

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 25 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23340067

研究課題名(和文)クォーク・ハドロン物質の相転移における非平衡ダイナミクスの総合的研究

研究課題名(英文) Systematic Study of nonequilibrium dynamics in phase transitions of Quark-hadron matter

研究代表者

國廣 悌二 (Kunihiro, Teiji)

京都大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：20153314

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 15,000,000円、(間接経費) 4,500,000円

研究成果の概要(和文)：古典ヤンミルズ方程式を現実的なグラスマと呼ばれる初期条件の下で数値的に解くことに成功し、コルモゴロフ-シナイエントロピーの計算を通して、エントロピー生成が起こっていることを明らかにした。ここでは、特に初期条件として与えられるゲージ場の縦方向のゆらぎがエントロピー生成に本質的役割を果たしていることが見出された。

古典場のダイナミクスからコヒーレント状態のダイナミクスを導き、デコヒーレンスエントロピーを求めた。これは論文作成中である。

散逸を含む場合の相対論的流体方程式は散逸について1次のレベルでは、一意的にエネルギーフレームのもの(ランダウ方程式)になることが、2つの異なる方法により、示された。

研究成果の概要(英文)：We have succeeded in numerically solving the classical Yang-Mills equations with the realistic initial conditions called Glasma. Computing the Kolmogorov-Sinai entropy, we have shown that entropy is created even in the classical field dynamics. It is found that small but finite initial fluctuations of the gauge field are indispensable for the entropy creation,

We have also identified the coherent state as the corresponding quantum state for the classical fields, and obtained the time evolution of the coherent state through the classical Yang-Mills dynamics. We have calculated the entropy from the multiplicities of the particle derived from thus obtained coherent state, and found that entropy is created once small but finite fluctuations of the initial state is taken into account.

We have shown that if the hydrodynamics should be the infrared dynamics around thermal equilibrium, the first-order relativistic hydrodynamics must be the one by Landau and Lifshitz.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：クォーク・グルーオンプラズマ 熱化 グラスマ カオス リャプーノフ指数

## 1. 研究開始当初の背景

ハドロン物質は超高温・高密度においてクォーク・グルーオンが解放され、カイラル対称性が回復した状態、クォーク・グルーオンプラズマ(QGP)へ相転移すると考えられている。この状態は初期宇宙にしても相対論的重イオン衝突によるにしても、時間発展する非平衡系としてのみ生成される。したがって、QCD による非平衡ダイナミクスの深く確実な理解は現実に生成される QCD 物質の解明にとって基本的で重要な研究課題となる。また、その研究遂行は非平衡物理に関する基礎理論の構築を伴わざるを得ず、理論物理学全体への基本的貢献となる。

米国の RHIC による実験の解析は次のような興味深い課題を提起し非平衡物理に関する基礎理論の構築の必要性を促している：(i) 衝突後に生成された物質の急速な熱化の機構の解明、(ii) 理想流体記述の成功の起源、(iii) より一般に相対論的場の理論における輸送係数の理解、等々。

(1) 我々はエントロピー生成の機構を説明する枠組として伏見関数を用いた疎視化を行うことを提案し、簡単な量子力学および場の理論モデルを用いてではあるが、我々は古典系の不安定モードの存在が対応する量子系のエントロピー生成に大きく寄与することを場の量子論において初めて明らかにしている。

(2) 散逸を含む相対論的流体方程式の理論は未だ確立していない。有名なランダウやエッカルトあるいはイスラエル-スチュアート方程式も不完全であることは今や周知の事実である。RHIC のような重イオン衝突の実験による検証を行うには、流体方程式により具体的にダイナミクスを解いて解析することが不可欠である。そのような解析は散逸などへの影響の評価を通して物質の詳細な物性についての知見を得ることができるであろう。

(3) QCD 相図の特徴は、低温度から続くカイラル相転移を伴う 1 次相転移線の終点(臨界点)の存在である。この探索が RHIC の次期重要課題の一つになっている。2 次相転移点である臨界点の普遍類は流体の気-液相転移と同じであり、そのソフトモードは密度やエネルギーなどのゆらぎ、流体モード、である。申請者らは、散逸を含む相対論的流体方程式を用いた解析を初めて行い、臨界点付近の流体モードのスペクトル関数の計算により、臨界点に近づくと密度ゆらぎは減衰し、一方、熱ゆらぎは強度を増し臨界点では発散することを見出した。さらにこれを基に QCD 臨界点の実験的検証では重イオン衝突によるマッハソン生成率の入射エネルギー依存性を見ることが有望であることを示唆している。

## 2. 研究の目的

(1) RHIC や LHC の実験のような超高エ

ネルギー領域での初期状態は QCD の非線形型相互作用によりグルーオンの密度が指数関数的に増大し、古典的なグルーオン場が支配的な状態(「カラーグラス凝縮」と呼ばれる)になっている。衝突直後のグルーオンは、カラーグラス状態から出発した古典的グルーオン場の特異な配位を特徴としており、グラズマ状態と呼ばれることもある。そこで、古典ヤン・ミルズ方程式によるグルーオン場の時間発展を、ゲージ不変性を尊重する仕方 で解き、far-off-equilibrium でのリャプーノフ指数を求め、その正の指数の和としてコルモゴロフ-シナイ(K-S)エントロピーを引き出している。

そこで、グラズマ状態として与えられる現実の初期条件を課して、古典ヤン・ミルズ場を解き、エントロピー生成の有無および時間スケールを評価する。

(2) 我々は、彼自身がその発展に寄与した「くりこみ群法」を用いてボルツマン方程式から任意のフレームの(1 次)の相対論的流体方程式を系統的に導出することに成功している。本研究ではその方法を拡張してイスラエル-スチュアートレベルの所謂 2 次の方程式を導出し、その特性を明らかにする。

(3) 本申請研究ではこの臨界ソフトモードに関する成果を基礎にして、真の臨界ダイナミクスを解明するとともに具体的な実験への提案を行うことも展望する。

## 3. 研究の方法

(1) 我々は相対論的重イオン衝突特有の半古典的な状態である「グラズマ」類似の初期条件から出発して、古典ヤン・ミルズ場の発展方程式を解き、系の熱化過程を調べた。そこでは、系のカオス的な振る舞いとエントロピー生成に焦点を当てて調べた。

そのために、離散化した空間で定義された場のすべてのリャプーノフ指数を決定した：正のリャプーノフ指数としてのコルモゴロフ-シナイ(KS)エントロピーがエントロピー生成率を与えることに注意する。ただし、ここでのリャプーノフ指数は中間的時間スケールでの軌道間の距離として定義されるものである。

グラズマ類似の初期条件として以下の 2 つの場合を扱った。A) 一つ目は、カラー磁場  $\mathbf{B}$  が  $z$  および  $x$  方向に変調されて波打っている場合である：これを「変調型初期条件」と呼ぼう。揺らぎがなければ、この場合場の配位はカラーに依存しない。

もう一つの場合は、B) ゲージ場を一定に取る場合である：この場合、ゲージポテンシャルとカラー磁場は定数であるが、カラーに依存しており、カラー磁場の特定のカラー成分且つ  $z$  成分のみが 0 でない値をとる。さらに両者の配位に対して、衝突する原子核内の量子揺らぎに起因するグラズマ場の「雑音」を記述するために小さなガウス揺らぎを付加した。

(2) ボルツマン方程式を無限自由度の力学系とみなし、力学系の強力な縮約法としての「くりこみ群法」を用いて、相対論的ボルツマン方程式から導かれる赤外の有効ダイナミクスとしての流体方程式を導出する。

この手法では、永年項の存在を許すことで逆に、既存の手法における曖昧な「接続条件」を課すことを回避することができる。

(3) 臨界点付近を記述する有効な方法に「汎関数くりこみ群理論」がある。我々は、QCD 臨界点におけるソフトモードであるフォノンモードを取り入れるべく有効作用を構成し、QCD 臨界点付近の相構造を解析した。

#### 4. 研究成果

1 A) 変調型初期条件の場合：近接する場の配位の軌道間の距離は振動するのみで指数関数的な増大は示さない。一方、小さな揺らぎが付加された場合は、初期の振動的な振る舞いは短い時間でなくなり、軌道間の距離は指数関数的に増大していくというカオス的な振る舞いが現われる。この指数関数的増大の開始時間は背景場と揺らぎの振幅の比によって決まる。

グラズマの線型解析が示している不安定モードの存在を反映して、正のリャプーノフ指数が最初から存在する。正のリャプーノフ指数を持つモードの数は時間とともに増大し、ある決まった時間の後、リャプーノフ指数のスペクトル分布は安定したものになる。ここでは正の指数を持っているモードの数は巨視的な数になっている。このことは次の重要な事実を意味している。すなわち、古典ヤン・ミルズ場のダイナミクスにおいて、巨視的な数のモードがKS エントロピーに寄与し、単位体積あたりのエントロピー生成率が有限になる。

全モードの数で規格化した後のリャプーノフ指数のスペクトル分布は小さい格子体積依存性しかなく、このことは無限体積の系においても古典ヤン・ミルズ場のダイナミクスにより優意な大きさのエントロピー生成が起こることを示唆している。

1B) 一定ゲージ場型初期条件の場合：この初期条件でも、カオス的な振る舞いは変調型と同様である。初期段階では近接する2つの軌道間の距離は振動しながら増大し、その後、指数関数的に増大しカオス性が現われる。リャプーノフ指数のスペクトル分布は変調型と定性的に同じである：巨視的な数のモードが正のリャプーノフ指数を持ち、エントロピー生成率は系の体積に比例して増大する。

1C) まとめ：以上のシミュレーションから導かれる重要な結論は、古典場のダイナミクスのレベルでエントロピーが生成される、ということである。系が熱平衡状態に近づいていきグラズマの古典場による記述が妥当性を失うまでの段階はこの研究で行ったよう

な古典ゲージ場のダイナミクスによる系の発展の記述が可能であろう。我々の計算は、エントロピーの発生までの時間は初期条件の選択に強く依存するが、一方、エントロピー生成率は初期条件にあまり依存しないことを示している。現実の状況で熟化の時間が流体シミュレーションが示唆するような  $1\text{fm}/c$  程度という小さい値になる機構を導き出すには明らかにより多くの研究が必要である。

2) 流体を記述する時空座標を指定する「巨視的フレームベクトル」が流速に一致しないといけないことを示した後、その場合の散逸方程式は必然的にエネルギーフレーム（ランダウフレーム）のものでなければならないことを示した。このことは、線型のレベルではあるが、森の射影演算子法によって一般的に示している。

「くりこみ群法」はいわゆる2次の流体方程式を導出にも有効である：我々は、力学系の変多様体を張るモードとして線型衝突演算子のゼロモードとしての流体モードのほかに励起モードを加えて、安定多様体を構成し、イスラエル-スチュアート型の流体方程式を導出した。その結果、13 モーメント法の不十分性だけでなく、その改善方法も明らかにされた。これは長らく追求されてきた「中間スケールのダイナミクス (mesoscopic dynamics)」構成に対する一つの答えを与えたものと位置づけられる。

(3) フォノンの自由度を取り入れた作用を用いて、「汎関数くりこみ理論」を適用すると、引力的なフォノンとの相互作用により、重粒子感受率で表現されるゆらぎが大きくなり、感受率の大きさで定義された臨界領域が相平面上で大幅に拡大されることが見出された。このことは、RHIC での臨界領域探索実験に対して有用な情報となる。

(4) その他：RHIC や LHC での重イオン衝突の理想流体による解析の成功は、生成された物質が非常に強く結合した物質であることを意味している。我々は有効模型を用いて、クォーク系がハドロンの集団モードとの結合により特異のスペクトル構造を獲得し得ることを示した。そこでは、媒質中でのパイモードが非双曲型の分散曲線を持つことによるファン ホーヴ特異性の発生が本質的である。

さらにこのような集団モードの理論的確立とともに、それらの輸送係数への可能な影響を見ることを課題として掲げていたが、それはこの3年間では推進できなかった。今後の興味ある課題として残された。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件) (すべて査読あり)  
1.H.Iida, T. Kunihiro, B. Mueller, A.

Ohnishi, A. Schaefer and T.T.Takahashi, "Entropy production in classical Yang-Mills theory from Glasma initial conditions," Phys. Rev. D88 (2013) 094006. DOI:10.1103/PhysRevD.88.094006

2. K. Kamikado, T. Kunihiro, K. Morita and A. Ohnishi, "Functional Renormalization Group Study of Phonon Mode Effects on Chiral Critical Point," PTEP 2013 (2013) 053D01. DOI:10.1093/ptep/ptt021

3. K. Tsumura and T. Kunihiro, "Uniqueness of Landau-Lifshitz Energy Frame in Relativistic Dissipative Hydrodynamics," Phys. Rev. E 87 (2013) 5, 053008. DOI:10.1103/PhysRevE.87.053008

4. Y. Minami and Y. Hidaka, "Relativistic hydrodynamics from the projection operator method", Phys. Rev. E 87 (2013) 023007. DOI:10.1103/PhysRevE.87.023007

5. K. Tsumura and T. Kunihiro, "Derivation of relativistic hydrodynamic equations consistent with relativistic Boltzmann equation by renormalization-group method," Eur. Phys. J. A 48 (2012) 162 DOI:10.1140/epja/2012-12162-x

6. K. Tsumura and T. Kunihiro, "New forms of non-relativistic and relativistic hydrodynamic equations as derived by the renormalization-group method - possible functional ansatz in the moment method consistent with Chapman-Enskog theory -", Prog. Theor. Phys. Suppl. 195 (2012) 19. DOI:10.1143/PTPS.1095.19

7. Y. Hidaka, D. Satow and T. Kunihiro, "Ultrasoft Fermionic Modes at High Temperature," Nucl. Phys. A 876 (2012) 93. DOI:10.1016/j.nuclphysa.2011.12.007

8. D. Satow and Y. Hidaka, "Off-diagonal kinetic theory in ultrasoft momentum region at high temperature", Phs. Rev. D85 (2012) 116009. DOI:10.1103/PhysRevD.85.116009

9. A. Ohnishi, "Phase diagram and heavy-ion collisions: Overview", Prog. Theor. Phys. Suppl. 193 (2012),1. DOI:10.1143/PTPS.193.1

[学会発表] (計 10 件)

1. A. Ohnishi, Entropy production in the classical Yang-Mills theory as the coherent state dynamics, at

- International workshop on 'The Approach to Equilibrium in Strongly Interacting Matter', Brookhaven NL, USA, April 2 --- 4, 2014.(Invited)
2. T. Kunihiro, "Anomalous quark spectra around QCD critical points --- effects of soft modes and van Hove singularity ---", at YITP workshop NFQCD 2013, YITP, Nov. 18- Dec. 20, 2013 (Invited).
3. H. Iida, T. Kunihiro, B. Mueller, A. Ohnishi, A. Schaefer and T.T. Takahashi, "Thermalization and entropy production from Glasma initial condition in classical Yang-Mills dynamics", at YITP workshop NFQCD 2013, YITP, Nov. 18- Dec. 20, 2013 ..
4. H. Iida, T. Kunihiro, B. Mueller, A. Ohnishi, A. Schaefer and T.T. Takahashi, "Thermalization and entropy production from Glasma-like initial condition in CYM dynamics", Int. conf. on the initial stage in high-energy Nuclear collision (IS 2013), at Illa de Toxa, Spain, Sep. 9 - 14, 2013 ..
5. T. Kunihiro, "Chaotic Behavior and Entropy Production in Classical Yang-Mills Theory with CGC-like Initial Conditions", at Int., Workshop 'QCD Structure', Wuhan, China, Oct. 7 - 20, 2012. (Invited).
6. 国広 遼二, 「くりこみ群法の基礎とその非平衡物理への応用」、基礎物理学研究所研究会「非平衡系の物理 ---その普遍的理解を目指して」、京都大学基礎物理学研究所、2012年8月1日— 8月4日 (招待講演)。
7. 国広 遼二, 「高密度物質のクォーク・ハドロン物理の基礎と関連する話題」、新学術領域「中性子星核物質」主催スクール、2013年2月25日—2月27日、KEK (招待講演)。
8. 日高 義将, 「有限温度摂動論」、基礎物理学研究所研究会「熱場の量子論」、京都大学基礎物理学研究所、2012年8月2日—8月22日 (招待講演)。
9. 日高 義将, 「Lorentz 対称性のない場合の南部-Goldstone の定理」、森肇先生記念研究集会、九州大学応用力学研究所、2012年11月23日—11月23日 (招待講演)。
10. Y. Hidaka, "QCD in a strong magnetic field", International W.S. 'Recent progress in hadron physics - From hadrons to quark and gluon', Yonsei University, Korea, Feb. 18 - 22, 2013. (Invited).

〔図書〕(計 1 件)

国広悌二、サイエンス社SGCライブラリ100、  
クオーク・ハドロン物理学入門  
---真空の南部理論を基礎として---、  
2013年9月、168ページ。

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

国広悌二 (Kunihiro, Teiji)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：20153314

### (2) 研究分担者

大西明 (Ohnishi, Akira)  
京都大学・基礎物理学研究所・教授  
研究者番号：70250412

### (3) 連携研究者

日高義将 (Hidaka, Yoshimasa)  
独立法人理化学研究所・その他部局等・研究員  
研究者番号：00425604