

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 9 日現在

機関番号：62615

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23500030

研究課題名(和文)存在型の型理論

研究課題名(英文)Type Theory of Existential Types

研究代表者

龍田 真 (TATSUTA, Makoto)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・教授

研究者番号：80216994

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 二相再帰は、関数定義の定義本体の中の全ての再帰呼び出しが同じ型をもつように制限した多相再帰である。二相再帰が主型をもち、また、決定可能な型推論をもつことを示した。(2) 双対計算を帰納型と余帰納型により拡張した。非決定可能双対計算を定義し、強正規化可能性を示した。値呼び体系と名前呼び体系を定義し、その合流性と強正規化可能性を証明した。(3) 逐次バックトラック付きゲームを提案し、そのゲーム意味論が、部分古典論理に対して、健全かつ完全な意味論を与えることを示した。

研究成果の概要(英文)：(1) Bimorphic recursion is restricted polymorphic recursion such that every recursive call in the body of a function definition has the same type. We showed bimorphic recursion has principal types and decidable type inference. (2) We extended the dual calculus with inductive types and coinductive types. We first introduced a non-deterministic dual calculus with inductive and coinductive types, and proved its strong normalization. Next we introduced a call-by-value system and a call-by-name system of the dual calculus with inductive and coinductive types, and showed their Church-Rosser property, and their strong normalization. (3) This paper proposes games with Sequential Backtracking, and proves that they provide a sound and complete semantics for subclassical logics.

研究分野：プログラム理論

キーワード：型理論 存在型

1. 研究開始当初の背景

存在型とは、型 A と型変数 X に対して、 $\text{exists } XA$ となる型のことである。多相型は、 $\text{forall } XA$ と表され、この型をもつプログラムは、任意の型 B に対して A 中の X を B に置き換えた型 $A[B]$ をもつ。これに比較すると、存在型の意味は、次のように説明できる。あるプログラムが $\text{exists } XA$ の型をもつとき、ある型 B が存在してそのプログラムは型 $A[B]$ をもつ。存在型は、理論上も応用上も重要であり、古くから研究されてきた。この論文では、存在型の型理論を定義し、それがプログラミング言語の主要な機能のひとつであるアブストラクトデータタイプに対する型を与えることを示した。この論文の後、存在型に関して、型理論としての理論的研究と、それをプログラミング言語の設計に取り入れる応用的研究の両面から活発な研究が行われた。

存在型は、近年その新しい理論的性質が明らかになり、これを契機として、再び活発な研究が始まっている。要点は、(1) CPS 変換 (continuation-passing-style 変換) により多相型と存在型の緊密な関係が判明したこと、(2) 存在型の型理論について型推論、証明可能性の非決定可能性および決定可能性が判明しつつあることによる。

CPS 変換は、継続という概念を用いてプログラムを変換し、プログラミング言語の処理系で重要な技法である。CPS 変換を型理論で調べることにより、それは論理的にはゲーデルの二重否定変換に相当することがわかっている。近年、古典論理の型理論の研究に端を発して、型理論において CPS 変換が活発に研究されている。多相型はプログラミング言語 ML や Haskell など採用され重要であるが、存在型は CPS 変換により多相型に対応する。このため、存在型の性質と多相型の性質は CPS 変換により密接にかかわっており、一方の既知の性質が他方の未知の性質を明らかにすることができる。この点でも存在型の研究は重要である。

2. 研究の目的

本研究代表者は、存在型の型理論で、否定型、直積型、存在型、多相型からなる型理論の要素存在性 (type inhabitation problem) が決定可能であることを示した。また、存在型を含む Curry 式および type-free 式の型理論の型推論および型検査の非決定可能性を示した。本研究ではこれらの成果を発展させる。

存在型の型理論の要素存在性は、否定型、直積型、存在型、多相型からなる型理論では決定可能であるが、先行研究によれば、矛盾、関数型、直和型、存在型からなる型理論では非決定可能である。本研究では、まず、この2つから出発し、どのような存在型の型理論

の要素存在性が決定可能であるか分類する。方法は、先行研究の精密化、拡張である。特に、存在型と関数型だけからなる型理論について要素存在性が決定可能であるか明らかにする。

先行研究では、否定型、直積型、存在型を含む Curry 式、type-free 式、および multiple-quantifier 式の型理論の型推論および型検査の非決定可能性を示した。しかし、まだ、関数型と存在型の両方を含む型理論について、その型推論および型検査が決定可能であるかどうかは未知である。本研究ではこれを明らかにする。方法は、CPS 変換を用いて多相型の性質と比較する Nakazawa らの先行研究の方法の拡張、および一階述語論理の二階命題論理への翻訳を用いる Sorensen らの先行研究の方法の拡張である。非決定可能であることがわかった場合には、型推論や型検査が決定可能となるような部分体系を発見し、その型推論および型検査アルゴリズムを与える。

存在型を含む基本的な型理論に関する要素存在性、型推論、型検査が明らかになった後には、次に、既知の様々な型理論に存在型を追加することにより拡張して得られる型理論に対して、以上の研究成果を拡張することにより、その要素存在性、型推論、型検査を明らかにする。特に、共通型とマルチステージに対する型に拡張する。

3. 研究の方法

存在型の型理論の要素存在性は、本研究代表者らの先行研究によれば、否定型、直積型、存在型、多相型からなる型理論では決定可能であるが、Sorensen らの先行研究によれば、矛盾、関数型、直和型、存在型からなる型理論では非決定可能である。本研究では、まず、この2つから出発し、どのような存在型の型理論の要素存在性が決定可能であるか分類する。特に、存在型と関数型だけからなる型理論について要素存在性が決定可能であるか明らかにする。

方法は、本研究代表者らの先行研究と Sorensen らの先行研究の精密化、拡張である。

本研究代表者らの先行研究では、本研究代表者は、 $\text{exists } XA$ が、 A が $\text{neg } B$ の形をしているときにはこの限量子が除去できることを証明し、これを適用することにより要素存在性が決定可能であることを証明した。関数型と存在型からなる型理論に、この手法を拡張することを試みる。拡張できれば決定可能であることが証明できる。拡張できない場合には、拡張できる条件を求め、この条件を満たす部分体系を構成する。この部分体系に対して要素存在性が決定可能であることを証明する。また、決定アルゴリズムを構成する。

Sorensen らの先行研究では、直観主義一階述語論理を、二階命題論理に翻訳することに

より、その型理論の要素存在性が非決定可能であることを証明した。著者のひとりである Urzyczyn と最近研究討論を行い、この手法は、矛盾、関数型、直和型、存在型からなる型理論にまではすぐに拡張できるが、このうちひとつの型でも欠けた型理論では未知であることが確認された。拡張可能性をより精密に検討することにより、この翻訳を、より小さな型理論、例えば、関数型と存在型のみからなる型理論に適用し非決定可能性を証明することを試みる。

次の段階では、存在型の型理論の型推論および型検査の決定可能性を調べる。特に、存在型と関数型だけからなる型理論の型推論および型検査の決定可能性を明らかにする。

存在型の性質と多相型の性質は CPS 変換により密接にかかわっており、一方の既知の性質が他方の未知の性質を明らかにすることができる。本研究代表者は、先行研究により存在型を含む Curry 式および type-free 式の様々な型理論についてその型推論および型検査の決定可能性および非決定可能性を証明した。いずれの研究成果も、CPS 変換により、存在型の性質と多相型の性質を調べたものである。これらの方法を発展させ、新しい CPS 変換や新しい中間的型理論を構成することにより本研究を行う。決定可能である場合には、型推論アルゴリズムを構成する。

最後に、体系全体または部分体系に対して得られる型推論アルゴリズムをパソコン上に試作して実装し、理論を検証する。

4. 研究成果

(1) 二相再帰の型推論

二相再帰は、関数定義の定義本体の中での全ての再帰呼び出しが同じ型をもつように制限した多相再帰である。多相再帰により2つの異なる型を再帰的に定義された関数に与えることができる：ひとつは再帰呼び出しに対してであり、もうひとつはその定義の外側でのその関数呼び出しに対してである。本研究での二相再帰は、入れ子にすることができる。本研究は、二相再帰が主型をもち、また、決定可能な型推論をもつことを示した。ゆえに、二相再帰により、決定可能な型推論をもつ柔軟な型付けを再帰に対して行うことができる。本研究は、インスタンスーション性を二相再帰から除くと、再帰の入れ子のため、型付け可能性が非決定可能になることも示した。

(2) 帰納型および余帰納型をもつ値呼びおよび名前呼び双対計算

双対計算を帰納型と余帰納型により拡張した。双対計算とは Wadler により提案された型理論であり、古典シーケント計算に基づく型理論である。この型理論においては、古

典論理のもつ双対性が、型理論としても表現されている。帰納型とは、リスト、木などの再帰データに対する型の一般化であり、最小不動点により定義される。余帰納型とは、ストリームなど無限データに対する型の一般化であり、最大不動点により定義される。帰納型と余帰納型は双対であると考えられており、カテゴリ理論など様々な側面からその双対性が論じられてきた。しかし、型理論の側面から構文的にその双対性を明らかにした結果はなかった。

まず帰納型と余帰納型をもつ非決定可能双対計算を提案した。この体系は、元の双対計算と同じ双対性をもつ上に、帰納型と余帰納型の双対性をもつ。すなわち、帰納型と余帰納型に対して、項と余項の双対性、および簡約規則の双対性をもつ。この体系の強正規化可能性を、体系を二階双対計算に翻訳することにより証明した。二階双対計算の強正規化可能性は、その体系を二階対称ラムダ計算に翻訳することにより証明した。次に、帰納型および余帰納型をもつ双対計算のうちで値呼び体系と名前呼び体系を提案した。これら体系に対して、値呼びと名前呼びの双対性、チャーチロッセー性、強正規化可能性を証明した。これら体系の強正規化可能性は、これら体系を帰納型と余帰納型をもつ非決定双対計算に翻訳することにより証明した。

(3) 逐次バックトラッキングをもつゲームと部分古典論理に対する完全ゲーム意味論

含意をもつ様々な部分古典論理に基づく算術に対するゲーム意味論を与えた。この意味論はシグマ 0-1 論理式に限定した排中律をもつ直観主義算術に対応する無限シーケント計算に意味論を与えその論理体系を明らかにした。逐次バックトラック付きゲームを提案し、そのゲーム意味論が、その論理体系および関連する他の様々な部分古典論理に対して、健全かつ完全な意味論を与えることを示した。それを示すために、その論理体系の片側版の論理体系で、ゲーム意味論の必勝戦略に木同型の証明図をもつ論理体系を定義した。

逐次バックトラックは、従来の古典論理のゲーム意味論において用いられたバックトラックと、直観主義論理のゲーム意味論に用いられたバックトラックを発展させることにより定義した。これを用いて、直観主義論理、シグマ 0-1 論理式に関する排中律をもつ論理、古典論理に対する統一的な意味論を与えた。シグマ 0-1 論理式に関する排中律をもつ論理体系と同等な論理体系として、交換規則のない無限算術と、その片側版の論理体系を定義し、それぞれの体系における証明可能性とゲーム意味論において真であることが同等であることを証明した。交換規則のない無限算術とその片側版の論理体系はそれらの証明可能性は同等である。また、片側版の

論理体系の証明図は、ゲーム意味論の必勝戦略と木同型であり、それらの証明可能性と真であることは同等である。また、交換規則のない無限算術とシグマ 0-1 論理式に関する排中律をもつ論理体系は同等である。以上の同等性により健全性と完全性を証明した。

(4) 帰納的定義および余帰納的定義に対する実現可能性

メンドラー式の帰納的定義および余帰納的定義の g -実現可能性解釈と r -実現可能性解釈を定義した。これらの解釈は、簡潔で本質的な実現子を、非単調である場合も含む帰納的および余帰納的定義の一般的枠組みに対して与える。これらの解釈の健全性定理を証明した。 g -実現可能性解釈の健全性により、項存在性、論理和性、プログラム抽出定理を証明した。また、 r -実現可能性解釈の健全性により、負論理式に対する選択公理とマルコフ原理との無矛盾性を証明した。

(5) プログラム検証のための二階分離論理の完全性

分離論理を二階論理に拡張し、その体系を考察した。アサーションを、二階変数による原子論理式と、二階変数の全称量子に拡張した。高階分離論理が活発に研究されているが、この体系は高階分離論理を二階の範囲で含む。ポインタプログラムの性質を証明するために、この体系をホア論理に拡張した。この拡張されたホア論理体系に対して、(1) 最弱事前条件を記述する論理式が存在すること (表現性)、(2) 真であるアサーションを仮定すれば、真である判定が証明可能であること (相対完全性)、の 2 つの定理を証明した。

(6) 二階存在型の要素存在性の判定手続き

二階存在型の要素存在性の判定手続きを実装した。OCaml の抽象データ型を、二階存在型に翻訳する手続きを実装した。この 2 つの手続きを用いることにより、OCaml のライブラリ関数の依存関係を解析した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

[1] Stefano Berardi and Makoto Tatsuta, Games with Sequential Backtracking and Complete Game Semantics for Subclassical Logics, In: Proceedings of 11th International Conference on Typed Lambda Calculi and Applications (TLCA 2013), Lecture Notes in Computer Science 7941

(2013) 61--76, 査読有, DOI:10.1007/978-3-642-38946-7_7.

[2] Daisuke Kimura and Makoto Tatsuta, Call-by-Value and Call-by-Name Dual Calculi with Inductive and Coinductive Types, Logical Methods in Computer Science 9 (1) (2013) Article 14, 査読有, DOI:10.2168/LMCS-9(1:14)2013.

[3] Makoto Tatsuta and Ferruccio Damiani, Type Inference for Bimorphic Recursion, In: Proceedings of Second International Symposium on Games, Automata, Logics, and Formal Verification (GandALF 2011), Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science 54 (2011) 102--115, 査読有, doi:10.4204/EPTCS.54.8.

[学会発表] (計 2 件)

[1] Makoto Tatsuta, Realizability of inductive and coinductive definitions, In: Proceedings of JAIST Logic Workshop Series 2015: Constructivism and Computability, invited talk (2015) 16--17, 2015.3.3, しいのき迎賓館(石川県金沢市広坂2-1-1).

[2] Makoto Tatsuta, Completeness of second-order separation logic for program verification, In: Proceedings of Logic Colloquium 2014, 2014.7.15, Vienna (Austria).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

龍田 真 (TATSUTA, Makoto)
国立情報学研究所、情報学プリンシプル研究系、教授
研究者番号: 80216994

(2) 連携研究者

中澤 巧爾 (NAKAZAWA, Koji)
京都大学、情報学研究科、助教
研究者番号: 80362581