様　式　C－１９、F－１９、Z－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２７ 年　 ６ 月　 ７ 日現在

機関番号： １２６０１
研究種目： 基盤研究(B)
研究期間： 2011～2014
課題番号： ２３３４００２３

研究課題名（和文） 有限体積法の数学的基盤理論の確立

研究課題名（英文） Mathematical theory of the finite volume methods

研究代表者
齊藤　宣一（Saito, Norikazu）

東京大学・数理（科）学研究科（研究院）・准教授

研究者番号：００３３４７０６

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　11,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究プロジェクトでは，構造保存型の数値解法として理工学各分野で広く応用されている有限体積法に対する数学的な基盤理論の開発とその現実問題への応用を行なった。基礎的な面では、離散ソボレフの不等式、補間誤差不等式の最良定数、離散Rellichの定理、離散最大値の定理、離散微分形式などについて応用指向の進んだ結果を得ることができた。応用面では、細胞性粘菌の数理モデルに対して、構造保存型の有限体積法を開発し、いままで未解決だった離散エネルギー不等式の証明に成功した。また、離散微分形式の応用としてLagrange力学に基づくエネルギー保存型数値解法の有限体積法への拡張を行なった。

研究成果の概要（英文）：This research project was aimed at development and application of the mathematical theory for the finite volume method that is a popular structure-preserving discretization method. From the mathematical stand-point, the discrete Sobolev inequality, interpolation error constants, discrete Rellich's theorem, discrete maximum principle, and discrete differential form were studied and many useful results were obtained. As an important application, results were applied to analysis of the finite volume method for the mathematical model describes the aggregation of slime molds resulting from their chemotactic features. In particular, the proof of the existence of a discrete free energy was succeeded. Another important application was an extension of energy-preserving numerical method based on Lagrange mechanics to the finite volume method by using the theory of the discrete differential form.

研究分野： 数値解析

キーワード： 数値解析　数理モデル　有限体積法　有限要素法　差分法

１．研究開始当初の背景

有限体積法(finite volume method, FVM)は，偏微分方程式(PDE)の局所的な保存性に基づく離散化手法である．すなわち，計算領域を control volume (CV)と呼ばれる小領域に分割し，考えている PDE を各 CV で積分する．そして，未知関数を各 CV 上で定数値をとる区分的定数関数で近似することで，（有限次元）近似方程式を得るわけである．もちろん，（空間変数に関する）微分を含む項の近似は自然には得られず，CV の形状に条件を課した後に，物理的な考察に基づき，近似式を導出する．例えば，移動や拡散効果を含む PDE の場合には，Gauss の発散定理を利用することになる．FVM は，差分法(FDM)と比べて，計算領域の形状に対する自由度が高く，また，Neumann 型境界条件の扱いが容易かつ自然である．一方，CV の生成は，有限要素法(FEM)のメッシュ分割と同様に手間がかかるが，ボロノイ図生成アルゴリズムが直接応用できるため，少なくとも空間２次元であれば，手作りのプログラムで，複雑な計算領域形状を扱えるという利点がある．また，一つの CV がそのまま一つの変数に対応しているので，近似方程式の構成が，FDM 並みに直感的であり，かつ FEM 並みに機械的にできる．FVM は自然に構造（流束，正値性）を保存する．さらに，導かれた近似方程式の計算コストについては，FVM, FDM, FEM については大きな差はない．このような理由で，FVM は，理工学における，とくに大規模な計算の現場で，かなり広く応用されている．とくに，離散化や計算を汎用ソフトなどに任せられず，手作りのプログラムが必要とされるような問題・現場において利用されていることは，FVM の存在感を象徴していると言えよう．
FVM の歴史は，1960 年代はじめにまで遡ることができ，現在に至るまでの間，決して理論的な研究がなかったわけではない．しかし，それらはどれも単発的であり，FEM のように一般理論があり，そこから各問題の解析に進んでいくという流れは，少なくとも 1990 年代後半より前までは，なかったようである．その理由として，FVM は，Galerkin 近似として特徴づけられないので，FEM のように関数解析や Sobolev 空間の理論がそのまま適用できないということが挙げられる．しかし，1990 年代後半には，様々な工夫により関数解析的手法による，FVM の理論的な研究が始められた．そして，定常線形問題に対する FVM の収束性，安定性については一通りの結果が得られたと言える．しかしながら，現実的な非定常非線形問題に対する解析は，以前として，ほとんど open のままである．特に，上述の線形問題に関する研究が，線形問題の解析を最終到達目標としてなされており，非線形問題への応用には適さないという障害がある．FVM が，現実の課題に対する，理解・予測・制御のための大規模シミュレーションの基盤技術としての役割を果たすためには，明快で見通しの良い基盤理論（解析理論の枠組み）の存在が不可欠である．しかし，現状ではこれが不十分であり，FVM の本質を見損ない，新しい問題への応用の可能性が制限されてしまう恐れがあった．

２．研究の目的

本研究プロジェクトでは，構造（流束，正値性）保存型の数値解法として理工学各分野で広く応用されている有限体積法に対する数学的な基盤理論を構築し確立する．ここで，基盤理論とは，（定常線形問題に留まらず）現実の非定常非線形問題に対する有限体積近似について，安定性・収束性を含んだ，手法の解析的性質，妥当性や適用限界を明らかにするための解析的な道具・枠組みのことである．同時に，差分法や有限要素法（特に不連続 Galerkin 法）と有限体積法の相互関係を研究するという方向からも，各々の方法の研究をより深化させる．
具体的な研究項目は次の通り：
A1. 線形問題に対する有限体積法の研究
A2. 非線形問題に対する有限体積法の研究
B1. 有限体積法の手法による差分法の研究
B2. 有限体積法，有限要素体積法，不連続 Galerkin 法の解析

３．研究の方法

「研究目的」に示した通り，本研究は A1, A2, B1, B2 の４つのユニットに分かれて遂行される．各ユニットの研究課題は，参加者の現在・過去の研究実績から直接に接続され，直ちに研究が開始できる．各課題に関する従来の観点に，本研究では，FVM を中心にした新たな観点を導入することで，今まで意識されなかった側面からのアプローチを模索し，研究の深化をはかる．

４．研究成果

A1. 特異摂動移流拡散方程式の有限体積近似において，摂動パラメータを $\varepsilon\to 0$ とした際にもロバストな誤差評価の導出に成功した．また，メッシュ分割に対してある種の対称性を仮定すると，ε への依存性が軽減されることを証明した．熱方程式の有限体積近似について，離散最大正則性の証明に成功した．最大正則性は，非線形放物型偏微分方程式の理論において中心的な役割を果たす概念であり，その離散化版が得られたことは，今後の有限体積法の数値解析において，強力な道具が得られたことになる．また，楕円型異方拡散方程式の有限体積・有限要素近似の離散最大値原理について，当初は，それを実現する離散化手法やメッシュ分割法の提案を目指していたが，良い結果は得られなかったため，狙いを変えて，与えられたメッシュ上で離散最大値原理が実現する拡散係数の条件の導出に狙いを変えたところ，明確な結果を得ることができた．また，その結果から，異方拡散方程式の離散最大値原理の実現に拘ることは，現実的でないことがわかった．また，分担者・土屋は，平面上の三角形要素上の関数補間に対する誤差解析の研究を進め，とくに，三角形上の高次 Lagrange 補間に対して，三角形の外接半径を用いた新しい誤差評価式を得た．この成果は，有限要素基礎理論の在り方に新しい方向性をもたらす，重要な成果である．

A2. 走化性粘菌の凝集現象を記述する Keller-Segel 系を単純化した系（Nagai モデル）に対して，質量保存，正値性保，エネルギー散逸性を，離散的にも再現する有限体積スキームの導出と，その誤差評価の導出に成功した．これら３つの性質を再現し，かつ（陽的な収束率を含む）収束性が保証されている数値スキームは世界初である．担者・村川は，非線形交差拡散系に対する汎用的で実装が容易な線形時間離散スキームについての解析を進めた．提案した時間離散スキームは有限体積法と相性が良いため、有限体積法を用いて空間離散化を行い、その全離散数値スキームの収束性を解析的に示した．
その後，既存の実装が煩雑な非線形解法の誤差評価にも成功し，どちらの解法でも収束率は同じで，更に，この収束率は最適なものであることを証明した．交差拡散系の数値解法に関する誤差評価の解析的結果はこれまでに無く，本研究の成果は重要なものである．さらに，分担者・村川は細胞接着を記述する数理モデルを提案し，その数理モデルと相性が良い有限体積法を用いて数値計算を行い，実際の実験で確認されている現象を再現することを確かめた．

B1. 分担者・降籏は，非線形現象を記述する偏微分方程式に対して，構造保存解法の一種である離散変分法を適用して非線形性を弱めつつ緩和構造保存性を保った実用性のあるスキームの構成に成功した．また，有限体積法と，非直方格子における差分法の関連性を調査，研究を進め，Voronoi 格子における Green の定理の差分化が flatness 条件を満たすならば自然な形で有限体積法の性質を満たすことなどを見出した．さらに，自由格子点配置に基づいて構成する差分法、特に Voronoi 格子による差分法と有限体積法との理論的関係についての研究を行い，Voronoi 格子上における Green 則が局所的に有限体積法の性質を満たすことなどを見出した．一方で，分担者・谷口は，ラグランジュ力学的エネルギー保存型数値解法について，新たに局所的なエネルギー保存則・運動量保存則を保つ数値解法の導出法を開発し，その応用として，エネルギー減衰性を保つ無反射境界条件の離散化法を提案した．さらに，離散微分形式の理論をラグランジュ力学に基づくエネルギー保存型数値解法と組み合わせることを行った．離散微分形式の理論はベクトルと微分形式の対応のさせ方によっては，有限体積法的なスキームを導出することができる．そのため，これにより，ラグランジュ力学に基づくエネルギー保存型数値解法の有限体積法への拡張が可能なことを見出した．
そして，エネルギー保存則を厳密に保つ数値解法である離散勾配法について，そのハミルトン力学的な構造を明らかにし，シンプレクティック多様体上のハミルトンフローと対応付く形に最定式化した．

B2. 異方拡散方程式に対して，HDG 法を適用し，通常の有限要素法（P1 要素）よりも，良い安定性が実現できるきることを，研究協力者・宮下とともに，実験的に確認した．連携研究者・菊地は，DG 法について，定式化，数値例による検証，誤差解析，実用化などの研究を遂行し，離散コンパクト性に関連する L^p収束性，Korn 型の不等式，ボクセル法の改良，離散型逆トレース定理，Stokes 方程式の近似，Korn 型の不等式の証明に成功した．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 22 件）

1. N. Saito and G. Zhou, Analysis of the fictitious domain method with an L^2-penalty for elliptic problems, Numer. Funct. Anal. Optim. 36 (2015) 501 – 527 （査読有） DOI: 10.1080/01630563.2015.1013554
2. K. Kobayashi and T. Tsuchiya, On the circumradius condition for piecewise linear triangular elements, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 32, 2015, 65--76（査読有） DOI: 10.1007/s13160-014-0161-5
3. A. Ishikawa, T. Yaguchi, Geometric Investigation of the Discrete Gradient Method for the Webster Equation with a Weighted Inner Product, JSIAM Letters, 7, 17-20, 2015（査読有）
4. A. Ishikawa and T. Yaguchi, Invariance of Furihata's Discrete Gradient Schemes for the Webster Equation with Different Riemannian Structures, AIP Conf. Proc., 1648, p. 180003, 2015 （査読有） DOI: 10.1063/1.4912466
5. T. Yaguchi, Hamiltonian structures of wave-type equations compatible with the finite element exterior calculus, AIP Conf. Proc., 1648, p.180002, 2015（査読有） DOI: 10.1063/1.4912465
6. G. Zhou and N. Saito, Analysis of the fictitious domain method with penalty for elliptic problems, Jpn. J. Ind. Appl. Math., 31 (2014) 57-85（査読有） DOI: 10.1007/s13160-013-0124-2
7. K. Kobayashi and T. Tsuchiya, A Babu¥v{s}ka-Aziz type proof of the circumradius condition, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 31, 2014, 193--210（査読有） DOI: 10.1007/s13160-013-0128-y
8. T. Tsuchiya, Finite element approximation of conformal mappings to unbounded Jordan domains, Numerical Functional Analysis and Optimization, 35, 2014, 1382-1397（査読有） DOI:10.1080/01630563.2013.837482
9. T. Matsuo and D. Furihata, A

stabilization of multistep linearly implicit schemes for dissipative systems, J. Comput. Appl. Math. 264, 38-48, 2014 （査読有）DOI: 10.1016/j.cam.2013.12.028
10. D. Hilhorst and H. Murakawa, Singular limit analysis of a reaction-diffusion system with precipitation and dissolution in a porous medium, Networks and Heterogeneous Media, 9(4) (2014), 669--682 （査読有）DOI:10.3934/nhm.2014.9.669
11. H. Murakawa, Error estimates for discrete-time approximations of nonlinear cross-diffusion systems, SIAM J. Numer. Anal., 52(2) (2014) 955-974 （査読有）DOI:10.1137/130911019
12. F. Kikuchi, D. Koyama, Strong L^p convergence associated with Rellich-type discrete compactness for discontinuous Galerkin FEM, JSIAM Letters, Vol.6 (2014) pp.25-28 （査読有）DOI: 10.14495/jsiaml.6.25
13. T. Yaguchi, Lagrangian Approach to Deriving Energy-Preserving Numerical Schemes for the Euler-Lagrange Partial Differential Equations, ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 47, 2013, 1493-1513 （査読有）DOI: 10.1051/m2an/2013080
14. 金澤宏紀，松尾宇泰，谷口隆晴,コンパクト差分に基づく離散変分導関数法,日本応用数理学会論文誌，23，2013，203-223 （査読有）
15. N. Saito, Error analysis of a conservative finite-element approximation for the Keller-Segel system of chemotaxis, Commun. Pure Appl. Anal., Vol. 11, Issue 1, (2012), 339-364 （査読有）DOI: 10.3934/cpaa.2012.11.339
16. H. Kanazawa, T. Matsuo and T. Yaguchi, A Conservative Compact Finite Difference Scheme for the KdV Equation, JSIAM Letters, 4, 2012, 5-8 （査読有）
17. T. Yaguchi, T. Matsuo and M. Sugihara, The Discrete Variational Derivative Method Based on Discrete Differential Forms, Journal of Computational Physics, 有，231，2012，3963-3986 （査読有）DOI: 10.1016/j.jcp.2012.01.035
18. 谷口隆晴，Lagrange 力学に基づく局所エネルギー保存型数値解法導出法と線形波動方程式に対する無反射境 界条件への応用，応用数理学会論文誌，22，2012，143-169 （査読有）
19. F. Kikuchi: Rellich-type discrete compactness for some discontinuous Galerkin FEM, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 29 (2) (2012) 269-288 （査読有）DOI 10.1007/s13160-012-0057-1,
20. Y. Miyatake, T.Matsuo and D. Furihata, Conservative finite difference schemes for the modified Camassa-Holm equation, JSIAMLetters, 3, 2011, 37-40 （査読有）
21. Y. Miyatake, T. Matsuo and D. Furihata, Invariants-preserving integration of the modified Camassa-Holm equation, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 28, 2011, 351--381 （査読有）DOI: 10.1007/s13160-011-0043-z
22. H. Murakawa, A linear scheme to approximate nonlinear cross-diffusion systems, Math. Mod. Numer. Anal. 45, 2011, 1141-1161 （査読有）DOI: 10.1051/m2an/2011010

〔学会発表〕（計　　件）
1. 劔持智哉，齊藤宣一，離散最大正則性の半線形熱方程式への応用，日本数学会年，2015.03.24，明治大学駿河台キャンパス．
2. 小山大介，菊地文雄，On the robustness of a hybridized DGFEM for nearly incompressible elasticity，日本数学会年会，2015.03.24，明治大学駿河台キャンパス．
3. 菊地文雄，小山大介，ほとんど非圧縮性の媒質に対する混合型ハイブリッド不連続ガレルキン有限要素法，日本応用数理学会 2015 年研究部会連合発表会，2015.03.06-07，明治大学中野キャンパス
4. 小林健太，土屋卓也，三角形要素上の関数補間とその誤差について，日本応用数理学会 2015 年研究部会連合発表会，2015.03.06-07，明治大学中野キャンパス
5. 谷口隆晴，ハミルトン偏微分方程式に対する構造保存型数値解法，日本学術会議第 4 回計算力学シンポジウム，2014.12.01，東京．
6. 劔持智哉，齊藤宣一，抽象的 Cauchy 問題に対する離散最大正則性と有限 要素法への応用，日本数学会，2014.09.25-28，広島大学東広島キャンパス ．
7. 上田祐暉，齊藤宣一，B-spline に基づく高精度逐次的時間離散化法の解析，日本数学会，2014.09.25-28，広島大学東広島キャンパス ．
8. 劔持智哉，齊藤宣一，抽象的 Cauchy 問

題に対する離散最大正則性と有限 要素法への応用, 2014.09.05, 応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学

9. 小山大介, 菊地文雄, ハイブリッド型 DGFEM による平面弾性問題の数値計算, 2014.09.05, 応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学
10. 小林健太, 土屋卓也, 三角形要素上の Lagrange 補間の誤差について, 2014.09.05, 応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学
11. G. Zhou and N. Saito, Error analysis on finite-volume approximation for a parabolic-elliptic system modeling chemotaxis and the numerical blow-up analysis, EASIAM 2014: East Asia Section of SIAM 2014, Ambassador City Jomtien, Pattaya, Chonburi, Thailand, 2014.06.23-25
12. 菊地文雄,小山大介, 不連続ガレルキン有限要素法に関する若干の理論的結果, 第 19 回計算工学講演会, 2014.06.12, 広島国際会議場 (平和記念公園内).
13. 小島広樹, 松尾宇泰, 降籏大介, 離散不等式の解析と非線形シュレディンガー方程式に対するある保存差分スキームの理論解析, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 20140.3.19-20, 京都大学吉田キャンパス.
14. 周冠宇, 齊藤宣一, Analysis of a finite volume scheme for the Keller-Segel system of chemotaxis, 日本応用数理学会研究部会連合発表会,20140.3.19-20, 京都大学吉田キャンパス.
15. 菊地文雄,小山大介, 不連続ガレルキン有限要素法に関連する離散型逆トレース定理,日本応用数理学会研究部会連合発表会, 20140.3.19-20, 京都大学吉田キャンパス.
16. 谷口隆晴, 土屋卓也, 境界付き多様体上における有限要素外積解析の弱形式の適切性について,, 日本数学会, 2014.03.15-18, 学習院大学理学部.
17. 周冠宇, 齊藤宣一, Error analysis of a finite volume scheme for the Keller-Segel system of chemotaxis, 日本数学会, 2014.03.15-18, 学習院大学理学部.
18. 佐々木多希子, 齊藤宣一, 非線形波動方程式の差分解の爆発について,, 日本数学会, 2014.03.15-18, 学習院大学理学部.
19. 佐々木多希子, 齊藤宣一, Linearly implicit finite-difference schemes for a nonlinear wave equation with application to approximation of the blow-up time, 応用数学合同研究集会, 2013.12.19-21, 龍谷大学理工学部
20. 降籏大介, ボロノイメッシュ:有限体積法に適した空間離散化法, UTNAS 数値解析セミナー, 2013.11.26, 東京大学.
21. G. Zhou and N. Saito: Fictitious domain method with the L^2-penalty and application to the finite element and finite volume methods,日本数学会, 2013.09.24-27, 愛媛大学理学部
22. 谷口隆晴,有限要素外積解析に基づく波動型方程式に対するエネルギー保存型数値解法 (招待講演), 日本数学会, 2013.09.24-27, 愛媛大学理学部
23. 村川秀樹, 交差拡散系に対する時間離散スキームの誤差解析, 日本数学会, 2013.09.24-27, 愛媛大学理学部
24. 小山大介,菊地文雄,Korn's inequality for a hybridized discontinuous Galerkin FEM with lifting operator, 日本数学会, 2013.09.24-27, 愛媛大学理学部
25. 周冠宇, 齊藤宣一, 仮想領域法 (L^2処罰法) とその有限要素法および有限体積法の誤差解析,日本応用数理学会, 2013.09.09-11, アクロス福岡
26. 菊地文雄,小山大介, 不連続ガレルキン法のレリッヒ型離散コンパクト性に関連したL^p強収束, 日本応用数理学会, 2013.09.09-11, アクロス福岡
27. 村川秀樹, 細胞接着について, 有限体積法の数学的基盤理論の確立 III, 愛媛大学, 2013.08.03
28. 谷口隆晴,シンプレクティックフローとしてのシンプレクティック数値積分法, 有限体積法の数学的基盤理論の確立 III, 愛媛大学, 2013.08.03
29. 菊地文雄, 不連続ガレルキン法の理論的考察, 有限体積法の数学的基盤理論の確立 III, 愛媛大学, 2013.08.03
30. 齊藤宣一, 特異摂動楕円型問題の有限体積近似,有限体積法の数学的基盤理論の確立 III, 愛媛大学, 2013.08.03
31. 齊藤宣一, 作用素の分数冪の有限要素法・有限体積法への応用, 有限体積法の数学的基盤理論の確立 III, 愛媛大学, 2013.08.03
32. T. Tsuchiya, On the Circumradius Condition on Triangular Elements, East Asis SIAM conference, 2013.06.18, The Newton Hotel, Bandung, Indonesia
33. 土屋卓也,有限要素法の諸問題について, UTNAS 数値解析セミナー, 2013.05.07, 東京大学 (東京)
34. 菊地文雄, 小山大介, Strong L^p convergence associated with Rellich-type discrete compactness for discontinuous Galerkin FEM, 日本数学会,2012.09.21, 九州大学伊都キャンパス.
35. 小林健太, 土屋卓也, 三角形要素上の外接半径条件について, 日本数学会, 2012.09.21, 九州大学伊都キャンパス.
36. 小林健太, 土屋卓也, 三角形要素上の外

接半径条件について, 日本応用数理学会, 2012.08.29-31, 稚内全日空ホテル

37. 菊地文雄, 小山大介, 不連続ガレルキン法のレリッヒ型離散コンパクト性に関連したL^p強収束, 日本応用数理学会, 2012.08.29-31, 稚内全日空ホテル
38. N. Saito, Discrete extinction phenomenon in fast diffusion equations, The 4th CJK: The 4th China-Japan-Korea Conference on Numerical Mathematics, 2012.08.25-28, Piazza Omi, Otsu City, Shiga, Japan.
39. N. Saito: Finite volume approximation for fast diffusion equations, EASIAM 2012: The 8th East Asia SIAM Conference, 2012.06.25-27, National Taiwan University, Taipei, Taiwan.
40. 齊藤宣一, Numerical method for fast diffusion equations, 非線形現象の数理と数値解析 2012, 2012.05.26, 富山大学人間発達科学部.
41. 齊藤宣一, 任意の三角形分割上で最大値原理を実現する有限要素近似について, 日本数学会, 2012.03.29, 東京理科大学
42. 村川秀樹, 非線形交差拡散系の線形数値解法, 日本数学会, 2012.03.29, 東京理科大学
43. 村川秀樹, 反応拡散系近似：理論と応用（特別講演）, 日本数学会, 2011.10.01, 信州大学松本キャンパス.
44. 菊地文雄, 不連続ガレルキン法での離散コンパクト性について, 日本数学会, 2011.10.01, 信州大学松本キャンパス.
45. 谷口隆晴, 変分構造をもつ楕円型方程式に対する離散勾配法の応用, 日本応用数理学会, 2011.09.14-16, 同志社大学
46. D. Furihata, Discrete Variational Derivative Method on Voronoi Mesh, ICIAM 2011: The 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Vancouver Convention Centre, Vancouver, BC, Canada, 2011.07.08-22
47. N. Saito, Maximum-norm error estimate of the finite volume approximation for a convection-diffusion equation, ICIAM 2011: The 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Vancouver Convention Centre, Vancouver, BC, Canada, 2011.07.08-22
48. N. Saito, Analysis of the finite volume approximation for a degenerate parabolic equation, EASIAM 2011: The 7th East Asia SIAM Conference, Kitakyushu Campus of Waseda University, Japan, 2011.06.27-29
49. 菊地文雄, 不連続ガレルキン法での離散コンパクト性, 日本計算工学会第 16 回計算工学講演会, 2011.05.25, 東京大学柏キャンパス.
50. 菊地文雄, 不連続ガレルキン有限要素法に関する若干の体験, UTNAS 数値解析セミナー, 2011.04.26, 東京大学大学院数理科学研究科.

〔その他〕
ホームページ等
http://www.infsup.jp/ws/fvm11_14.html

６．研究組織

(1)研究代表者
齊藤　宣一（SAITO, Norikazu）
東京大学・大学院数理科学研究科・准教授
研究者番号：００３３４７０６

(2)研究分担者
土屋　卓也（Tsuchiya, Takuya）
愛媛大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：　００１６３８３２

谷口雅晴（Yaguchi, Masaharu）
神戸大学・大学院システム情報学研究科・講師
研究者番号：１０３９６８２２

降籏大介（Furihata, Daisuke）
大阪大学サイバーメディアセンター・准教授
研究者番号：８０２４２０１４

村川秀樹（Murakawa, Hideki）
九州大学・大学院数理学研究科・助教
研究者番号：４０４３２１１６

(3)連携研究者
菊地　文雄（Kikuchi, Fumio）
東京大学名誉教授
研究者番号：40013734

河原田 秀夫（Kawarada, Hideo）
千葉大学名誉教授
研究者番号：90010793

牛島照夫（Ushijima, Teruo）
電気通信大学名誉教授
研究者番号：10012410

(4)研究協力者
宮下大（Miyashita, Masaru）