

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 26 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23300301

研究課題名(和文) 数学・幾何学に基づく教育用折紙モデルの開発とその実用化

研究課題名(英文) Development and practical use of educational origami model based on mathematics and geometry

研究代表者

杉山 文子(SUGIYAMA, FUMIKO)

京都大学・工学(系)研究科(研究院)・助教

研究者番号：80162907

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 5,600,000円

研究成果の概要(和文)：児童・生徒の理系離れが深刻化している。特に幾何学を苦手とする児童・生徒が多くなっている。科学技術にブレイクスルーをもたらす3次元幾何学に関する思考能力を習得する必要があることは明らかであることから、本研究では初等・中等教育過程において幾何学を楽しみながら習得できる教材として折り紙を基に開発を行った。児童・生徒は興味を示し、それらを教材化することが望ましいことがわかった。

研究成果の概要(英文)：It is serious that students disinterest in science. In particular many students dislike geometry. It is clear that there is a need to learn thinking skills related to three-dimensional geometry that results in a break-through in science and technology, so in this research, it has been developed based on origami as a teaching tool that students can learn geometry with enjoying in primary and secondary education process. It is clear that they should be made as teaching material as students have been interested in them.

研究分野：折紙工学

キーワード：理系離れ 教材開発 折り紙 幾何学

1. 研究開始当初の背景

コンピュータの普及と関連し、中・高等学校では代数学に重点をおいた教育がなされ、さらに、ゆとり教育が導入されたことによる授業時間の削減対象が数学においては幾何学に向けられた。このような教育環境において、短期間の教育で身につけるのが難しく、また科学技術にブレイクスルーをもたらす3次元幾何学に関する思考能力を啓発する訓練は時間に余裕のある少年、少女期に物作りを通して身につけることが不可欠である。また、小さな時期に物作りに慣れ親しみ、完成させることの喜びを日常的に体験することで、生きてゆくのに不可欠な忍耐力、完成力が獲得され、更には困難に直面したとき、基本に戻って対処する地力、地頭などを育成・取得できると思われる。

このような要請に応える一つの方策として、数学の知見に基づき3次元の幾何学モデルを折紙技術によって系統的に開発することを考える。子供から大人まで創造的に対応でき、先端の科学の基礎となる容易で学術的に高い教育資材を供給できれば、子供たちが新しい幾何学的知見を遊びながら取得できる。また、これらの資材が先端の研究課題に関連するものであれば、我国の幾何学的な思考水準の底上げに寄与するところが大きく、その教育・文化的効果は計り知れないものがある。

近年、海外において折紙に関する研究発表が大幅に増えた。これは折紙の国際会議の参加者の数からもそれがうかがえ、わが国が折紙発祥国としてのメンタリティをいつまで保持できるか怪しい状況になっている。特に、ケンブリッジ、オックスフォード大学やMIT、カルテックなど世界の主要大学の研究者が折紙の持つ学術的な面白さに興味を持ち、わが国では手薄な情報理論的な観点からの研究が増えており、工学的な研究分野においても成果の発表が多くなった。一方、数学教育に用いることを目的とするモデルについては未だ系統だった研究は見当たらず、本研究が目指すような数学/幾何学—教育/エデュテインメント—工学を融合させて開発する広範囲に及ぶ折紙モデルや数理モデルに関連する研究結果の報告は無いのが現状である。

2. 研究の目的

近年、算数や数学を敬遠する子供が多く、この理数離れの問題に対処するため理数教育を強化することが切望されている。新しいものを創出する研究が求められる現在、これに対処できる思考能力と創造力を少年、少女期に遊びと日常生活で慣れ親しみながら確実に身につけさせることが一つの理想形である。本研究は子供たちが物作りや幾何学にのめりこむような学術、教育的な裏づけを持つ折紙モデルや幾何学モデルの開発に主眼をおく。

モデルの開発に際し、次に記す4つのテーマを採り上げる。①群論の観点から折線の展開図を捉え、種々の展開図を数学的に再整理する。②3次元に展開することを目的とする新しい平面充填折紙モデルを系統的に開発し、3次元のフラクタル等の数学に関連する模型の開発を行う。③黄金比を含めて生命や自然を形作る基本形を提案するとともに、これを基本に実際に教育の現場でも採用できるような、数学や幾何学で裏打ちされたレベルの高いモデルを開発する。④芸術、デザインにも応用できる曲線の折り紙を世界に先駆けて数理的に構築する。

本研究の最終目標は、知的教育のための模型や玩具を生

み出す新しい産業を創出するための礎となる基礎的研究を系統的に行い、これをまとめあげることにある。

古来、幾何学は全ての学問の基礎であり、建築や医学、物理、化学に基づく工学、造形やデザイン学などその応用範囲は極めて広く、学際的研究においてはこれらの架け橋としてその取得が必須の基礎分野である。本研究は学術研究であられる様々な形の基礎となる3次元構造の幾何学モデルを平面や空間充填形などにに基づき折紙の展開図を用いて具現化し、これを教育、知育に用いられるようにすることに独創性をもつ。具体的な特色と意義は以下のようになる。

1) 初等教育で用いられる基本的なモデルについては面白さや斬新さに重点をおいたものとする。モデルを自作し、製作されたモデルを手にとることは数学的知識を容易に取得し、学ぶ意欲の涵養や創造力の習得を容易にし、教育で最も大事な達成感を得ることが期待出来る。

2) モデル製作については簡便に製作できるよう工夫する。これにより複雑な3次元の幾何学を子供のときから日常生活の中で体感できるようになり、自ら考える習慣や思考する楽しさを知り、数学の本質である考える楽しさを自然に会得できる。このようにして身につけた空間能力は、将来、広い学術の分野で新しい概念を引き出す原動力になると確信する。

3) 新しい幾何学へ挑戦させる高水準の膨張型の周期的空間充填の問題や新しい曲線折紙モデルの開発においては出来るだけ基本的なモデルを開発し準備する。折紙で作られる基本形を組み合わせることで色々の充填形を自由に試すことができ、創造性が要求され、啓発される。最先端の幾何学の難題や新しい折紙領域にチャレンジする面白さの体験を通じて学習することの意味を知る。

3. 研究の方法

楽しさ、面白さや驚きをも与えられる折紙および幾何学モデルをこれまでの成果を基本に発展させ、数学・幾何学的に裏打ちされたモデル、数学的知見を容易に習得できる折紙モデル・幾何学モデルを開発する。関連する数学的事項は、周期的および非周期的平面充填と空間充填、フラクタル、自己相似および黄金角などである。実際の製品製作や産業応用を行えるよう工学的見地から出来るだけ簡素化されたモデル開発と加工方法を追及する。

以下に具体的な数理事項の開発項目を挙げる。

- 1) 周期的な折紙展開図の整理と新しい展開図の創出。
- 2) 正多角形を用いた正充填形やアルキメデスの充填形などの周期的な平面充填図形を基に、正多面体、準正多面体、およびそれらの双対関係や相互関連を簡単に理解できる効率的な折紙展開図の開発。
- 3) 正多面体や準正多面体などの基本の立体を平面に折り畳んだ状態から瞬時に3次元化できる折紙展開図を系統的に開発。組み合わせられた正多面体をリンク機構で別の充填形に変換するモデルを開発し、これらを改良して子供が夢中になるような実用的な小物類をデザイン。
- 4) 数学的観点から、新しい非周期的充填法を開発し、これらを用いて曲線折紙の基本図形を開発。
- 5) 周期的な空間充填モデルから派生する振れ多面体とトンネル構造のモデル化。
- 6) 対角線長比が黄金比の菱形面で構成される2種の菱形6

面体、およびこれらを組み合わせてできる菱形 12,20,30 面体を基本とする基本的な発展モデルの折紙展開図の製作と基本的な非周期的・膨張形の空間充填モデルの開発。

(7)模型を簡便・安価に製作するための効率的加工法の研究と開発。

上述の教材開発を行いながら、小・中学生以上を対象とする講習会などで反応などを調査した後、教材としての総合的な調整と仕上げを行う。

4. 研究成果

以下に開発したモデルを示す。

①正充填を用いた 3 次元構造物の製作

図 1(a)の正 3 角形の平面充填形から中央に正 8 面体 1 個、周辺に正 4 面体 4 個を作ることができる(図 1(c))。これは図 1(d)のようにヒンジで繋がれた正 4 面体が回転して図 1(e)のような大きな正 4 面体になる。すなわち、正 4 面体が小さな正 4 面体 4 個と正 8 面体 1 個で出来ていることが分かる。この操作は無限に続けることが出来るが、これはシャルピンスキーのガスケット(図 1(e))あるいはメンガーのスポンジなどのような 3 次元フラクタル構造の自作と視覚化を実現する。図 1(f),(g)は正 20 面体が正 8 面体に内包されることを示したもので、正 20 面体(図 1(h))を基本にその稜線上に鞍形状体(図 1(i))を貼り付けるデザインになっている。図 1(j),(k)は正方形の充填形に切込みを入れることで、菱形 12 面体の充填形ができることを示している。

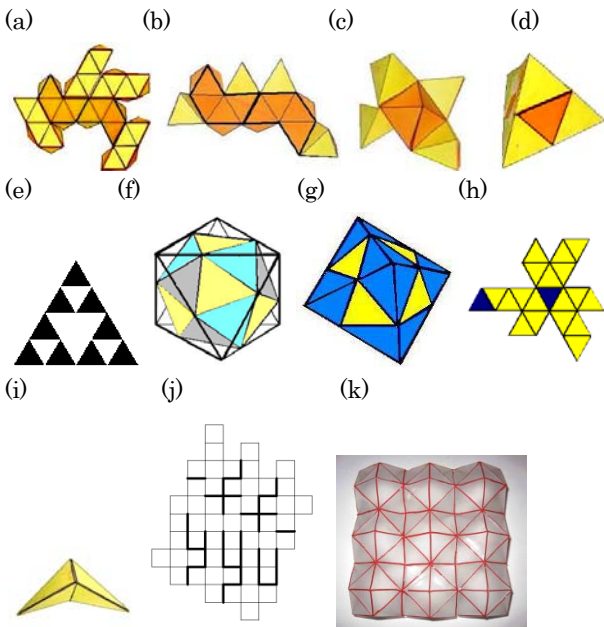


図 1 正充填を用いた 3 次元構造物

②瞬時に展開して立体化する 3 次元構造の折紙モデル

準正多面体などの幾何学の基本的な立体を瞬時に作れる折り畳み形の折紙展開図を図 2 に示す。図 2(a)は立方体の 4 次元構造にあたる菱形 6 面体を作るための展開図であり、図 2(b)は平面の状態から立体になる様子を示す。図 2(c),(d)には立方 8 面体、図 2(e),(f)には変形 20・12 面体の

それらを示す。図 2(g)~(j)にその他の例を示す。菱形 12 面体は立方体と同様に単独で空間充填できるためこのモデルの側面を張り合わせてゆくことで空間充填モデルやトンネル構造(ねじれ多面体)も作られる。立方 8 面体を 2 段にし、上面に穴をあけたモデルを図 2(k),(l)に示す。

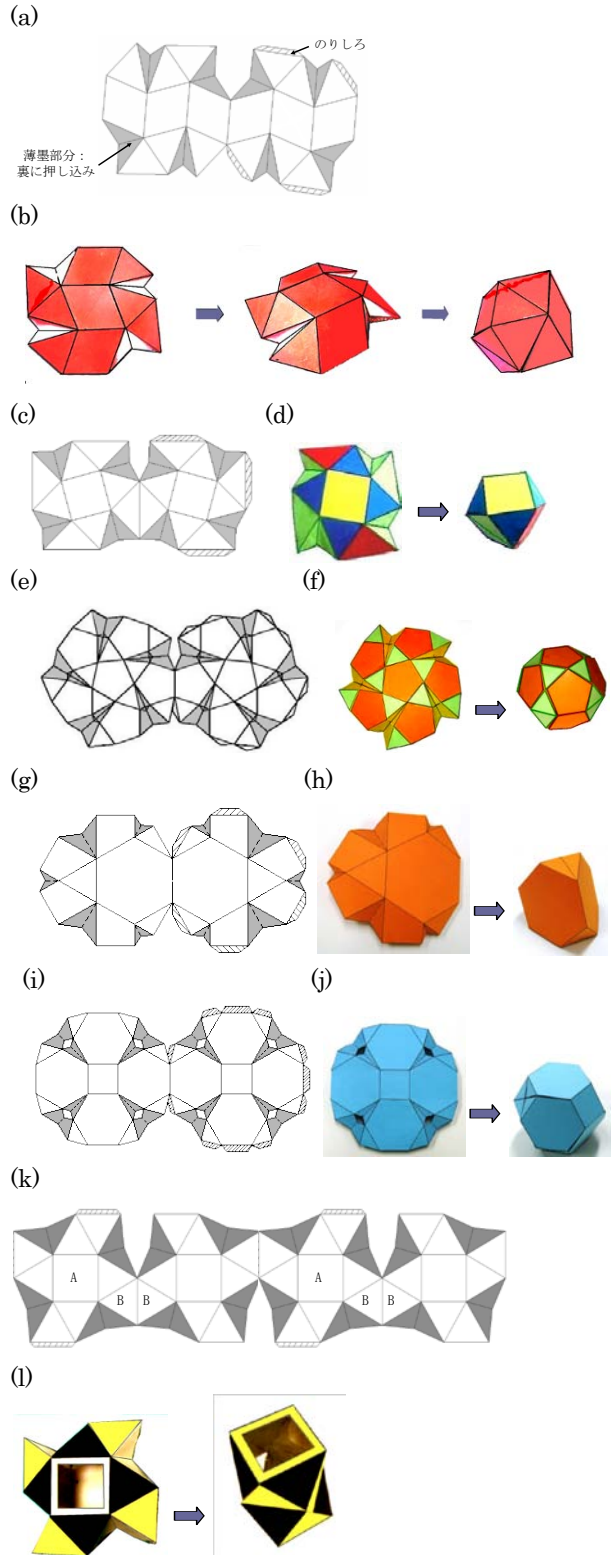


図 2 瞬時に展開できる準正多面体や幾何学的に重要な多面体

③平面の非周期的な充填法の開発

非周期的な螺旋状の平面充填のモデルを図3に示す。これらは多角形の一部を組み合わせ得られたもので、図3(a)はペンローズの黄金の平行4辺形の組み合わせの基本図形、図3(b)はペンローズタイルの螺旋版である。図3(c)~(e)は異なる基本図形による螺旋充填、図3(f)~(i)は非周期形である。図3(j)は図3(f)を更に細かい要素にしたものである。

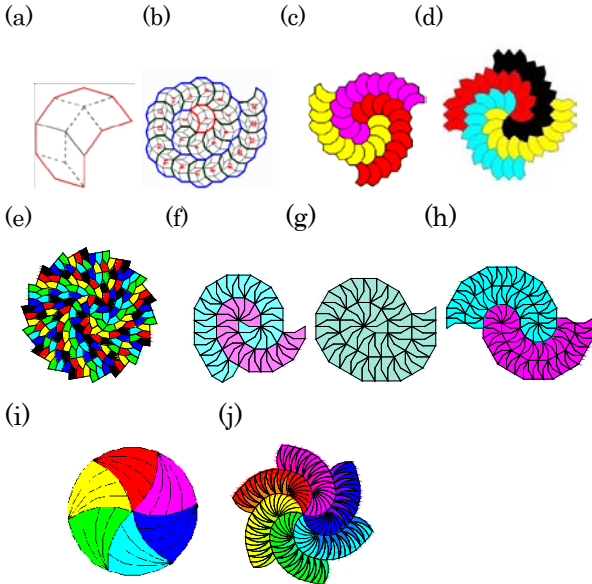


図3 非周期的な平面充填の例

④曲線の折紙の構築

曲線状の折線で平坦折りは出来ないが、この折線によっても平面紙の3次元化ができ、仕上がりがしなやかで、デザイン性に優れた特性を持つ。この曲線状折線を微小な直線で置き換え、慣用の直線折紙の延長として取り扱う。最初に等長変換が可能な多角反柱を積み上げた柱状体を基本にしたものを図4(a),(b)に、円柱を斜め切断したとき得られる曲線を折線とした波型折りを図4(c),(d)に示す。円錐を斜め切断して得られる曲線を折線とした例を図4(e),(f)に示す。図4(g)は円形膜の巻き取りモデル、図4(h)はこれを曲線折紙に変えたモデルである。図4(i)は正多角半柱であり、これを曲線折紙にすると図4(j)になる。図4(k)は直線折紙の平面充填形であり、これを曲線折紙にすると図4(l)になる。

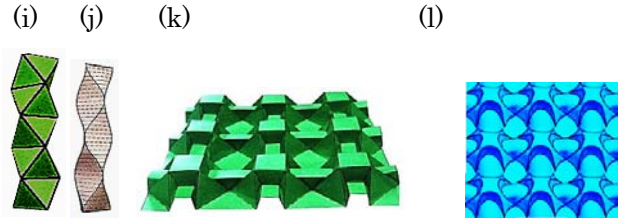
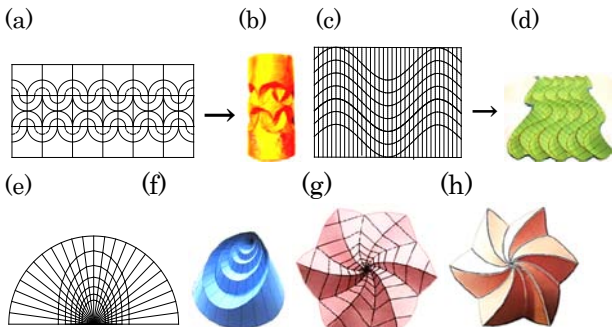


図4 曲線折紙

⑤黄金の菱体による膨張する空間充填モデル

3次元空間を1点から膨張するようにして非周期的に充填する方法として、2本の対角線長が黄金比からなる菱形6面からなる黄金の菱体を用いる。この菱体は2種類(AとO)あり、展開図を図5(a),(b)に示す。Aを2個、Bを2個接合したものが図5(c),(d)で、図5(e)はAを20個貼り付けた核である。図5(f)のようにA,B2個ずつ貼り付けると図5(g)の菱形12面体になり、これを基本に菱形20、30面体が作られる(図5(h),(i))。例えばAを10個辺で接合しこれを核にして上下に20面体を置いたもの(図5(j))に12面体を5個貼り付けると2倍寸法の20面体(図5(k))となる。2倍寸法の菱形30面体(図5(l))も同様に出来る。図5(e)の核は頂点で接合されて図5(m)のようになり、図5(e)の核を用いると図5(n)のような3次元の膨張する構造の骨格構造になる。

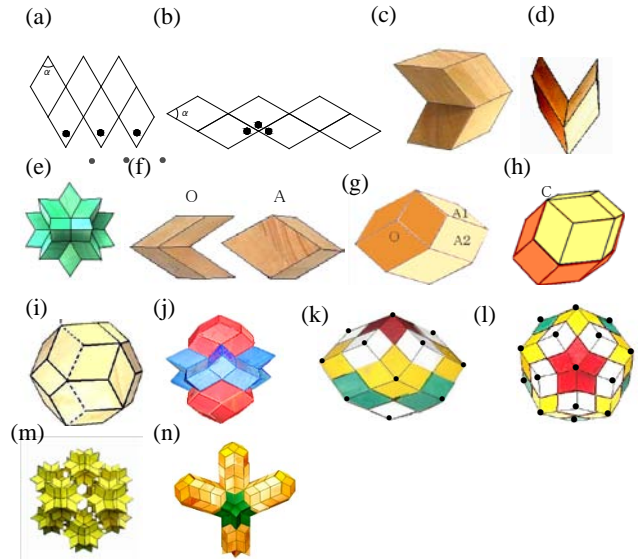


図5 1点から膨張する3次元空間充填の例、黄金の菱形6面体2種の組み合わせが基本

上述の開発モデルを児童、生徒に見せたところ、大いに興味を示した。研究期間中にこれらを教材化するまでにはいたらなかったが、教材化すれば、必ず児童、生徒の学習意欲を高め、将来科学技術の担い手となる人材育成の役に立つことを確信した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計6件)

- ①石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎: 等角写像の折紙への応用(巻き取り可能な円形膜作成法)、日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 801, pp. 1561-1569 (2013-5)
- ②Sachiko Ishida, Taketoshi Nojima, Ichiro Hagiwara ; Application of Conformal Maps to Origami-Based Structures: New Method to Design Deployable Circular Membranes, in Proceedings of ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Paper No. DETC2013-12725, 4-7 Aug, 2013, Portland, USA.
- ③石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎: 湾曲した筒の折り畳みモデル化、日本機械学会論文集 C 編, Vol. 79, No. 808, pp. 5117-5127 (2013-12)
- ④石田祥子, 野島武敏, 萩原一郎: 等角写像を利用した折り畳み可能な湾曲した筒型構造物設計、日本応用数理学会論文誌, Vol. 24, No. 1, pp.43-58 (2014-3)
- ⑤杉山文子, 野島武敏: 球状膜を半径方向に収縮させながら軸方向に折り畳む方法の開発: 日本機械学会論文集、Vol.80, No.814, p.DR0170(2014/6/25 発行)、p.1-10、DOI:10.1299/transjsme.2014dr0170
- ⑥安井位夫、上野広: 2 次元 CAD と手描き製図による教育効果の比較と授業改善の試み、工学研究、62 巻、pp56-62,2014

[学会発表](計 11 件)

- ①杉山文子、野島武敏: 曲線折紙とそのものづくりへの応用: 日本機械学会 D&D2011、高知工科大学、2011.9.6
- ②野島武敏: 剛体折紙による造形と関連する課題: 日本機械学会 D&D2011、高知工科大学、2011.9.6
- ③杉山文子: 曲線折り紙の幾何学的解釈: 日本応用数理学会 2011 年度年会、同志社大学、2011.9.15
- ④杉山文子: 曲線折紙による 3 次元構造物の制作: 日本応用数理学会 2012 年度年会、稚内全日空ホテル、2012. 8. 31
- ⑤杉山文子: 曲線折り紙の数理的解釈: 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会、慶応大学日吉キャンパス、2012. 9. 18
- ⑥杉山文子: 折紙の展開収縮機能: 「折紙の数理とその応用」出版記念講習会、早稲田大学西早稲田キャンパス、2012. 10. 3
- ⑦杉山文子: 曲線折紙の数理的取り扱い: 平成24年度 文部科学省 数学・数理学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ「折紙工学の深化と適用拡大に貢献する数理学」、明治大学駿河台キャンパス、2012. 11. 15
- ⑧杉山文子、野島武敏: 閉じた膜構造の折り畳み法: 日本機械学会 Dynamic & design conference 2013、九州産業大学、2013.8.29
- ⑨野島武敏、杉山文子: 折紙と切紙の融合、日本応用数理学会 2013 年度年会、アクロス福岡 2013.9.10
- ⑩杉山文子: 回転軸対称構造物の折り畳み: 平成 25 年度 文部科学省 数学・数理学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ「折紙工学の深化と適用拡大に貢献する現象数理学」、明治大学中野キャンパス、2014.3.28
- ⑪安井位夫: 基礎製図授業での手描き製図における課題の改善とその効果、平成 26 年度工学教育協会講演会、広島大学、2014.8.28

[図書](計 2 件)

- ①杉山文子、野島武敏: 折り紙の数理とその応用(監修: 野島武敏、萩原一郎)、共立出版、2012 年発行
- ②杉山文子、野島武敏: 「応用数理ハンドブック」(監修: 日本応用数理学会)、朝倉書店、2013.10 発売

[特許、ソフトウェア等の知的財産](計 1 件)

- ①萩原一郎, 石田祥子, 野島武敏, 筒状折り畳み構造物の製造方法、筒状折り畳み構造物の製造装置、及び、筒状折り畳み構造物、特願 2013-164614 号、出願日: 2013.8.7.

6. 研究組織

(1)研究代表者

杉山 文子(SUGIYAMA FUMIKO)
京都大学・工学研究科・助教
研究者番号: 80162907

(2)研究分担者

安井 位夫(YASUI TAKAO)
東京工業大学・理工学研究科・助教
研究者番号: 70143691

野島 武敏(NOJIMA TAKETOSHI)

明治大学・公私立大学の部局等・研究員
研究者番号: 40026258