

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 2 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23340010

研究課題名(和文) 数学・物理学の様々な局面に現れるモジュラー・準モジュラー形式と多重ゼータ値の研究

研究課題名(英文) Study of modular/quasimodular forms and multiple zeta values appearing in various aspects of mathematics and physics

研究代表者

金子 昌信 (Kaneko, Masanobu)

九州大学・数理(科)学研究科(研究院)・教授

研究者番号：70202017

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 10,500,000円

研究成果の概要(和文)：一変数のモジュラー形式について、そのフーリエ級数の合同式、微分方程式との関連から、楕円曲線に付随するヘッケ形式でエータ積で書けるようなものを取り出すこと、また周期多項式と二重ゼータ値との関係、アフィン頂点作用素代数への応用、などの成果を得た。また多重ゼータ値については、高さが1の多重ゼータ値を、1を指数に含まない多重ゼータ値で明示的に書き表す公式、荒川金子ゼータ関数の補完的類似物の発見とその諸性質、そして、有限多重ゼータ値についての基本的性質および、対象多重ゼータ値を定義しての主予想の提示、などを行った。

研究成果の概要(英文)：For modular forms of one variable, we obtained some congruence results on Fourier coefficients of certain meromorphic modular forms, constructed newforms associated to elliptic curves over the rationals which can be written as eta products via differential equations satisfied by modular forms, and found relations between period polynomials of modular forms and double zeta values of level 2. This last result creates a bridge between modular forms and multiple zeta values. For multiple zeta values proper, we obtained a formula for the height one MZV in terms of MZVs of maximal height, defined and studied a kind of sibling function of the so called Arakawa-Kaneko zeta function, and studied basic properties of finite multiple zeta values. Notably, by introducing symmetric multiple zeta values, we proposed an astonishing main conjecture in the theory of finite multiple zeta values.

研究分野：代数学

キーワード：モジュラー形式 準モジュラー形式 多重ゼータ値 共系場理論 位相不変量

### 1. 研究開始当初の背景

数学・物理学のいくつかの分野において、ときに意外な形で登場しては研究者を惹きつけている、一変数のモジュラー形式、また多重ゼータ値について、研究代表者が本研究開始当初までに連携研究者や海外共同研究者と共にやってきた、超幾何微分方程式、共形場理論、ミラー対称性（の楕円曲線版）、位相不変量、ガロア表現などと関係するようなモジュラー・準モジュラー形式、多重ゼータ値の研究、とくにモジュラー関係の研究については開始以前の5年間の基盤(B)による研究、また多重ゼータ値については大学院生らと共に10年以上にわたり行ってきた共同研究、を背景として研究を開始した。

### 2. 研究の目的

古典的对象であるにもかかわらず、様々な分野でときに意外な形で登場する一変数のモジュラー形式や多重ゼータ値について、前の研究より引き継ぐ疑問、「何故それがモジュラーになるのか? また何故そこにモジュラー形式や多重ゼータ値が現れるのか?」という問を根底の問題意識としながら、前項で述べた、これまでのかなり広範な研究を基盤に、さらに視野を拡げながら、一層の深化と新しい立脚点の発見を目的とした。具体的な研究項目として次の5つを立てた。(1) 多重アイゼンシュタイン級数とモジュラー形式、ガロア表現の研究。(2) ある種の超幾何型微分方程式の解であるモジュラーおよび準モジュラー形式の研究。(3) 共形場理論、無限次元リー代数に現れるモジュラー形式の研究。(4) ミラー対称性の楕円曲線版と頂点作用素代数。さらに一般のミラー対称性と弦理論。(5) 種々の位相不変量とモジュラー形式、多重ゼータ値。これら個々の項目の理解と新たな展開、および相互関連の理解深化が目的である。

### 3. 研究の方法

連携研究者や海外共同研究者との議論や研究連絡を通してそれぞれの観点の理解を深めつつ、関連する分野の世界各地でのシンポジウムの報告集や、プレプリントなど、新しい情報の収集につとめ、検討を行った。また数式処理ソフトを使った計算機実験を行い新たな現象の発見を目指した。

### 4. 研究成果

主として研究代表者の研究成果を記し、最後に連携研究者の成果を抜粋して記す。

(1) 楕円モジュラー関数の実2次元での値に関する以前の研究に関連して、実2次元無理数のcaliberについての研究を継続して行い、特別な形の判別式についてcaliberの4を法とする値を決めた。これを森との共著論文として発表した。さらに、全ての判別式について、2を法とする値を完全に決定した。

これは坂田、武内との共著論文にまとめ、現在投稿中である。

(2) モジュラー形式についてのGarthwaiteの定理の一般化を証明し、それを応用して、ある種の重さの低い有理型モジュラー形式のフーリエ係数について、素数を法とする合同式を証明した。これはハワイ大学のGuerzhoyによって大きく発展させられた。我々の結果は本多との共著論文として発表した。

(3) Martin-Onoによる、楕円曲線に付随するnewformであってエータ積で書けるようなものの分類(それらは有限個である)を、全く別の観点、すなわちこれまで長く研究してきたモジュラー形式の満たす微分方程式から楕円曲線を取り出すという方法で再構成した。境との共著論文として発表した。この仕事は非常にmysteriousであり、今後の解明が待たれる。

(4) 深さが2の多重ゼータ値(2重ゼータ値)とモジュラー形式との関係に関する以前の研究(Gangl-Kaneko-Zagier)をレベル2の場合に一般化し、周期多項式と2重アイゼンシュタイン級数の関係をこの場合にも確立した。田坂との共著論文として発表した。

(5) Zagierと共同で研究中である「有限多重ゼータ値」に関連して、それがmulti-poly-Bernoulli数で書けるという結果を得た。この数についての基礎的な性質と共に今富、武田との共著論文にまとめ発表した。

(6) 高さが1の多重ゼータ値を、インデックスに1を含まないような多重ゼータ値("maximal height")のある対称的な和で表す公式を、いわゆるArakawa-Kanaekoゼータ関数を用いて証明した。そこでは発散の正規化の議論を用いる。また、正規化版の和公式も証明した。ここにも高さが1の多重ゼータ値が現れる。さらに、同じ重さを持つmaximal heightの多重ゼータ値全ての和の母関数が、2のみをインデックスにもつ等号付き多重ゼータ値と3のみをインデックスにもつ多重ゼータ値の母関数によって表されるという公式を発見、証明した。これはホフマン予想(ブラウンの定理)を思い出させる興味深いものであり、深さも動かしたときの2変数の母関数がどうなるか、など、更なる考察の余地があり発展が期待される。これらの成果は坂田との共著論文として発表した。

(7) ある種の微分方程式を満たすモジュラー形式の理論が、ある型のアフィン頂点作用素代数の分類に応用が出来ることを示した。具体的には、正整数レベルをもつアフィン頂点作用素代数で指標の次元が5以下のものをすべてリストアップし、その指標の空間の基底がモジュラー微分方程式の解で張られることを示した。一般には、指標はあるモジュラー微分方程式の解であることが知られているが、解全体が丁度指標の空間に一致する場合とそうでない場合がある。5次元以下の場合には常にそうであることを示したの

が本研究で、6以上の状況について調べていくのが今後の課題である。成果は有家、永友、境との共著論文として発表した。

(8) いわゆる Arakawa-Kaneko ゼータ関数とある意味で表裏一体であるような新たなゼータ関数を津村と共同で研究した。解析接続など基本的な性質の他、本来の Arakawa-Kaneko ゼータ関数との関係、多重ゼータ値や多重ゼータスター値との関係など、多くの興味深い結果を得ている。津村との共著論文は現在投稿中である。

(9) 有限多重ゼータ値を新たな枠組みで研究することを Zagier と共同で始め、数々の結果を得た。なかでも、有限多重ゼータ値に対応すると考えられる実数値の対象を導入し、「主予想」と呼ぶべき基本予想を提出した。数研講究録の別冊に間もなく出版予定の日本語論文は書いたものの、Zagier との英語論文の執筆は遅れている。しかしながらその内容は既に多くの数学者により咀嚼され発展させられつつある。本研究課題の中での最大の（かつ当初は全く予期しなかった）成果と言ってよいかも知れない。

その他、連携研究者の成果として、トラス結び目の量子不変量の1の冪根における値はモジュラー形式に近い性質を持つが、それについて新しい $q$ 級数の公式を得た。量子クラスター代数を用いて $R$ 行列の構成を試み、1の冪根において Kashaev の $R$ 行列が得られることを具体的に示した。 $N=2$  超対称共形場理論の指標はモックテータ関数の例となっているが、ある指数のヤコビ形式を共形場理論の指標で展開することによって非 BPS 状態数はモックテータ関数のフーリエ係数で書き表せる。この非 BPS 状態数が新しいムーンシャイン現象を示すことを指摘した（以上樋上）。多くの頂点作用素代数の指標はモジュラー微分方程式の解の基本系であるが、アフィン頂点作用素代数の中でも単純加群の数が20以下のものを考察し、幾つかの場合を除いて対応するジュラー微分方程式を求めた。さらに、モジュラー微分方程式の解の基本系とならない場合も確定した（以上永友）。双曲結び目の Kashaev invariant ( $N$ -colored Jones polynomial) の $N$ を無限大にしたとき、主要項に双曲結び目の体積があらわれるというのが体積予想であるが、次の項には結び目の twisted Reidemeister torsion が現れると予想されている。大槻との共同研究により、2-bridge knots のある適切な図式から twisted Reidemeister torsion を与える組み合わせ的方法をあたえた。更に、その図から Kashaev invariant の $N$ を無限大における2番目の項をあたえると予想される項の組み合わせの計算手法を与え、ある仮定のもとでそれらが一致することを示し、7交点までの双曲 2-bridge knots についての twisted Reidemeister torsion があらわれるという予想が正しいことを示した（高田）。エンリ

ケス曲面のなかに射影幾何学で Reye 合同と呼ばれる構造を持つクラスがあるが、これを3次元カラビ・ウ多様体の場合に考えてミラー対称性を調べた結果、Reye 合同型カラビ・ヤウ多様体が、双有理ではないが導来同値である別の3次元カラビ・ヤウ多様体と対（フーリエ・向井対）をなして現れることを発見した。また、フーリエ・向井対をミラー対称性の視点から考察する目的で、Reye 合同型カラビ・ヤウ多様体に対するミラー多様体の族を具体的に構成した。さらに、族のモノドロミーを明示的な計算によって決定して報告した（以上細野）。空間グラフの横田不変量を用いてハンドル体結び目の量子不変量を構成した。量子パラメータが1の冪根の場合の  $SL(2, \mathbb{C})$  の量子群の整でない最高ウェイト表現に対応する量子  $6j$  記号を求め、双曲四面体の体積との関係を明らかにした。さらに、一般化された双曲切頭四面体の体積を求める公式を与えた（以上村上）。代数体の幾何学的ガロア表現の「ヘッケ体」が、基礎体の多くの有限素点に対し、そこでのフロベニウスの跡だけで生成される事を証明した。また、代数体の1進表現の合同について研究し、応用として、代数多様体のエタールコホモロジーや保型形式から来る表現について「Rasmussen-Tamagawa 型」の結果を得た（以上田口）。

##### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計58件)

D.Choi, Y.Taguchi, On the Hecke fields of Galois representations, 査読有, to appear in Bulletin of the London Mathematical Society

M.Kaneko, Y.Ariake, K.Nagatomo, Y.Sakai, Affine vertex operator algebras and modular linear differential equations, 査読有, Letters in Mathematical Physics, Vol. 106, pp693-718, (2016), DOI:10.1007/s11005-016-0837-7

K.Nagatomo, Y.Sakai, Classification of vertex operator algebras with central charge  $1/2$  and  $-67/8$ , Proceeding of Japan Academy, Ser.A Ser. A Math. Sci., 92 pp33-37, (2016), DOI:10.3792/pjaa.92.33

M.Kaneko, M.Sakata, On multiple zeta values of extremal height, 査読有, Bull. Aust. Math. Soc. 93, pp186-193, (2015), DOI:10.1017/S0004972715001227

K.Nagatomo, Conformal field theories, modular functors and modular tensor categories, 査読有, Sugaku Expositions, 28(1), pp95-123, (2015), <http://www.ams.org.remote.library.osaka-u.ac.jp/mathscinet/search/publications.html?pg1=ISSI&s1=332520>

T.Otsuki, T.Takata, On the Kashaev

invariant and the twisted Reidemeister torsion of two-bridge knots, 査読有, *Geometry and Topology*, 19 pp853-952, (2015), DOI:10.2140/gt.2015.19.853

S.Hosono, Moduli spaces of Calabi-Yau complete intersections  $s$ , 査読有, *Nuclear Phys. B*, 898 pp661--666 (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.04.001>

K. Hikami, J.Lovejoy, Torus Knots and quantum modular forms, 査読有, *Research in the Mathematical Sciences*, 2:2(15pages), (2015), DOI:10.1186/s40687-014-0016-3

M.Kaneko, K.Imatomi, E.Takeda, Multi-Poly-Bernoulli Numbers and Finite Multiple Zeta Values, 査読有, *Journal of Integer Sequences*, Vol. 17, Article 14.4.5, (2014) <https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/VOL17/Kaneko/kaneko2.html>

S.Hosono, H. Takagi, Mirror Symmetry and Projective Geometry of Reye Congruences I, 査読有, *J. Alg. Geom.*, 23 pp279-312, (2014), DOI:10.1090/S1056-3911-2013-00618-9

S.Hosono, H. Takagi, Determinantal Quintics and Mirror Symmetry of Reye Congruences, 査読有, *Commun. Math. Phys.*, 329 pp1171-1218, (2014), DOI:10.1007/s00220-014-1971-7

M.Matsumoto, M.Saito, K.Matoba, A computable figure of merit for quasi-monte carlo point sets, 査読有, *Math. Comp.*, 83 pp 1233-1250, (2014), DOI:10.1007/978-3-642-41095-6-29

Y.Ozeki, Y.Taguchi, On congruences of Galois representations of number fields, 査読有, *Publ. RIMS*, 50, no. 2, pp287--306, (2014), DOI:10.4171/PRIMS/134

K.Hikami, R.Inoue, Braiding operator via quantum cluster algebra, 査読有, *Journal of Physics A*, 467, 474006, 21pages, (2014), DOI:10.1088/1751-8113/47/47/474006

M.Kaneko, K.Tasaka, Double zeta values, double Eisenstein series, and modular forms of level 2, 査読有, *Math. Ann.* 367, pp1091-1118, (2013), DOI:10.1007/s00208-013-0930-51

M.Kaneko, Y.Sakai, The Ramanujan-Serre differential operators and certain elliptic curves, 査読有, *Proc. Amer. Math. Soc.* 141 (2013), pp3421-3429, <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~M.Kaneko/papers.html>

M.Kaneko, K.Nagatomo, Y.Sakai, Modular Forms and Second Order Ordinary Differential Equations: Applications to Vertex Operator Algebras, 査読有, *Letters*

in *Mathematical Physics*, 103(4), pp439-453, (2013), DOI:0.1007/s11005-012-0602-5

J.Dick, M.Matsumoto, On the fast computation of the weight enumerator polynomial and the  $t$  value of digital nets over finite abelian groups, 査読有, *SIAM J. Discrete Math.*, 27-3 pp1335-1359, (2013), <http://dx.doi.org/10.1137/120893677>

Y.Kubo, Y.Taguchi, A generalization of a theorem of Imai and its applications to Iwasawa theory, *Math. Z.* 275, no. 3-4, pp1181-1195, (2013), DOI:10.1007/s00209-013-1176-3

A.Mizusawa, J.Murakami, Invariants of handlebody-knots via Yokota's invariants, 査読有, *J. Knot Theory Ramifications*, 22, (2013), 1350068, 21 pages, DOI:10.1142/S0218216513500685

⑳ F.Costantino, J.Murakami, On the  $SL(2, \mathbb{C})$  quantum  $6j$ -symbols and their relation to the hyperbolic volume, 査読有, *Quantum Topology*, 4, pp303-351, (2013), DOI:10.4171.QT/41

㉑ A.Kolpakov, J.Murakami, Volume of a doubly truncated hyperbolic tetrahedron, 査読有, *Aequationes Math.* 85, pp449-463, (2013), DOI:10.1007/x00010-012-0153-y

㉒ M.Kaneko, Y.Honda, On Fourier coefficients of some meromorphic modular forms, 査読有, *Bulletin of the Korean Mathematical Society*, 49(6), pp1349-1357, (2012), <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~M.Kaneko/papers.html>

㉓ K.Nagatomo, Y.Ariake, Some remarks on pseudo--trace functions for orbifold models associated with symplectic fermions, 査読有, *International Journal of Mathematics*, 24, (2012), DOI:10.1142/S0129167X13500080

㉔ T. Eguchi, K.Hikami,  $N=2$  moonshine, 査読有, *Physics Letters B*, 717, pp266--273, (2012)

㉕ J.Murakami, Volume formulas for a spherical tetrahedron, 査読有, *Proc. Amer. Math. Soc.*, 140, pp3289-3295, (2012), DOI:10.1090/S0002-9939-2012-11182-7

㉖ M.Kaneko, H. Yoshida, Y. Miwa, Elliptic curves and Fibonacci numbers arising from Lindenmayer system with Symbolic Computation, 査読有, *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing*, Vol. 22 (2), pp147-164, (2011), DOI:10.1007/s00200-011-0143-7

㉗ M.Kaneko, K.Mori, Congruences modulo 4 of calibers of real quadratic fields, 査読有, *Ann. Sci. Math. Quebec*, (2011), <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~M.Kaneko>

ko/papers.html

⑳ K.Nagatomo, Conformal field theory, modular functors and modular tensor categories. (Japanese), 査読有, Sūgaku, 63 pp396-420, (2011), [https://www.jstage.jst.go.jp/article/sugaku/63/4/63\\_0634396/\\_article/-char/ja/](https://www.jstage.jst.go.jp/article/sugaku/63/4/63_0634396/_article/-char/ja/)  
㉑ T.Takata, On the  $SO(N)$  and  $Sp(N)$  free energy of a rational homology 3- sphere, 査読有, International Journal of Mathematics, 22 pp465-482, (2011), DOI:10.1142/S0129167X11006866

[学会発表](計 101 件)

K.Nagatomo, Characterization of the minimal series of Virasoro vertex operator algebras, Vertex Algebra and Quantum Group, Banff International Research Station, Banff Center, Alberta, Canada, 2016.2.7-12

S.Hosono, Looking geometry from the moduli spaces of CICys, Russia- Japanese conference "Categorical and analytic invariants in Algebraic geometry 1", Steklov Mathematical Institute in Moscow, Russia, 2015.9.16

J.Murakami, Logarithmic invariant of knots and its applications, Braids, Configuration Spaces, and Quantum Topology, 東京大学数理科学研究科(東京都目黒区), 2015.9.7

Y.Ariake, 4th order modular linear differential equations and minimal models, Vertex Operator Algebras and related Topics, Sichuan University, Chengdu, China, 2015.9.7

Y.Taguchi, Galois 表現の Hecke 体について, 2015 大分整数論研究集会, ホルトホール大分(大分市), 2015.9.1

T.Takata, The slope conjecture for graph knots, 拡大 KOOK セミナー2015, 神戸大学(神戸市), 2015.8.19

K.Nagatomo, Classification of vertex operator algebras with central charge  $1/2$  and  $-67/8$ , Lie algebras, vertex operator algebras, and related topics, University of Notre Dame, USA, 2015.8.14-18

M.Kaneko, On the elliptic modular function  $j(\tau)$ , Seminar on Algebra, Geometry and Physics, Max Planck Institute for Mathematics, Bonn, Germany, 2015.8.11

Y.Taguchi, On the Hecke Fields of Galois Representations, Minisymposium "Class Groups and Zeta Functions of Function Fields", SIAM Conference on Applied Algebraic Geometry (AG15), NIMS, Daejeon, Korea, 2015.8.4

J.Murakami, Logarithmic invariants of knots in a three manifold, New Developments in TQFT, Centre for Quantum

Geometry of Moduli Spaces, Aarhus University, Denmark, 2015.7.31

M.Matsumoto, WAFOM with parameter for higher QMC: Revenge of the algebraic code, Part II, 10th IMACS Seminar on Monte Carlo Methods, JKU, Linz, Austria, 2015.7.6-10

K.Nagatomo, Modular forms, 3rd order ordinary linear differential equations and affine vertex operator algebras, Representation XI, Dubrovnik, Croatia, 2015.6.21-27

T.Takata, On the Kashaev invariant and the twisted Reidemeister torsion of two-bridge knots, Intelligence of Low-dimensional Topology, 京都大学数理解析研究所(京都市), 2015.5.22

J.Murakami, Volumes of hyperbolic an spherical polyhedrons, 8th Australia New Zealand Mathematics Convention, University of Melbourne, Australia, 2014.12.8

T.Takata, On the Kashaev invariant and the twisted Reidemeister torsion of two-bridge knots, Quantum Topology and Physics 2014 Fukuoka, 九州大学西新プラザ(福岡市), 2014.9.18

J.Murakami, Logarithmic knot invariants and hyperbolic volumes, Knots and Low Dimensional Manifolds, BEXCO Convention & Exhibition Center II, Busan, Korea, 2014.8.25

J.Murakami, Logarithmic invariant of knots, Quantum Curves and Quantum Knot Invariants, Banff International Research Station, Banff, Canada, 2014.6.19

J.Murakami, Volume conjecture for logarithmic invariant of knots, Mini-workshop on the Volume conjecture, Korea Institute for Advanced Study (KIAS), Seoul, Korea, 2014.6.11

K.Hikami, (Mock) modular form and quantum invariant, mock modular forms and physics, The Institute of Mathematical Sciences, Chennai, India, 2014.4.15

M.Matsumoto, Walsh Figure of Merit (WAFOM) for digital nets: An easy measure for higher order convergent QMC, 11th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, KU Leuven, Leuven, Belgium, 2014.4.7-11

㉒ J.Murakami, Generalized Kashaev invariants for knots in three-manifolds, Modern Trends in Topological Quantum Field Theory, Workshop II, Erwin Schr. A Nvdinger International Institute for Mathematical Physics, Vienna, Austria, 2014.3.20

㉓ M.Kaneko, On the elliptic modular function  $j$ , Modular functions and Quadratic forms-Number theoretic delights,

大阪大学中之島センター(大阪市),  
2013.12.21

②③ S.Hosono, Mirror symmetry of determinantal quintics, Workshop on Modular forms around string theory, Fields Institute, Toronto, Canada, 2013.9.16-20

②④ K.Hikami, Moonshine and  $N=2/4$  superconformal algebra, mock modular forms, moonshine, and string theory, Simons center for geometry and physics, USA, 2013.8.28

②⑤ M.Kaneko, Finite multiple zeta values, 28<sup>th</sup> Journies Arithmetiques JA2013, Fourier Institute, France, 2013.7.4

②⑥ J.Murakami, Volume formulas for a spherical tetrahedron, Geometric structures on low-dimensional manifolds, Korea Institute for Advanced Study, Seoul, Korea, 2013.5.24

②⑦ S.Hosono, BPS numbers and projective geometry of Reye congruences, The Geometry of Topological D-Branes, Categories, and Applications, The Erwin Schrodinger Institute, Vienna, Austria, 2013.5.13-17

②⑧ M.Kaneko, Double zeta values and modular forms, Modular form seminar, National Center for Theoretical Sciences, Taiwan, 2012.11.7

②⑨ M.Kaneko, The Ramanujan-Serre differential operators and certain elliptic curves, Number theory seminar, National Center for Theoretical Sciences, Taiwan, 2012.11.7

③⑩ J.Murakami, Logarithmic invariants for knots in three manifolds, 京都大学数理解析研究所(京都市), 2012.9.3

③⑪ J.Murakami, Quantum invariants of knots and the hyperbolic volume, Chern Institute of Mathematics, Tianjin, China, 2012.8.24

③⑫ K.Hikami, Superconformal algebra, mock theta functions, and moonshine, hypergeometric series and their generalizations in algebra, geometry, number theory and physics, Institut Henri Poincare, France, 2012.5.29

③⑬ M.Kaneko, The Ramanujan-Serre differential operators and certain elliptic curves, Workshop on Modular Forms, 九州大学伊都キャンパス(福岡市), 2012.5.7

③⑭ M.Kaneko, The Ramanujan-Serre differential operators and certain elliptic curves, Hawaii Conference in Algebraic Number Theory, Arithmetic Geometry and Modular Forms, University of Hawaii at Manoa, USA, 2012.3.6

③⑮ M.Kaneko, Congruences of Markoff numbers via Farey parametrization, Special Session of the AMS 2012 Spring Western Section Meeting, University of

Hawaii at Manoa, USA, 2012.3.4

③⑯ M.Kaneko, Markoff numbers and Farey sequences, The 1st International Congress on Natural Sciences (ICNS2011), Pukyong National University, Korea, 2011.8.26

③⑰ M.Kaneko, Double Eisenstein series and modular forms, Workshop on multiple zeta values, modular forms and elliptic motives, University of Bristol, UK, 2011.5.3

〔図書〕(計2件)

T.Arakawa, T.Ibukiyama, M.Kaneko, Springer, Bernoulli Numbers and Zeta Functions, (2014), 238 pages

M.Koike, 数学書房, 実験・発見・数学体験, (2011), 336 pages

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金子 昌信 (KANEKO, Masanobu)

九州大学 数理学研究院・教授

研究者番号: 70202017

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者

松本 眞 (MATSUMOTO, Makoto)

広島大学理学研究科・教授

研究者番号: 70231602

村上 順 (MURAKAMI, Jun)

早稲田大学理工学術院・教授

研究者番号: 90157751

永友 清和 (NAGATOMO, Kiyokazu)

大阪大学情報科学研究科・准教授

研究者番号: 90172543

細野 忍 (HOSONO, Shinobu)

東京大学数理科学研究科・准教授

研究者番号: 60212198

樋上 和弘 (HIKAMI, Kazuhiro)

九州大学数理学研究院・准教授

研究者番号: 60262151

田口 雄一郎 (TAGUCHI, Yuichiro)

東京工業大学理工学研究科・教授

研究者番号: 90231399

高田 敏恵 (TAKATA, Toshie)

九州大学数理学研究院・准教授

研究者番号: 40253398