

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 6 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23310103

研究課題名(和文)最適停止の理論とそのファイナンス・金融工学への応用に関する総合的研究

研究課題名(英文) Studies on Optimal Stopping Theory and Its Applications to Financial Economics and Engineering

研究代表者

大西 匡光(OHNISHI, Masamitsu)

大阪大学・経済学研究科(研究院)・教授

研究者番号：10160566

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 14,300,000円、(間接経費) 4,290,000円

研究成果の概要(和文)：大西は金利デリバティブの価格付けに現れる最適停止問題と最適停止ゲームの理論と応用を研究した。田畑は確率的Verhulst-Gompertz過程のもとでのデリバティブの価格付けの研究を行った。西原は多次元の拡散過程に対する最適停止問題の理論とリアル・オプション問題への応用を研究した。山崎は負のジャンプを持つレヴィ過程に対する最適停止問題と最適停止ゲームの理論とそのファイナンス・金融工学やオペレーションズ・リサーチへの様々な応用を研究した。

メンバー全員、国際ジャーナルや国内外で開催された様々な国際会議、ワークショップ、シンポジウム、セミナー、研究集会において、それぞれの研究成果を報告した。

研究成果の概要(英文)：Ohnishi mainly studied the theory and applications of optimal stopping problems and optimal stopping games appeared in the pricing of interest rate derivatives. Tabata mainly studied the pricing of derivatives under stochastic Verhulst-Gompertz processes. Nishihara mainly studied the theory of the optimal stopping problems of multi-dimensional diffusion processes, and their applications to the real option problems. Yamazaki studied the theory of the optimal stopping problems and optimal stopping games of Levy processes with negative jumps, and their various applications to financial economics and engineering, and operations research.

All of the members published their research results in many international journals, and at various international conferences, workshops, symposia, seminars, and research meetings held in or outside of Japan.

研究分野：オペレーションズ・リサーチ，ファイナンス・金融工学

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学，社会システム工学・安全システム

キーワード：Optimal Stopping Financial Economics Financial Engineering Risk Management Real Option Levy Processes

### 1. 研究開始当初の背景

最適停止の研究は、応用数理統計学、応用確率モデル、ファイナンス・金融工学、等の様々な応用分野において、別個に発展を遂げてきた。そこで、最適停止の理論と応用に関する研究の歴史を概観して、各分野での理論・応用・解法についての研究の現状・動向を把握した上で、とりわけファイナンス・金融工学へのさらなる応用を意図した、理論の整備と応用範囲の拡大が求められていた。

### 2. 研究の目的

応用数理統計学、応用確率モデル、ファイナンス・金融工学、等の様々な応用分野において、別個に発展を遂げてきた最適停止の理論と応用に関する研究の歴史を概観して、各分野での理論・応用・解法についての研究の現状・動向を把握する。そして、それらの分野を横断的な観点から捉え直し、解決済み、あるいは解決すべきことを総括した上で、とりわけファイナンス・金融工学へのさらなる応用を目的として、今後進むべき重要な研究方向(群)についての提言を行うとともに、我々研究チームも、最適停止の理論・応用・解法についての、研究上のさらなる発展への貢献を目指した総合的研究を行った。研究プロジェクト開始時点で、既に各メンバーが一定の成果を得ており、さらなる研究成果が期待された、具体的な研究例としては、複数回の停止が許される場合、多次元の拡散過程、あるいはジャンプを伴う確率過程に対する最適停止、等が挙げられる。

### 3. 研究の方法

最適停止の理論は、統計的品質管理・逐次検定・逐次統計的検定の分野において誕生し、その後、応用数理統計学、応用確率モデル、ファイナンス・金融工学、等の様々な応用分野において、別個に著しい発展を遂げてきたものの、それらの分野が横断的な観点から捉えられることは希であったため、すでに解決済み、あるいは未解決なことの整理がなされていなかった。そこで、研究チームのメンバー(研究代表者・研究分担者)全員が参加する勉強会・研究会を、原則毎週、開催して、応用数理統計学、応用確率モデル、ファイナンス・金融工学、等の様々な応用分野において発展を遂げた最適停止に関する研究の歴史を概観して、それら各分野での理論・応用・解法についての研究の現状・動向を把握するよう努めた。そして、それらの分野を横断的な観点から捉え直し、解決済み、あるいは解決すべきことを総括した上で、とりわけ最適停止理論のファイナンス・金融工学へのさらなる応用を目的として、今後進むべき重要な研究方向(群)についての提言を行うとともに、我々研究チームも、最適停止の理論・応用・解法についての、さらなる研究上の発展への貢献を目指した総合的研究を行った。研究プロジェクト開始時点で、既に各

メンバーが一定の成果を得ており、さらなる研究成果が期待された具体的な研究テーマとその担当メンバーを挙げれば、下記の通りであった。

[最適複数回停止の理論とそのエキゾチック金利デリバティブの価格付けへの応用](担当:大西・田畑)。通常最適停止問題ではただ1回のみ停止のタイミングの最適化を図るが、最適複数回停止問題においては、予め定められた回数だけ停止することが許される状況を扱う。その応用例としては、変動金利払いと固定金利払いとの限定的な(複数)回数のスワップ(交換)を約束した金利デリバティブ(金利派生契約)の価格付け問題が興味深い。

[多次元の確率過程に対する最適停止の理論とそのリアル・オプション・モデル(ゲーム)への応用](担当:大西・西原)。リアル・オプション・モデル(ゲーム)の分析においては、その解法として、スムーズ・ペースティング(あるいはスムーズ・フィット)と呼ばれる解析的、あるいは準解析的方法が、常套手段として、適用されるが、その適用は1次元の拡散過程(連続な時間パラメータで連続なパスを持つマルコフ過程)に限定されるため、多次元の確率過程へは適用できない。一方、興味深いリアル・オプション・モデル(ゲーム)の多くは、自然には、多次元の確率過程に対する最適停止問題として定式化されるため、その有効な解法(解析的な、あるいは準解析的な方法)の開発が求められていた。

### 4. 研究成果

メンバー全員は、原則毎週、大阪大学豊中キャンパスにおいて、研究会を開催し、最適停止問題を含む確率制御問題の理論とそのファイナンス・金融工学への応用についての最新の研究動向についての情報交換を行うとともに、将来の研究の方向性についての意見交換を行った。また、メンバー全員、国内外の学会、研究会に多数出席し、研究発表を行うとともに、研究情報の収集・交換を行った。メンバーごとの研究活動の概要と成果は下記の通りである。

大西は、金利デリバティブの価格付けに関連して、複数回停止可能な最適停止問題の研究を行った。また、売り手と買い手の双方が停止オプションを持つ金利デリバティブの価格付けと講師戦略に関する研究も行った。さらに、地震災害などのカタストロフ・リスクをヘッジする手段としてのカタストロフ・オプションの価格付けについても、一定の成果を得て、国内外の学会で発表を行った。

田畑は、確率 Verhulst-Gompertz 方程式の下でのオプションの価格付けとヘッジングに関する研究を行った。また、効用関数が成長曲線で表現され、観光産業において、新たな企業が参入する最適機会を導出するためのリアルオプション・モデルを研究した。さ

らに、ハイテク企業の経営戦略をファジイ理論と最適停止問題とを融合させて誘導した。

西原は、複雑な利害関係者とペイオフ構造をもつリアルオプション・モデルの構築と分析を多く行った。特に、多次元の状態変数(確率過程)を含む多次元モデルや、エージェンシー問題や非対称情報を含むモデルを開発することで、投資プロジェクト・マネジメントという問題を、総合的に分析した。

山崎は、先ず、最適相当問題のデュアルモデルにおいて、レヴィー測度にかかわらず、尺度関数を利用し最適解が得られることを証明した。また、その派生問題として、固定された取引費用を導入し、同様に解を求めた。さらに、spectrally negative なレヴィー過程の場合において、最適在庫管理問題および複数回停止可能な最適停止問題についての研究を行った。

メンバー全員、研究成果を様々な国際ジャーナルに投稿・公刊するとともに、国内外で開催された、多くの国際会議、ワークショップ、シンポジウム、セミナー、研究集会に出席し、研究成果を報告した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 1 件)

- 一部のみを挙げる。

Mehdi Bekralas Abdessalem and M. Ohnishi, Catastrophe Risk Derivatives: A New Approach, *Journal of Mathematical Finance*, 査読有, 4 (1), 21-34, 2014.

M. Nishihara and T. Shibata, Preemption, Leverage, and Financing constraints, *Review of Financial Economics*, 査読有, 印刷中.

M. Nishihara, Optimal Investment Decision under Regulatory and Environmental Risks, *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 査読有, 8, 7-77, May, 2013.

H. Akakabe and Y. Tabata, Option Pricing and Hedging under Stochastic Verhulst-Gompertz Equation, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 査読有, 74, 239-250, 2011.

赤壁弘康, 田畑吉雄, 確率的 Verhulst-Gompertz 過程のもとでの変動型行使価格をもつアジアオプション, *グローバル経営学会論文集*, 査読有, 2 号, 2014, 印刷中.

M. Egami and K. Yamazaki, Phase-type Fitting of Scale Functions for Spectrally Negative Levy Processes,

*Journal of Computational and Applied Mathematics*, 査読有, 264, 1-22, 2014.

B. A. Surya and K. Yamazaki, Optimal Capital Structure with Scale Effects under Spectrally Negative Levy Models, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 査読有, 印刷中.

E. Bayraktar, A. E. Kyprianou, and K. Yamazaki, Optimal Dividends in the Dual Model under Transaction Costs, *Insurance: Mathematics and Economics*, 査読有, 54, 133-143, 2014.

M. Egami and K. Yamazaki, On the Continuous and Smooth Fit Principle for Optimal Stopping Problems in Spectrally Negative Levy Models, *Advances in Applied Probability*, 査読有, 46 (1), 139-167, 2014.

[学会発表](計 7 2 件)

- 特筆すべき学会発表は無い。

[図書](計 0 件)

[産業財産権]  
出願状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

[その他]  
ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

大西 匡光(OHNISHI, Masamitsu)  
大阪大学・大学院経済学研究科・教授  
研究者番号: 1 0 1 6 0 5 6 6

##### (2) 研究分担者

西原 理(NISHIHARA, Michi)  
大阪大学・大学院経済学研究科・准教授  
研究者番号: 2 0 4 5 6 9 4 0

田畑 吉雄 (TABATA, Yoshio)  
大阪大学・大学院経済学研究科・准教授  
研究者番号：30028047

山崎 和俊 (YAMAZAKI, Kazutoshi)  
関西大学・工学部・助教  
研究者番号：50554937

(3)連携研究者  
なし