

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 22 日現在

機関番号：34304

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500027

研究課題名(和文)オートマトン、形式言語および計算理論の研究

研究課題名(英文)Automata, Formal languages and Computation

研究代表者

伊藤 正美 (ITO, Masami)

京都産業大学・名誉教授

研究者番号：50065843

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円、(間接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：1) オートマトンの代数的構造の研究を行った。とくに、オートマトンの状態集合を層に分解し層間に半順序関係を導入し、与えられたオートマトンの部分オートマトンの構造の決定に応用した。またオートマトンの自己同型群の構造とオートマトンの層との関係を研究した。2) 言語および語上の演算子の研究を行った。とくに重複閉包演算の研究を重点的に行った。文脈自由言語の有界重複閉包は文脈自由言語になるが正規言語の有界重複閉包は必ずしも正規言語にならないことを示した。正規言語の有界重複閉包が正規言語になるための条件を調べた。3) 分担者は、Grover の量子探索アルゴリズムの改良を試みた。

研究成果の概要(英文)：1) We investigated the algebraic structures of automata. Especially, we introduced the notion of layers of an automaton A which forms a partially ordered set and determined all sub-automata a of A . Furthermore, we established a relationship between the structure of an automaton and the set of its layers. 2) We investigated several operations on words and languages. Especially, the study of duplication closures of languages was mainly done. We showed that the K -restricted duplication closure of any context-free language becomes context-free but the K -restricted duplication closure of a regular language does not necessarily become regular. We provided some conditions for the duplication closure of a given regular language to be regular. 3) Regarding the study on the unconventional computation theory, a revised version of the Grover's algorithm was given.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：オートマトンの代数的構造 オートマトンの状態の層 オートマトンの自己同型群 重複閉包演算 有界重複閉包 文脈自由言語 正規言語 量子探索アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、「原始語（他の語の冪にはならない語）全体からなる集合は文脈自由言語ではない」という予想に関して、その提唱者の一人として20年以上その解決に努めて来た。この予想自体は未だ未解決であるが、この問題に付随して文脈自由言語、正規言語、マルクス文脈言語、文法系、(有限)オートマトンおよびプッシュダウンオートマトンに関して種々の興味深い問題が提起されて来た。また DNA 計算の研究に関しては、形式言語の成果が利用出来るのではないかという感触を持っていた。もう一方の非通常計算として量子計算がある。量子計算とは量子力学に於ける重ね合わせの原理を利用した並列高速計算を意味する。1996年に Grover は A fast quantum mechanical algorithm for database search, Proceedings, 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing (1996) に於いて量子探索アルゴリズムを開発した。それ以来、研究分担者は量子素因数分解アルゴリズムおよび量子探索アルゴリズムに興味をもっており、特に量子探索アルゴリズムに関しては従来のアルゴリズムには改良の余地があるのではないかと考えてきた。以上が研究代表者および研究分担者が研究を始めた頃の状況である。

2. 研究の目的

研究代表者の研究目的は、オートマトンおよび形式言語に関して、それらの構造を代数的および組合せ論的観点から研究を行うことである。研究分担者の研究目的は、非通常計算理論、とくに Grover による既存の量子探索アルゴリズムを精査し改良を行うことである。

3. 研究の方法

研究代表者の研究方法は、オートマトンの構造を代数的および組合せ論的手法を駆使して解明することである。また DNA 計算の実現のために DNA 連鎖の塩基配列とその複製等を形式言語における語と語上の演算に対比させることによりその数学的モデルを構築し数学的に取り扱った。

研究分担者は、Li & Li による(単一位相整合の方法を改良した(多重)位相整合の方法を利用し、Grover の量子探索アルゴリズムの改良を行った。

4. 研究成果

研究代表者は、オートマトンの構造の研究

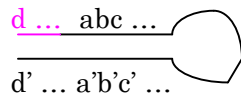
に関して、まず有限オートマトンの状態集合を層に分割した。すなわち $A = (S, X, \delta)$ をオートマトンとするとき、状態集合 S 上に次のような同値関係 \approx を導入する: $\forall s, t \in S, s \approx t \Leftrightarrow \exists u, v \in X^*, \delta(s, u) = t, \delta(t, v) = s$

この同値関係の各同値類を層とよぶ。次に層の集合に半順序 \leq を以下のように導入する: T, W を層、 t, w をそれぞれの層の代表元とする。このとき $T \leq W \Leftrightarrow \exists u \in X^*, t = \delta(w, u)$ と定義する。

この層のなす半順序集合を用いてオートマトン A のすべての部分オートマトンを決定した。また A の部分オートマトンの間にも状態集合の包含関係による半順序を導入した。 A の部分オートマトンがなす半順序集合が下半束をなすことが証明され、この下半束の構造を調べることが出来た。研究代表者は、1970年代後半以来オートマトンとその自己同型群の関係について研究してきたが、強連結オートマトン(層が単一であるようなオートマトン)以外のオートマトンに関してはよい結果が得られていなかった。ここでオートマトン $A = (S, X, \delta)$ に対して、全単射 $\rho: S \rightarrow S$ が条件: $\forall (s, a) \in S \times X, \rho(\delta(s, a)) = \delta(\rho(s), a)$ を満たすとき ρ を A の自己同型とよぶ。自己同型全体の集合は写像の合成演算により群をなす。層の概念を用いることにより研究期間中に一般のオートマトンの場合にも層と自己同型群の関係に関しある程度満足の行く結果が得られた。

言語上の演算に関しては、複製演算、複製閉包演算、ヘアーピン補完演算、ヘアーピン補完閉包演算の研究を行った。とくに複製閉包演算に関しては K -制限複製閉包演算という新たな演算を定義し K が有限のときは演算の適用後に言語の文脈自由性は保存されるが正規性は必ずしも保存されないことを示した。また正規性が保存されるための条件が求められた。ここで語上の複製演算とは、語 uvw に対して $uvw \rightarrow uvvw$ なる演算を意味する。また言語上の複製演算とは、言語内の各語に複製演算を適用しその和を取ったものである。複製閉包演算は複製演算を有限回繰り返し適用する演算である。 K -制限複製閉包演算とは複製される部分(上記では語 v)があらかじめ指定された語の集合 K に属するものに限定される複製閉包演算である。

ヘアーピン補完演算とは制限酵素により切断されたか、あるいは何らかの原因で欠損が生じた DNA の塩基連鎖を修復する操作の数学的モデルで、語 $abc \dots c'b'a' \dots d'$ を図のように張り合わせた後に補完することにより語 $d \dots abc \dots c'b'a' \dots d'$ が得られるような語上の演算である。



ここで $(a, a'), (b, b'), (c, c'), (d, d'), \dots$ は DNA の塩基連鎖での $(A, T), (G, C)$ のような塩基対に対応する対であり、 $d \dots$ の部分が補完部分である。

ヘアピン補完閉包演算はヘアピン補完演算を有限回繰り返し適用する演算である。ヘアピン補完演算およびヘアピン補完閉包演算に関しても他の演算と同様に言語上の演算に拡張される。研究代表者はヘアピン補完演算で補完される部分（すなわち $d \dots$ の部分）の語の長さが有界であるような有界ヘアピン補完閉包演算の研究を行った。例えば、チョムスキー言語階層のそれぞれに属する言語はヘアピン補完閉包演算適用の後に一定の条件下でその階層への所属が保持されること等が証明された。

さらに回文からなる文脈自由言語の構造に関する既存の結果、例えば「文脈自由言語が回文からなる言語であるための必要十分条件は $L_p = \{p\}$ および $L_{q,r,s} = qr(sr)^*q^r$ の型の言語の有限和である。ただし、 p, q, r は回文、 q^r は q の逆読み文である」と「文脈自由言語が回文からなる言語ならば線形言語である」とこの新しい簡潔な証明が与えられた。ここで回文とは、「たけやぶやけた」のように文とその逆読みが一致するような文を意味する。

研究分担者は、Grover の量子探索アルゴリズムを改良した。Grover のアルゴリズムは、今日では量子ゲートモデルの代表的なアルゴリズムと見なされているが、以下のような弱点があった。すなわち (1) 探索の成功確率が標的割合 λ に対して大きく変動し、成功確率が 1 であるのは $\lambda = 1/4$ のみであり、とくに標的割合が 1 を超えたときに探索を行うと、探索効率が悪化し論理的破綻を来す。(2) 最適探索回数を知るためには標的割合をあらかじめ知る必要がある。

以上の弱点を克服するため、従来多くの改良版が提案されて来たが、(単一)位相整合の方法はその一つであった。研究分担者はこの位相整合の方法の改良について研究を行い、(単一)位相整合の整合位相パラメータの厳密解を得る事に成功し、全標的割合に対して必ず成功確率が 1 の探索を可能にする方法を確立した。但し、この方法においてもあらかじめ標的割合を知る必要があるため、上記の問題 (2) を解決するアルゴリズムとして、(多重)位相整合の方法を開発した。これによりあらかじめ標的割合を知ることなく、ほぼ全ての標的割合に対して成功確率が 1 の探索が可能になるアルゴリズムの制作に成功した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

1. F.M. Toyama, W. v. Dijk, Y. Nogami, Quantum search with certainty based on modified Grover algorithms: Optimum choice of parameters, Quantum Information Processing 12, 1897-1914 (2013) (査読有)

2. F.M. Toyama, Y. Nogami, Comment on overcoming misconceptions in quantum mechanics with the time evolution operator, European Journal of Physics 34, 73-75 (2013) (査読有)

3. M. Ito, Algebraic structures of automata, Theoretical Computer Science 429, 164-168 (2012) (査読有)

4. F.A.B. Coutinho, Y. Nogami, F.M. Toyama, One-dimensional point interaction Griffiths' boundary conditions, Canadian Journal of Physics 90, 383-389 (2012) (査読有)

5. M. Ito, K-restricted duplication closure of languages, Proceedings of AFL 2011, Edited by P. Domosi and Sz. Ivan (Debrecen, Hungary), 28-33 (2011) (査読有)

6. M. Ito, P. Leupold, F. Manea, V. Mitranu, Bounded hairpin completion, Information and Computation 209, 471-485 (2011) (査読有)

[学会発表] (計 4 件)

1. M. Ito, Context-free languages and regular languages, 計算機科学における論理・代数・言語 (京都大学数理解析研究所), 2014. 02. 17-2014. 02. 19

2. M. Ito, Remarks on canonical SI-automata, 代数とコンピュータサイエンス (京都大学数理解析研究所), 2013. 02. 18-2013. 02. 20

3. M. Ito, Algebraic structure of automata (招待講演), 代数系および計算機科学基礎 (京都大学数理解析研究所), 2012. 02. 20-2012. 02. 22

4. M. Ito, K-Restricted duplication closure of languages (招待講演), AFL 2011 (Debrecen, Hungary), 2011. 08. 17-2011. 08. 22

[図書] (計 1 件)

1. P. Domosi, M. Ito, Context-Free Languages and Primitive Words, World Scientific, Singapore (総頁数 508 頁の内研究代表者担当分 pp. 27-102, 269-310, 345-451) (2014 年 7 月刊行)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

伊藤 正美 (ITO, Masami)
京都産業大学・名誉教授
研究者番号： 50065843

(2) 研究分担者

外山 政文 (TOYAMA, Masafumi)
京都産業大学・コンピュータ理工学部・教授
研究者番号： 60180189