利変動分析 市場価格スプレッド

1. 研究開始当初の背景

金融危機発生から 2 年余、G 20 諸国が、新しいグローバル金融秩序を求めて、リスクマネジメント (以下 RM と略)・改革を進めていた。今回の金融危機で観察された事実の一つは、金融リスクは下方に関して相関が次第に大きくなり、市場の流動性が枯渇に向かうとともに、市場リスクと信用リスクは一体化していくことが実証的に観察された。

新しい有効なモデルが求められていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、日本の金融の国際的競争力を支え、グローバル金融の安定性に寄与するべく、「金融リスクの分析モデルの高度化とリスクマネジメントへの応用」を狙う。信用リスクと市場リスクにかかる金融 RM(Risk Management)モデルを高度化するために、変動相関構造をもつモデルの定式化、リスクの計測、資産プライシング法等の基礎的統計技術を革新的に発展させることをねらう。そのため、次の 3 目的を並行的に研究。

【目的 A】金利リスクの分析モデルの高度化と応用 (国債価格から金利の期間構造の変動モデル等)

【目的 B】信用リスクの分析モデルの高度化と応用 (社債価格から倒産確率の導出等)

【目的 C】市場リスクの分析モデルの高度化と応用 (分散・相関変動モデルの定式化とリスク量の計測等)

3. 研究の方法

【目的 A】【目的 B】に対して、Kariya(1993)で提案した国債価格モデル (以下 KGB (Kariya's Government Bond) モデルと呼ぶ) 今回研究成果となった Kariya(2013)論文の社債価格モデル (以下 KCB (Kariya's Corporate Bond) モデルと呼ぶ) を主として利用する。以下

RM = Risk Management, CRiPS=Credit Risk Price Spread, TSDP=Term Structure of Default Probabilities の記号を利用。

【目的 A】は、【目的 B】の基礎にもなる。ここでの基本モデルは属性依存型の KGB モデルである。モデルの有効性を日本、米国、欧州 5 か国の国債 (GB) の価格データで確認する。そして金利の期間構造導出する。標本期間は 2008 に始まる金融危機を含む 2005 から 2011 程度の期間を利用。各時点数百ある国債のデータをデータ・ベース化する。そして、それに沿ったソフト開発を設計し、開発をすすめる。モデルは、国債価格間の相関構造を明示的に導入してあるので、繰り返し法によって一般化最小 2 乗法でモデルを推定するが、逆行列計算の問題 (国債の場合では 250 × 250) に関する推定値の不安定性などを検証する。そして、過去 5 年から 10 年程度の月次データにもとづいて、クーポン効果と満期効果がない場合について、平均割引関数、イルト・カブ、分散共分散行列構造、残差標準偏差、

AIC など多くの統計量を導出する。

このアウトプットをもとに、モデルの最終形を決める。そのあと国債市場価格の形成に関して国債価格のクーポン効果、満期効果の仮説を検証。

【目的 B】では、国債価格・社債価格情報を基礎にして、個別社債の信用リスク (デフォルト尤度) 計測法、市場格付け法、倒産確率 (DP=Default Probability) の導出法を上記 KGB モデル, KCB モデルに基づいて導出する。

一方、実証分析では、過去 10 年間に対して、必要となる数千の社債発行各企業の、月次社債価格、社債格付け推移情報、売上高比率でみた業種ポートフォリオ情報、CDS 価格情報のデータ・ベースを構築。計算に入ると繰り返しモデルの推定法に関しては、一般化最小 2 乗法を用いるが、1500 × 1500 の逆行列計算に直面するので、計算上の技術的問題を克服するために、計算基本ソフトとしては MatLab を利用する。効率的なソフト開発をした。

【目的 C】株価収益率や金利などの市場リスク変動相関構造分析を導入するとともに、下方変動に関して分布の形状変化を導入して、日本の株価変動の多変量時系列構造のモデルを利用。そのため、ARCH=GARCH の流れの Engle(09) などの DCC(動学的条件付き相関変動)アプローチを市場 RM の計測の視点から拡張する。また相関を考慮するとき、基準化変量で議論して分布形状を変えるシミュレーションの方法などを考察。過去 10 年の株式価格と為替レートの日次収益率のデータ・ベースを整理する。

4. 研究成果

A 金利リスクの分析モデルの高度化と応用 (国債価格から金利の期間構造の変動モデル、応用) に関して、KGB モデルを基本とし、日本国債価格、米国国債価格、欧州国債価格のそれぞれに対して、価格形成における属性効果 (満期期間とクーポンレート) の有意性を検証し、それぞれの国債に対して、価格分析を行った。

KGB モデルは以下の通り。 $C_g(s)$ を第 g 国債の将来 s 時点で発生するキャッシュフロー (CF) 関数とし、 $D_g(s)$ を確率的割引関数とする。 $\{s_{g j}\}$ は CF 発生時点。

$$P_g = \sum_{j=1}^{M(g)} C_g(s_{g j}) D_g(s_{g j}) \quad (g=1, \dots, G)$$

$$P_g = \sum_{m=1}^{M(g)} C_g(s_{g m}) \bar{D}_g(s_{g m}) + \eta_g, \quad \eta_g = C_g' \Lambda_g = \sum_{m=1}^{M(g)} C_g(s_{g m}) \Lambda_g(s_{g m})$$

$$\bar{D}_g(s) = 1 + (\delta_{11} + \delta_{12} S_{gM(g)} + \delta_{13} C_g) S$$

$$+ \dots + (\delta_{p1} + \delta_{p2} S_{gM(g)} + \delta_{p3} C_g) S^p$$

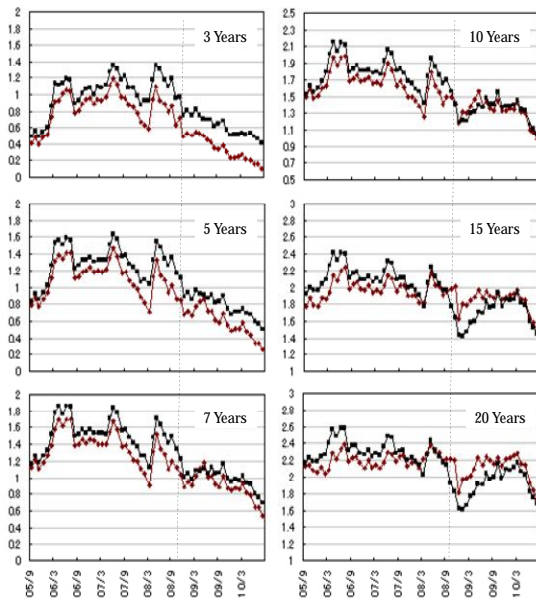
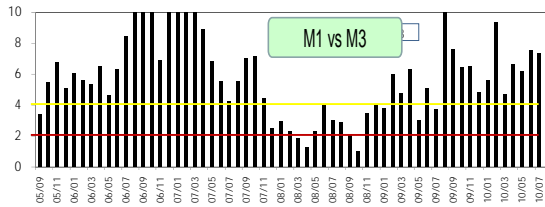
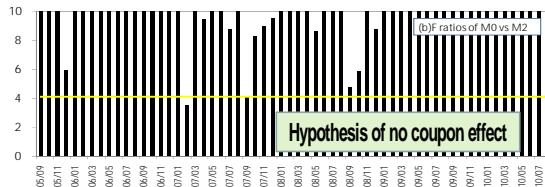
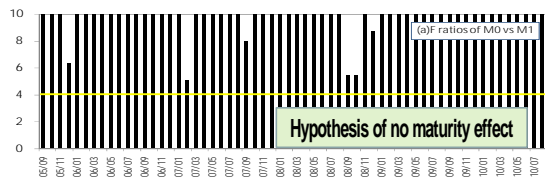
$$Cov(P_g, P_h) = Cov(\eta_g, \eta_h) = \sigma^2 \lambda_{gh} \varphi_{gh}$$

$$\varphi_{gh} = \sum_{j=1}^{M(g)} \sum_{m=1}^{M(h)} C_g(s_{g j}) C_h(s_{h m})$$

$$\lambda_{gh} = \begin{cases} \sigma^2 & (g = h) \\ \sigma^2 \rho \exp(-\xi |s_{gM(g)} - s_{hM(h)}|) & (g \neq h) \end{cases}$$

モデルの推定は一般化最小2乗法。多項式の次数選択は、AICでおこない $p = 6$ を選択する。重要な点は、平均割引率関数 $\bar{D}_g(s)$ が属性であるクーポンレート C_k と満期 $s_{kM(k)}$ に依存できる構造である。価格を説明するうえで帰無仮説として属性独立仮説(各属性の係数がゼロ) v s 満期効果がある(M1モデル) クーポン効果がある(M2モデル) もしくは両者の効果がある(M3モデル) という対立仮説をF比で検定したのが次のグラフ。結論は、M1 v s M3を検定しても有意であることがわかる。期間は2006.9 - 2010.8。

ちなみに米国債の場合、属性依存性がさらに強いことが示される。



また日本国債と米国債に対しては、金融危機を含む期間の各月に対して金利の期間構造分析をし、導出国債金利(茶色)と銀行間スワップレート市場金利(黒)との比較により、モデルの有効性と国債の信用分析を行った。次のグラフはその結果。金融危機の時点(破線の縦線)を境に2つの金利の水準の逆転現象が観察される。

S-CRiPS

属性依存型の平均割引率関数を用いて最初にCRiPSを定義する。第k社債にデフォルトがないとしたときの国債同等価格(同じ満期とクーポンを持つ国債価格)を

$$\bar{P}_k = \sum_{j=1}^{M(k)} C_k(s_{kj}) \bar{D}_k(s_{kj})$$

で定義する。CRiPSを社債価格 V_k と国債同等価格との差として次のように定義する。

$$y_k = V_k - \bar{P}_k \quad (k=1, \dots, K)$$

さらにS-CRiPSを

$$s_k = y_k / s_{kM(k)}$$

で定義する。また市場格付け方式を s_k が

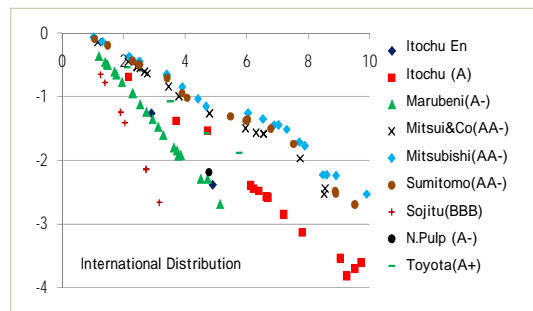
$$[-am, -\alpha(m-1)], \quad m=1, \dots, M$$

に属するとき第m格とする。ここで s_k は分析目的に対応して選択する。これらの測度と格付け方式の有効性が以下のように示される。

- (1) s_k は実証的に属性独立な個別社債の信用リスク測度である
- (2) その結果、格付け方式が市場の変化に対してタイムリーの格付けとなる。

注意点は、金利や信用リスクの変化は、数理ファイナンスが仮定するマルコフプロセスではなく、過去に依存するプロセスである。

次のグラフは商社の会社別社債のCRiPSをプロットしたもの(2010.8時点)。



これを見ると、CRiPSは企業ごとにほぼ線型となる。したがって、満期期間で割った各企業ごとのS-CRiPSをプロットするとほぼ定数となる。その値に基づいた格付けは、個別社債ごとの市場格付けとなる。

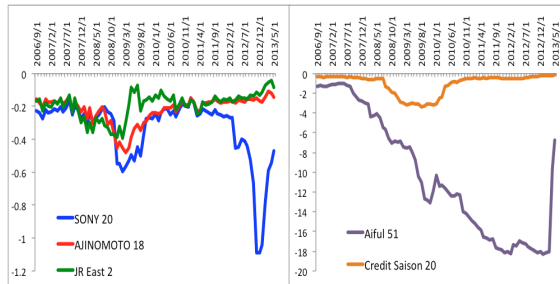
イメージとして格付け変化を米国エネルギー企業の社債の例を示す。

Westar.	2	2	2	2	2	3	3	3
Williams	3	3	3	3	4	4	3	4
Wiscon.	1	1	1	1	1	1	1	1

この格付けは各時点での投資家が彼らの各時点での情報に基づいて社債価格を評価

したもので、最近の情報を含んだ信用情報の指標となる。

ちなみに、個別企業の特定社債の 時間的変化をプロットすると次のようになる。



明らかにその変動マルコフではない。

この S-CriPS もしくは格付けに対して信用リスクの同質的グループが構築でき、その情報は債券ポートフォリオ構築などで利用できる。

TSDP (Term Structure of Default Probabilities)

倒産確率の期間構造を導出するモデルは KCB モデルである。回収率を比較可能性を確保するためにゼロとすると

$$V_k = \sum_{j=1}^{M(k)} \bar{C}_k(s_{kj}) D_k(s_{kj}),$$

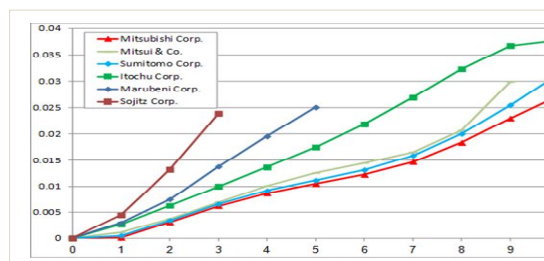
$$C_k(s_{kj}) = C_k(s_{kj}) [1 - p(s_{kj})],$$

と表現される。ここで $\Lambda \equiv \{V_k : k=1, \dots, K\}$ は、信用同質的グループと判定された社債価格の集合。 $\bar{C}_k(s)$ は、将来 s 時点で発生する CF の期待値、 $c_k(s)$ は第 k 社債の CF 関数、また $\{p(s) : 0 \leq s \leq s_{\text{max}}\}$ は Λ に共通な TSDP である。確率的な割引関数 $D_k(s)$ に KGB モデルと同じ仮定を置き、平均割引関数 $\bar{D}_k(s)$ に KGB モデルで推定される属性依存型のものを用いる。このとき倒産確率 $p(s)$ を次数 q の多項式で近似。

$$p(s) = \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots + \alpha_q s^q$$

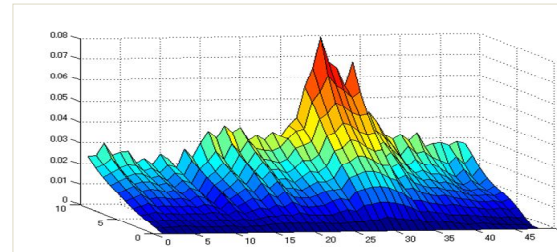
このもとでモデルは回帰分析モデルに変形される。ここでモデル推定は特殊な分散構造のもとで GLS 推定を行う。

実証研究では 2008.10 時点で存在する 1545 銘柄に対して、市場格付けにより、10 個の同質的グループを作り、その各々に倒産確率の期間構造 (TSDP) を導出した。また、業種ごとに、あるいは企業ごとに同じことをして、結果を比較した。実際の TSDP の導出事例として、2010.8 の三菱商事、住友商事、三井物産、などの 5 つの商社企業の倒産確率の推定結果をプロットしたものが次の図である。



推定は、社債が存在する範囲で表現している。

各時点での TSDP を時系列表現すると、経済の変化や企業の信用リスクの変化を的確に表現できる。次の図は、2005.9-2010.8 の期間の三菱商事の TSDP の時系列変化である。金融危機のさなかの 2009.3 に 10 年の倒産確率が最大となり、0.09 となっている。



このようにして得られた結果は、最適債券ポートフォリオの構築、派生証券のプライシング、信用評価調整 (CVA) などに利用可能である。

C 市場リスクの分析モデルの高度化と応用 (分散・相関変動株式モデルの定式化とリスク量の計測) 時系列市場リスクを中心としたモデル化・クロスセクション KGB モデルの構造を維持した個別債券価格の多変量時系列価格変動予測モデルを定式化し、予測をパフォーマンス検証。

- ・伝統的な個別債券イールドから期間構造をモデル化し、時系列予測モデルを定式化し予測力の検証。
- ・動学的変動相関モデルによる東南アジア諸国の債券利回りの世界債券市場の中での共和分性の検証し、香港やシンガポールなどの国債市場を除くと共和分関係がないことを実証。
- ・為替レート変動分析に関して分散変動回帰モデルにおいて構造変化点の推定法の研究し、シミュレーション分析。
- ・GARCH 誤差項を持つ場合のエラーコレクションモデルの性質をシミュレーションにより研究。
- ・国内金融機関のシステミック・リスク計測。
- ・グローバル金融危機の日本市場への伝播へのプロセスの分析。
- ・IMF 支援の構造改革プログラムのアジア株式市場の効率性の効果分析を実証。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計17件, 主要論文3件)

- 1) Takeaki Kariya, Jingusui Wang, Zhu Wang, Eiichi Doi and Yoshiro Yamamura, Empirically Effective Bond Pricing Model and Analysis on Term Structures of Implied Interest Rates in Financial Crisis, *Asia-Pacific Financial Markets*, 査読有, Vol.19, 2012, 259-292 DOI:10.1007/s10690-011-9149-1
- 2) Takeaki Kariya, A CB (corporate bond) pricing model for deriving default probabilities and recovery rates, *Advances in Modern Statistical Theory and Applications: Festschrift for Professor Morris L. Eaton*, Institute of Mathematical Statistics, 査読有, Vol.10, 2013, 138-157 DOI: 10.1214/12-IMSCOLL1008
- 3) Takeaki Kariya, Yoshiro Yamamura and Zhu Wang, Empirically Effective Bond Pricing Model for USGBs and Analysis on Term Structures of Implied Interest Rates in Financial Crisis, *Communications in Statistics -Theory and Methods*, 査読有, 2013

[学会発表](計59件, 主要発表3件)

- 1) Takeaki Kariya, A CB(Corporate Bond) Pricing Model for Deriving Default Probabilities and Recovery Rates, Quantitative Methods in Finance 2011, 2011年12月14日, Hilton Sydney Hotel(University of Technology Sydney)
- 2) Takeaki Kariya, Measuring Credit Risk of French, Italian, Spanish and Greek GBs Relative to German GB and Deriving Term Structures of Default Probabilities, *JAFEE-Columbia-ISM International Conference on Financial Mathematics, Engineering and Statistics (as 10th JAFEE-Columbia Conference on Mathematics of Finance)*, 2013年3月18日, The Institute of Statistical Mathematics(ISM), Tachikawa Campus, Tokyo
- 3) Takeaki Kariya, Measuring Credit Risk of Individual Corporate Bonds and Deriving Term Structures of Default Probabilities, *The 7th Annual Probability and Statistics Day at UMBC(Department of Mathematics and Statistics at UMBC)*, 2013年4月27日, UMBC Baltimore, USA

[図書](計1件)

- 1) Shimada, J., Takahashi, T., Miyakoshi, T., and Tsukuda, Y., Springer-Verlark, Recent Advances in Financial Engineering 2011, 2012

6. 研究組織

(1)研究代表者

刈屋 武昭 (KARIYA, Takeaki)

明治大学・グローバルビジネス研究科・教授
研究者番号: 70092624

(2)研究分担者

佃 良彦 (TSUKUDA, Yoshihiko)
東北大学・経済学研究科・教授
研究者番号: 10091836

前川 功一 (MAEKAWA, Koichi)
広島経済大学・経済学研究科・教授
研究者番号: 20033748

山村 能郎 (YAMAMURA, Yoshiro)
明治大学・グローバルビジネス研究科・教授
研究者番号: 60284353

乾 孝治 (INUI, Koji)
明治大学・総合数理学部・教授
研究者番号: 60359825

田野倉 葉子 (TANOKURA, Yoko)
明治大学・先端数理科学研究科・准教授
研究者番号: 60425832

神園 健次 (KAMIZONO, Kenji)
長崎大学・経済学部・准教授
研究者番号: 70336174