

平成 26 年 6 月 20 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500023

研究課題名(和文) ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングに対する近似保証アルゴリズム

研究課題名(英文) Approximation algorithms for routing and scheduling problems on networks

研究代表者

浅野 孝夫 (Asano, Takao)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：90124544

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円、(間接経費) 1,170,000円

研究成果の概要(和文)： ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングの問題を、ネットワーク回線および情報送信優先権の参加者によるオークション形式の資源配分問題(すなわち、組合せオークション)としてとらえて、ナッシュ均衡解(安定解)の存在を近似アルゴリズムの観点から研究した。具体的には、各参加者の評価関数が対称的で劣加法性を満たすときに、ナッシュ均衡解が存在するための必要十分条件を与えた。これからナッシュ均衡解が存在するかどうかを判定するアルゴリズムも得られる。さらに、評価関数が対称的で劣モジュラー性を満たすときには、常にナッシュ均衡が存在し、その解も多項式時間で得られることも示した。

研究成果の概要(英文)： We considered routing and scheduling problems on a network as a combinatorial auction problem for maximizing the social welfare of all participants on the network and investigated the existence of a stable solution (Nash equilibrium) which all participants agree on. We gave a characterization for the existence of a Nash equilibrium in such a combinatorial auction when valuations by all participants satisfy symmetric and subadditive properties. By this characterization, we obtained an algorithm for deciding a Nash equilibrium exists. Furthermore, we showed that, if valuations by all participants satisfy symmetric and submodular properties, Nash equilibrium always exists and we can find such a Nash equilibrium in polynomial time.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：近似保証アルゴリズム ネットワーク ルーティング スケジューリング ラウンディング ユニークゲーム予想 組合せオークション ナッシュ均衡

### 1. 研究開始当初の背景

ネットワークの複数端末間で間断なく生じるデータ送受信要求の実現においては、安定したデータ転送を保障する経路の決定(ルーティング)と各中継ノードに到達する複数データの転送遅延を軽減するスケジューリングの決定(スケジューリング)が極めて重要である。とくに、局所的な隣接ノード間での情報交換しかできない動的にトポロジーの変化する無線ネットワークでのパケット送受信では、ネットワークの永続的な安定性に最も寄与するのが、このルーティングとスケジューリングである。またインターネットにおいても、複数のサイトからほぼ同時に生じる要求が、特定の回線やWebサイトに集中して、要求が満たされるまでに大幅な遅延が生じてしまうことしばしば経験されてきていて、ルーティングとスケジューリングは安定した動作の保証と遅延の解消には必要不可欠である。しかしながら、ルーティングとスケジューリングは、NP-困難な組合せ最適化問題の代表的な問題である。したがって、小規模サイズの問題でも厳密解を求めるには長い計算時間を要し、将来的にも、実用時間の範囲では解けないと言われている。一方、日常的に利用されるネットワークでの通信と情報収集では実時間の高速性が要求されるので、ルーティングとスケジューリングに長い計算時間を費やすことはできない。そこで高品質な近似解を求めて利用することになる。品質の悪い解はいくら高速に求められても使い物にならないことが多いからである。厳密解に匹敵する高品質な解を求める研究が近似保証アルゴリズムの研究であり、最近では、数理計画法に基づく定式化を与えて近似保証を解析する研究が注目を浴びてきていて、現在は主流になりつつある。

一般にNP-困難な組合せ最適化問題は整数計画問題として定式化できる。そこで、整数条件を外して線形計画問題や半正定値計画問題に緩和して解き、その最適解の値を元の整数計画問題の最適解の値の下界あるいは上界として用いることにより、解の近似保証を解析することができる。緩和問題にすることにより、厳密解を求めるアルゴリズムで使用された数理計画手法が近似アルゴリズムでも適用可能になり、高品質な近似保証アルゴリズムが多数提案されるようになってきている。一方、緩和問題から得られる解は、小数部分を含む解となるのが普通である。それから品質の高い整数の近似解を得るには、解の品質を十分に保ちながら整数解にするラウンディングが必要である。このラウンディングに関して様々な手法が提案されている。実際、確率的方法、主双対法、双対フィット法、最大フロー法、一般メトリック空間埋め込み法などのラウンディング手法により、近似保証が大幅に改善されてきている。さらに、

$P \neq NP$  予想より利用しやすいユニークゲーム予想に基づく近似保証の限界の究明も精力的に行われ多くの成果が得られている。

### 2. 研究の目的

本研究では、上記の研究背景に基づいて、ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングを含むNP-困難な組合せ最適化問題に対して、数理計画法に基づく定式化を与えて、高品質な近似保証アルゴリズムを提案する。同時に、得られた近似保証の限界を、ユニークゲーム予想に基づいて究明する。より具体的には、無線ネットワークにおける各端末の位置情報とバッテリー残量を考慮したパケット送受信、複数の端末から同一の情報を持つ複数のミラーサイトへのアクセスをモデル化した合流フロー問題、ミラーサイトの設置箇所の効果的な決定をモデル化した施設配置問題、オンデマンドの複数のコンテンツ配信をモデル化した遅延最小のブロードキャストスケジューリング、などのネットワーク利用で自然に生じるNP-困難問題に対して数理計画法に基づく定式化を与える。そして得られた小数解から、高品質性を保ちながら整数解にラウンディングして、近似解を求める。そこで、ラウンディングの手法としての、確率的方法、主双対法、双対フィット法、最大フロー法、一般メトリック空間埋め込み法などの有用性とその限界を詳細に検討する。そして得られたアルゴリズムの近似保証の理論的解析を行うとともに、近似保証の限界をユニークゲーム予想と $P \neq NP$ 予想に基づいて究明する。さらに、得られたアルゴリズムの実用性を大規模な実物データを用いて計算機実験を行い検証する。そして、それらの成果を、無線ネットワークにおける各端末の位置情報とバッテリー残量を考慮したパケットルーティングやサイトを単位とする枠組みの高品位なWeb情報収集手法に取り入れる。さらに、研究成果を国内外の学術論文として発表し、基盤技術となるアルゴリズムの発展と普及に貢献する。

### 3. 研究の方法

ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングに関連して生じる様々なNP-困難問題に対して、緩和最適解に対するラウンディング手法に基づく近似保証アルゴリズムの提案と、ユニークゲーム予想に基づいて近似保証の限界を究明することが、本研究の目的であるので、研究分担者と討論しながら以下の研究を実行した。

(1) 近似保証アルゴリズム設計の系統的設計法である数理計画法に基づいた定式化から得られる最適小数解を、品質を保ちながら整数解に近似するラウンディング手法に注目して研究調査した。とくに、確率的方法、主双対法、双対フィット法、一般メトリック

空間埋め込み法などのラウンディング手法により、近似保証が大幅に改善されてきているので、手法の有効性を分類・整理・検討した。さらに、ユニークゲーム予想の適用法を研究調査し、その有効性を分類・整理・検討した。

(2) 情報ネットワークシステムやウェブ上の情報検索に対する基礎技術・応用技術をルーティングとスケジューリングの観点から高品質な近似保証アルゴリズムの適用可能性と限界を詳細に検討した。

(3) 近似保証アルゴリズムと Web 情報検索の分野で最先端の研究をしている内外の研究者と情報・アイデア交換をした。とくに、組合せオークションにおける最適解と高品質なナッシュ均衡解の存在に関して、最新の研究動向の調査と研究成果に対する情報・アイデア交換を精力的に実行した。

(4) 以上の調査・検討に基づき、情報通信ネットワークやウェブ情報検索の分野で要求度の高い問題に対して、高品質な近似保証アルゴリズムを提案した。さらに、アルゴリズムの有効性を大規模な実物データで計算機実験を通して検証した。そして、得られた成果を学会および学術書等で発表した。

#### 4. 研究成果

上記の研究方法に基づいて研究を遂行して得られた研究成果について述べる。とくに、ルーティングとスケジューリングに関連する研究を通して、日本の情報科学における研究水準を世界のトップレベルにすることを目指して研究調査し、今後の研究指針を与えた。すなわち、情報科学の世界的権威の国際会議である ACM の STOC (Symposium On Theory of Computing)、IEEE の FOCS (Foundations On Computer Science)、SIAM の SODA (Symposium On Discrete Algorithms) などで、日本からの研究論文が数多く発表できるような研究水準に到達することを目指して研究調査し、その成果を研究指針とともにまとめている。なお、上記の国際会議では、きわめて高品質な論文しか採択されないもので、これまでは日本からの論文が採択されることはごく限られていた。得られた成果は膨大であるので、より系統的で理解しやすくするために、主として図書としてまとめている。そこで、まず、5. の主な発表論文等の[図書]に挙げているものから1件を選んで、その概要を与える。さらに、論文等としては[学会発表]の論文で英文雑誌投稿予定の論文の概要(の日本語訳)を与える。さらに、5. には記載していないが、研究調査を通して得られた発表予定の図書の概要を述べる。

[図書] の共立出版から出版された「ネットワーク・大衆・マーケット - 現在社会の複雑な連結性についての推論」は、2010年に Cambridge University Press から出版されたコーネル大学の D. Easley と J. Kleinberg による「Networks, Crowds and Markets -

Reasoning about a Highly Connected World」に対する研究調査に基づく注釈付きの日本語訳版である。それは、最近、ビッグデータ、フェイスブック、ツイッター、ソーシャルネットワーク、インターネットオークション、ウェブ検索、推薦システム、情報カスケード、フラッシュモブ、ニッチな商品のロングテールなどの概念が活発に取り上げられていることに注目したものである。原著は、今やネットワークなしでは社会生活も経済活動も成り立たなくなっていて、このネットワーク社会で起こる現実問題および潜在的問題に対する学際的な新分野の研究に注目して、情報科学・経済学・社会学の総合的な観点から、最新の研究動向に対する系統的な解説を目指して執筆された。一方、この分野に対するアルゴリズム的な考え方は、情報科学分野はもちろん、経済学・社会学の観点からもきわめて重要である。実際、伝統的な旧来の分野にとどまらず、インターネットのルーティングプロトコル、ゲノムインフォマティクス、組合せ的オークション、Web 広告バナーの提示、等の新規分野の至るところでアルゴリズムが重要な役割を果たしている。具体的な構成は以下のとおりである。

第1章 本書の概観、第2部 グラフ理論とソーシャルネットワーク、第2章 グラフ、第3章 強い絆と弱い絆、第4章 周囲環境を考慮したネットワーク、第5章 正の関係と負の関係、第6部 ゲーム理論、第6章 ゲーム、第7章 進化論的ゲーム理論、第8章 ゲーム理論によるネットワークラフィックのモデリング、第9章 オークション、第10部 マーケットとネットワークにおける戦略的相互作用、第10章 マッチングマーケット、第11章 仲介が存在するマーケットのネットワークモデル、第12章 ネットワークにおける交渉とパワー、第11部 情報ネットワークとワールドワイドウェブ、第13章 ウェブの構造、第14章 リンク解析とウェブ検索、第15章 スポンサー付き検索マーケット、第12部 ネットワークダイナミクス：集団モデル、第16章 情報カスケード、第17章 ネットワーク効果、第18章 べき乗則と富めるものがますます富む現象、第13部 ネットワークダイナミクス：構造的モデル、第19章 ネットワークにおけるカスケード行動、第20章 スモールワールド現象、第21章 伝染病、第14部 制度と集約行動、第22章 マーケットと情報、第23章 投票、第24章 財産権。

[学会発表] は、ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングの問題を、ネットワーク回線および情報送信優先権の参加者によるオークション形式の資源配分問題、すなわち、組合せオークションとしてとらえて、ナッシュ均衡解の存在を近似アルゴリズムの観点から研究したものである。具体的には、各参加者の評価関数が対称的で劣加法性を満たすときに、ナッシュ均衡解が存在する

ための必要十分条件を与えた。これからナッシュ均衡解が存在するかどうかを判定するアルゴリズムも得られる。さらに、評価関数が対称的で劣モジュラー性を満たすときには、常にナッシュ均衡が存在し、その解も多項式時間で得られることも示した。英文ジャーナル投稿予定版(の日本語訳)は以下の通りである。Title(題名)は Existence of Nash Equilibria in Combinatorial Auctions with Item Bidding and Symmetric Subadditive Valuations (対称かつ劣加法的評価のもとでのアイテム入札による組合せオークションのナッシュ均衡の存在)である。Abstract(概要)は以下の通りである。

アイテム入札による組合せオークションのナッシュ均衡について議論する。具体的には、 $n$  人の各入札者の評価が対称性と劣加法性を満たすときに、そのような組合せオークションにナッシュ均衡が存在するための特徴付けを与える。この特徴付けからそのような組合せオークションにナッシュ均衡が存在するかどうかを判定するアルゴリズムが得られる。

Introduction(序論)は以下の通りである。

組合せオークションでは、売りに出される  $m$  個のアイテムの集合  $M=\{1,2,\dots,m\}$  とそれらを買いたい  $n$  人の入札者の集合が  $N=\{1,2,\dots,n\}$  がある。各入札者  $i$  は、 $M$  の各部分集合  $S$  に対して非負の値を割り当てる評価関数  $f_i$  を持っている。目標は、入札者間でのアイテム集合  $M$  の分割  $S_1, S_2, \dots, S_n$  のうちで各入札者が獲得する評価  $f_i(S_i)$  のすべての入札者にわたる和である社会的幸福度が最大になるようなものを求めることである。組合せオークションは、入札者の戦略的な利己的行動を無視するときには、社会的幸福度最大化問題とも呼ばれる。Vickrey, Clarke and Groves による VCG メカニズムにより、利己的な行動をする入札者いる場合でも、社会的幸福度は最大化できる。しかし、それはきわめて複雑で、その実行には、 $m$  と  $n$  の指数関数の時間が必要となる。実際、社会的幸福度最大化問題は、Lehmann, Lehmann and Nisan により、各評価関数  $f_i$  が劣モジュラー性を満たすときでも、NP-困難であることが示されている(関数  $f_i$  は、 $M$  のすべての部分集合  $S, T$  に対して、 $f_i(S \cup T) + f_i(S \cap T)$  が  $f_i(S) + f_i(T)$  以下であるとき劣モジュラーと呼ばれる)。したがって、社会的幸福度最大化問題(組合せオークション)に対して、近似アルゴリズムが提案されてきている。各評価関数  $f_i$  は  $2$  の  $m$  乗個の  $M$  の部分集合上で定義されているので、たいいていの近似アルゴリズムは、オラクルモデルに基づいている。なかでも、値問合せモデルと需要問合せモデルの二つのモデルがよく用いられている。さらに、各  $f_i$  にも様々な条件が課されてきている。よく用いられる条件としては、劣モジュラー性と劣加法性が挙げられる。値問合

せモデルのもとで、すべての評価関数が劣モジュラー性を満たすような社会的幸福度最大化問題に対しては、以下のことが知られている。Lehmann, Lehmann and Nisan により、 $1/2$  近似アルゴリズムが提案された。Khot らは、P=NP でない限り、 $1-1/e$  より良い性能保証を達成することができないことを示した。なお、 $e$  は自然対数の底である。Vondrak は乱択  $(1-1/e)$  近似アルゴリズムを提案した。より強力な需要問合せモデルでは、すべての評価関数が劣モジュラー性を満たすような社会的幸福度最大化問題に対しては、Dobzinski and Schapira により、より良い性能保証の  $(1-1/e)$  近似アルゴリズムが提案された。一方、より一般的なすべての評価関数が劣加法性を満たすような社会的幸福度最大化問題に対しては以下のことが知られている。値問合せモデルのもとで、Dobzinski, Nisan, and Schapira により、

$(1/\log m)$  近似アルゴリズムが提案された。より強力な需要問合せモデルでは、Feige により、 $1/2$  近似アルゴリズムが与えられた。また、彼は、 $1/2$  より良い性能保証を達成することは NP-困難であることも与えた。より強い小数劣加法性の条件(これは劣モジュラー性より弱い条件)を満たす社会的幸福度最大化問題に対して、彼は  $(1-1/e)$  近似アルゴリズムも与えた。 $M$  の分割  $S_1, S_2, \dots, S_n$  に対して、各  $S_i$  には価格が付随する。それを  $\text{price}(S_i)$  と表記する。すると、入札者  $i$  の利得は  $f_i(S_i) - \text{price}(S_i)$  として定義される。利己的な各入札者  $i$  は、組合せオークションにおいて、自身の利得を最大化したいと考える。実際に用いられている組合せオークションでは、VCG メカニズムとは異なるメカニズムが用いられている。たとえば、eBay では、各アイテムごとに独立に第二価格オークションが用いられている。したがって、アイテム入札は、組合せオークションのスキームとして、自然に行われていると考えられる。この種の組合せオークションがアイテム入札による組合せオークションと呼ばれる。したがって、入札者の戦略は、各アイテムへの入札からなる  $m$  次元のベクトルとなる。上記のように、利己的な各入札者は、自身の獲得できる利得を最大化したいと考える。全員の入札ベクトルのプロファイルにおいて、どの入札者も(他の入札者が入札ベクトルを変えないという条件の下で)自身の入札ベクトルを変えたいと思わないとき、そのプロファイルはナッシュ均衡と呼ばれる。アイテム入札による組合せオークションにおいて、すべての入札者の評価関数が劣モジュラー性を満たすときには、Christodoulou, Kovacs, and Schapira により、常にナッシュ均衡が存在することが示されている。さらに、彼らは、幸福度最大化問題に対する最適解の値の  $1/2$  以上の社会的な幸福度を達成するナッシュ均衡を  $m$  と  $n$  の多項式時間で求めるアルゴリズムも与え

た。Bhawalkar and Roughgarden は、より一般的なすべての入札者の評価関数が劣加法性を満たすときのアイテム入札による組合せオークションにおいて、各入札者が自分の評価より高い入札は行わないという条件の下で、どのナッシュ均衡も、存在するときには、幸福度最大化問題に対する最適解の値の  $1/2$  以上の社会的な幸福度を達成することを示した。したがって、無秩序の対価 (price of anarchy) は高々  $2$  である。さらに、Bhawalkar and Roughgarden は、「すべての入札者の評価関数が劣加法性を満たすときのアイテム入札による組合せオークションにおいて、ナッシュ均衡が存在するための特徴付けを与えよ。」という未解決問題を挙げている。

本論文では、各入札者が自分の評価より高い入札は行わないという条件の下で、入札者の評価関数が劣加法性と対称性を満たすときのアイテム入札による組合せオークションにおいて、ナッシュ均衡が存在するための特徴付けを与える。なお、 $|S|=|T|$  を満たす  $M$  のすべての部分集合  $S, T$  に対して  $f_i(S) = f_i(T)$  であるとき、評価関数  $f_i$  は対称的であると呼ばれる。

学術的な議論の詳細がその後続き、最後の Concluding Remarks (結論と課題) は以下のとおりである。

本論文では、アイテム入札による組合せオークションにおいて、評価関数のプロファイル  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$  が対称的で劣加法性を満たすときに、ナッシュ均衡が存在するための特徴付けを与えた。なお、すべての評価関数  $v_i$  が劣モジュラーであるときには、ナッシュ均衡が常に存在し、社会的な幸福度を最大化するナッシュ均衡が存在することを注意しておく。しかしながら、それでも、無秩序の対価は  $2$  である。最後に、本論文のモデルの組合せオークションにおいて、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定する多項式時間のアルゴリズムは存在するのだろうか？また、対称性の条件を緩和して、Bhawalkar and Roughgarden が提起した未解決問題の解決につながるようにすることはできるのであるか？

最後に、5. に記載していないが、研究調査を通して得られた図書の共立出版から出版される「近似アルゴリズム設計」について述べる。それは、2011年に Cambridge University Press から出版されたコーネル大学の D. Williamson と D. Shmoys による「The Design of Approximation Algorithms」に対する研究調査に基づく注釈付きの日本語訳版である。その内容は、ネットワーク上でのルーティングとスケジューリングを含む NP-困難な組合せ最適化問題に対して、数理計画法に基づく定式化を与えて、高品質な近似保証アルゴリズムを提案し、同時に、得られた近似保証の限界を、ユニークゲーム予想に基づいて究明するための技法を系

統的に取り上げたものである。具体的な構成は以下のとおりである。

第 部 技法：入門、第 1 章 近似アルゴリズムへの序論、第 2 章 グリーディアルゴリズムと局所探索アルゴリズム、第 3 章 データのラウンディングと動的計画、第 4 章 線形計画問題の解の確定的ラウンディング、第 5 章 ランダムサンプリングと線形計画問題の乱択ラウンディング、第 6 章 半正定値計画問題の乱択ラウンディング、第 7 章 主双対法、第 8 章 カットとメトリック、第 部 技法：発展、第 9 章 グリーディアルゴリズムと局所探索アルゴリズムのさらなる利用、第 10 章 データのラウンディングと動的計画のさらなる利用、第 11 章 線形計画問題の解の確定的ラウンディングのさらなる利用、第 12 章 ランダムサンプリングと線形計画問題の乱択ラウンディングのさらなる利用、第 13 章 半正定値計画問題の乱択ラウンディングのさらなる利用、第 14 章 主双対法のさらなる利用、第 15 章 カットとメトリックのさらなる利用、第 16 章 近似困難性の証明技法、第 17 章 未解決問題。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

Yasuhito Asano, Taihei Oshio, Masatoshi Yoshikawa: Time graph pattern mining for network analysis and information retrieval, IEICE Transactions on Information and Systems, Vol.E97-D, No.4, 2014, pp.733-742. (査読有り)

Xinpeng Zhang, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: Mining knowledge on relationships between objects from the Web, IEICE Transactions on Information and Systems, Vol.E97-D, No.1, 2014, pp.77-88. (査読有り)

Jiyi Li, Qiang Ma, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: Tag quality improvement for social image hosting website, IPSJ Transactions on Databases, Vo.6, No.3, 2013, pp.177-186. (査読有り)

Xinpeng Zhang, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: A generalized flow-based method for analysis of implicit relationships on Wikipedia, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, Vol.25, No.2, 2013, pp.246-259. (査読有り)

Takao Asano, Shin-ichi Nakano, Yoshio Okamoto: Guest editorial: selected papers from ISAAC 2011, Algorithmica, Vol.67, 2013, pp.1-2. (査読なし)

Takao Asano, Shin-ichi Nakano, Yoshio Okamoto: Guest editors' forward, International Journal of Computational Geometry and Applications, Vol.23, No.2, 2013, pp.73-74. (査読なし)  
Erkou Damien, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: How can the Web helps Wikipedia?, IPSJ Transactions on Databases, Vo.5, No.1, 2012, pp.64-74. (査読有り)

〔学会発表〕(計 5 件)

Hiroyuki Umeda, Takao Asano: Nash equilibria in combinatorial auctions with item bidding by n players, 16<sup>th</sup> Korea-Japan Workshop on Algorithms and Computation, Suwon, Korea, July 12-13, 2013. (査読有り)

Taku Kuribayashi, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: Ranking method specialized for content descriptions of classical music, WWW2013, Rio de Janeiro, Brazil, May 13-17, 2013. (査読有り)

梅田博之、浅野孝夫: アイテム入札による組合せオークションのナッシュ均衡、情報処理学会アルゴリズム研究会、小樽、2013年5月17~18日. (査読なし)

Minoru Naito, Yasuhito Asano, Masatoshi Yoshikawa: A graph model of events focusing on granularity and relations towards organization of collective intelligence on history, IARIA Web2013, Seville, Spain, January 27-31, 2013. (査読有り)

梅田博之、浅野孝夫: 二人プレイヤーのアイテム入札による組合せオークションのナッシュ均衡、情報処理学会アルゴリズム研究会、盛岡、2012年11月1~2日. (査読なし)

〔図書〕(計 4 件)

浅野孝夫、浅野泰仁: ネットワーク・大衆・マーケット - 現在社会の複雑な連結性についての推論 (D. Easley, J. Kleinberg: Networks, Crowds and Markets - Reasoning about a Highly Connected World, Cambridge University Press, 2010 の日本語訳) 共立出版、2013、781 ページ.

浅野孝夫: 近似アルゴリズム (V.V. Vazirani: Approximation Algorithms, Springer, 2002 の日本語訳) 丸善出版、2012、393 ページ.

浅野孝夫、浅野泰仁、小野孝男、平田富夫: 組合せ最適化第2版 - 理論とアルゴリズム (B. Korte, J. Vygen: Combinatorial Optimization - Theory and Algorithms, Springer, 2008 の日本

語訳) 2012、717 ページ.

Takao Asano, Shin-ichi Nakano, Yoshio Okamoto, Osamu Watanabe (Eds.): Algorithms and Computations - Proceedings of 22<sup>nd</sup> International Symposium, ISAAC 2011, LNCS7074, Springer, 2011, 775 pages.

〔産業財産権〕  
出願状況 (計 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況 (計 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

[www.ise.chuo-u.ac.jp/ise-labs/asano-lab/asano](http://www.ise.chuo-u.ac.jp/ise-labs/asano-lab/asano)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅野 孝夫 (ASANO TAKAO)  
中央大学・理工学部・教授  
研究者番号: 90124544

(2) 研究分担者

浅野 泰仁 (ASANO YASUHITO)  
京都大学・情報学研究科・准教授  
研究者番号: 20361157

(3) 連携研究者

( )

研究者番号: