

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 12 日現在

機関番号：13904

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23500014

研究課題名(和文)大規模データ処理に向けたアルゴリズム設計理論の展開

研究課題名(英文)Developing Algorithm Designs for Large Scale Combinatorial Optimization Problems

研究代表者

藤戸 敏弘 (FUJITO, TOSHIHIRO)

豊橋技術科学大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：00271073

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：1. 最小コスト木被覆問題・有向シュタイナー木問題・有向木被覆問題・b辺支配集合問題などのNP困難なグラフやネットワーク上での組合せ最適化問題に対し、新たに近似アルゴリズムを設計し、従来からの近似保証を改善した。

2. 侵入者と守衛の間で行われるグラフ護衛ゲームにおいて、最小の守衛数を求める問題に対し、従来手法を拡張し、侵入者が木上を移動する場合でも $(\log n)$ 倍以下で近似可能であることを示した。

3. 多状態スキーレンタル問題について、いかなるインスタンスに対し最適戦略をとっても、競合比は $e/(e-1)$ より小さくできないことを示した。

研究成果の概要(英文)：1. Some NP-hard optimization problems on graphs and networks are considered such as min cost tree cover, directed Steiner tree, and b-edge dominating set. A new algorithm is designed and an improved approximation guarantee is obtained for each of those problems considered.

2. The guarding game problem is to compute the minimum number of guards needed to protect a specified region from an intruder entering into the region. The problem is shown to be effectively approximable when an intruder is confined to moves on a tree.

3. The multislope ski-rental problem is an extension of the classical ski-rental problem, and we analyze both infimum and supremum of its best possible competitive ratio over arbitrary instances. It is shown that for the $(k+1)$ -slope problem, the infimum is $(k+1)k/((k+1)k-kk)$, implying that the competitive ratio can be no better than $e/(e-1) \approx 1.58$ no matter how many options the player may have. It is also shown that the supremum is 2.47 for $k = 2$ and 2.75 for $k = 3$.

研究分野：計算機科学

キーワード：アルゴリズム 組合せ最適化問題 近似保証 競合比解析

1. 研究開始当初の背景

最適性を知ることなく解を導出することが求められる近似アルゴリズムは、元々ORにおいて離散最適化問題に対するアプローチの一つとして、その近似度を中心に古くから研究されてきたが、90年代に入り、画期的なPCP(確率的検証可能証明)理論が確立される際にもたらされた近似度の下限証明技術や、GoemansとWilliamsonの半正定値計画法(SDP)に基づく設計法などが立て続けに発見され、今日の隆盛に至っている。系統的設計技法として、線形計画を利用した確率的丸め法や主双対法が知られているが、専門的な教科書としてはVaziraniによるものが挙げられるだけで、その他に系統的理論展開の試みはほとんど見当たらない。“将来の入力”という未知情報に対処することが求められるオンラインアルゴリズムでは、80年代にSleatorとTarjanが競合比に基づく性能評価を提唱して以来、競合比解析を用いたオンラインモデルでのアルゴリズム理論を中心に、その開拓が推し進められてきたといえる。その中で、乱択アルゴリズムやYaoの原理を利用する等の、卓越した知見や優れた手法が獲得されているが、専門的な教科書は、BorodinとEl-Yanivによるもの以外に見受けられない。数理計画法では、線形計画に対する著名な単体法や内点法、凸計画に対する楕円体法、整数計画問題に対する汎用解法など、重要な理論的成果が多く得られているが、計算困難問題に対する理論的究明は十分とはいえない。一方、分枝限定法や分枝切除法などの最適化技術にも多分に工学的要素が含まれており、更にシミュレ-ティド・アニ-リング(SA)、遺伝的アルゴリズム(GA)、局所探索など様々なメタヒューリスティクスによる最適化技術は、正に工学的アプローチの産物といえる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、入力や解の最適性に関する情報が不完全な計算問題にも対応しうるアルゴリズム理論の構築を目指し、分枝限定法、切除平面法やメタヒューリスティックなどのOR的アプローチが有効に機能する離散最適化問題に対し、内在する(はずの)原理を解明かつ利用することで、中核となる系統的設計技法を獲得することにある。そのため、以下のテーマの解決を具体的目標とする。

- (1) メタヒューリスティクスの成功メカニズム。
- (2) 対象問題のモデルと緩和法。
- (3) 入力情報欠損問題に対する系統的設計法。

3. 研究の方法

- (1) メタヒューリスティクスの成功メカニズム。
古典的な局所探索、ニューラルネットから、SA、GA、タブー探索など、これま

でに数々のメタヒューリスティクスによる最適化技法が開発されてきた。その多様性からも窺い知れるように、どのヒューリスティクスもあらゆる最適化問題に有効に働くわけではなく(ノーフリーランチ定理)、その振舞いと性能は、対象とする問題に大きく依存するのが通常である。そこで、メタヒューリスティクスと、それが得意とする問題の組み合わせについて、「うまくいく原理」を解明し、そのメカニズムに基づくアルゴリズム技法を導出する。

- (2) 対象問題のモデルと緩和法。
厳密解の最適性が不可知である場合、まず対象を整数線形計画問題(ILP)などに定式化し、より扱いやすい解空間をもつ問題に“緩和”する方法がよく用いられる。分枝切除法や切除平面法では、定式化に用いるILPが中心テーマであるし、緩和法でよく用いられるLP(線形計画)やSDP(半正定値計画)は、独立した主要テーマとして数理計画論や多面体論で盛んに研究されてきた。こういった手法をアルゴリズム設計技法に取り入れるために、LP緩和、SDP緩和といったモデルの強さ、および強力なILPの導出法が、問題の構造特性とどのような関係にあるかについて調べる。
- (3) 入力情報欠損問題に対する系統的設計法。
入力情報が不十分である問題に対しても、上述のような数理計画的アプローチを考える。既知情報のみから解空間を記述しつつ新たな入力に応じて制約条件を付加することで、解空間を順次修正していく。既知情報のみから(部分)解を決定する際には、いかなる未知情報にも対処できるよう確率的丸め法等を用いる。このようなアプローチの妥当性を検証する。

4. 研究成果

研究期間中に得られた主な研究成果は以下の通りである。

- (1) 最小コスト木被覆問題とは、辺コスト付き連結グラフGを入力とし、張られる頂点の集合がGの頂点被覆となるような部分木の中でコスト最小なものを計算する問題である。これまで、一様コストの場合の2倍近似アルゴリズムか、一般コストの場合の低速3倍近似アルゴリズムしか知られていなかったのに対し、本研究では、一般コストにおける高速2倍近似アルゴリズムを開発した。同アルゴリズムは、最小コスト全域木から何枚かの葉を刈り取ることで高精度近似解を計算するが、主双対法と局所比法を組み合わせることで、刈り取る葉の決定を可能にしている。
- (2) ネットワーク上の最小シュタイナー木

- を計算する問題は、実用上重要なネットワーク最適化問題として広く知られているが、その計算困難性のため、近似アルゴリズムやヒューリスティックに関して盛んに研究されている。特に無向ネットワークにおいては、近似保証が継続的に改善され、現在 1.36 以下となることがわかっている。それに対し、より一般的な有向ネットワークにおける近似保証は、長らく $\log n$ の定数乗が可能と予想されながら、未だ実現していない。任意の Steiner tree T は、根と葉以外にターミナルを含まない極大部分木に一意に分解できるが、それらのいずれもが高さ L 以下であるとき、 T を L 制限 Steiner tree という。本研究では、有向グラフ上の Steiner tree (DST) 問題に対するグリーディ近似解法を新たに提案した。同解法は、任意定数 L について多項式時間であり、最小 L 制限 Steiner tree の $O(L \cdot \log n)$ 倍以下のコストの DST を出力することを示した。更に、同解法を用いることで、擬二部グラフにおけるシュタイナー木問題や有向グラフ上の Tree cover 問題が $O(\log n)$ 倍近似可能であることを示した。
- (3) 侵入者と守衛の間で行われるグラフ護衛ゲームでは、予め決められた領域(グラフ)に複数人の守衛を配置し、侵入者のいかなる戦略に対しても、領域への侵入を防ぐことが求められる。グラフ護衛問題とは、同ゲームで必要となる最小の守衛数を求める問題であるが、本研究では、侵入者が木上を移動する場合について、既存結果を拡張し、 $(\log n)$ 倍以下で近似可能であることを示した。
- (4) 基本オンライン問題である古典的スキーレンタル問題を一般化した多状態スキーレンタル問題について、与えられたインスタンスに対し達成可能な最適戦略の競合比を最適競合比として定義する。本研究では、この最適競合比の下限は、プレイヤーの選択枝の数を $k+1$ 個とすると $(k+1)^k / ((k+1)^k - k^k)$ であり、よって、いかなるインスタンスに対し最適戦略をとっても、競合比は $e/(e-1)$ より小さくできないことを示した。また、状態数を 3 つに限定すると上限は 2.47 であり、選択枝を 4 つに限定すると上限は 2.75 であることも示した。
- (5) 多状態スキーレンタル問題は、例えばノート PC のように、複数の省電力モードを備えた機器のモード間の自動遷移戦略を理論的に考察する枠組みである。Damaschke は省電力モード数が任意にとれる場合について、競合比の下界を示したが、本研究では Damaschke の手法を拡張し、省電力モード数を入力とするスキームを設計し、初めて省電力モード数が 5 以上の個々の場合についての競合

- 比の下界を証明した。
- (6) 逐次与えられる単位重みを円周上になるべくバランス良く配置する問題を考察した。バランスは、配置した単位重みの重心と原点との間のユークリッド距離で評価している。この問題は遠心分離機や洗浄機の設計、および人工衛星の軌道計画に応用がある。本研究では、競合差基準での最適配置戦略を与え、さらに配置先が円周 n 等分点に限定される場合について、競合差の保証を備えた簡潔な戦略を設計した。
- (7) ピンパッキング問題は、均一の容量のなるべく少ない数のピンを用い、与えられるアイテム全てを詰める問題であり、永く理論計算機科学における重要トピックである。本研究では、各ピンに詰められるアイテム数が高々 2 に制限される場合について、既存の競合比下界を改良した。またそのアイテム数制限を入力とし競合比下界を導くスキームを設計し、アイテム数制限が 4, 5 および 10 から 41 までの場合について既存の競合比を改良した。
- (8) グラフの辺支配集合問題を多重支配版に拡張したものを、 b 辺支配集合問題といい、各辺 e は $b(e)$ 回以上支配される必要がある。本研究では、 $b(e)$ の最大値が 2, もしくは 3 の場合に対し、 b 辺支配集合問題を 2 倍近似するアルゴリズムを設計し、近似保証を従来の $8/3$ から改善した。更に、最小 b 辺支配集合数と局所最適なマッチングの大きさ、もしくは、線形計画緩和の最適値との間に、近似的な最小最大関係が成り立つことを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

H. Fujiwara, T. Kitano, T. Fujito, On the Best Possible Competitive Ratio for Multislope Ski Rental, The 22nd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2011), 査読有, pp. 544-553, 2011

T. Fujito, How to Trim a MST: A 2-Approximation Algorithm for Minimum Cost Tree Cover, ACM Transaction on Algorithms, 査読有, vol. 8, no. 2, pp. 16:1-16:11, 2012

T. Fujito, T. Sakamaki, How to Guard a Graph Against Tree Moves, Information Processing Letters, 査読有, vol. 113, no. 19(21), pp. 844-847, 2013

H. Fujiwara, Y. Konno, T. Fujito, Lower Bounds

for the Multislope Ski-Rental Problem, The 11th International Symposium on Operations Research and its Applications (ISORA 2013), 査読有, pp. 23-28, IET, 2013

T. Fujito, On Matchings and b -Edge Dominating Sets: A 2-Approximation Algorithm for the 3-Edge Dominating Set Problem, The 14th Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT 2014), 査読有, pp. 206-216, 2014

H. Fujiwara, T. Seki, T. Fujito, Online Weight Balancing on the Unit Circle, The 16th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCGG 2013), 査読有, pp. 65-76, 2014

H. Fujiwara, K. Kobayashi, Improved Lower Bounds for the Online Bin Packing Problem with Cardinality Constraints, Journal of Combinatorial Optimization, 査読有, vol. 29, pp. 67-87, 2015, DOI 10.1007/s10878-013-9679-8

T. Hibi, T. Fujito, Multi-Rooted Greedy Approximation of Directed Steiner Trees with Applications, Algorithmica, 査読有, doi:10.1007/s00453-015-9973-1, Published online: 12 February 2015

〔学会発表〕(計 8 件)

松田淳志, 藤原洋志, 藤戸敏弘, 携帯パケット通信料問題に対するオンラインアルゴリズム, 夏の LA シンポジウム, pp. S1.1-S1.7, 2011

関孝洋, 藤原洋志, 藤戸敏弘, 単位円周上に対するアイテム配置問題, 夏の LA シンポジウム, pp. S2.1-S2.4, 2011

坂巻孝昌, 藤戸敏弘, 木状泥棒領域を持つグラフ護衛問題の近似, 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 111, no. 360(COMP2011 36-40), pp. 33-36, 2011

日比智也, 藤戸敏弘, Approximating Steiner Tree and Tree Cover Problems in Directed Graphs, 京都大学数理解析研究所講究録「アルゴリズムと計算理論の新展開」, vol. 1799, pp. 137-144, 2012

津田大地, 藤戸敏弘, Simple $\{1,2\}$ -Edge Dominating Set Problem の近似解法, 電気関係学会東海支部連合大会, B4-3, 2012

松田淳志, 藤原洋志, 藤戸敏弘, 携帯パケット通信料問題に対するオンラインアルゴリズム, 電気関係学会東海支部連合大会,

B4-4, 2012

井上翔太, 荒木久, 藤戸敏弘, 初等的二部グラフで構成される木における恒久的頂点被覆数について, 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 112, no. 498(COMP2012 52-62), pp. 1-4, 2013

下田知明, 藤戸敏弘, 連結 2 辺支配集合問題の近似アルゴリズム, 2014 年度冬の LA シンポジウム, pp. [2-1]-1-[2-1]-11, 2015

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤戸 敏弘 (TOSHIHIRO FUJITO)
豊橋技術科学大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号 : 00271073

(2) 研究分担者

藤原 洋志 (HIROSHI FUJIWARA)
信州大学・工学部・准教授
研究者番号 : 00271073

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :