

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 22 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2016

課題番号：23500355

研究課題名(和文) 計算代数統計の統計的実験計画法への応用

研究課題名(英文) An application of computational algebraic methods to the theory of statistical experimental designs

研究代表者

青木 敏 (Aoki, Satoshi)

神戸大学・理学研究科・教授

研究者番号：90332618

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：多項式環のグレブナー基底の理論を、統計学の様々な問題の解決に応用するという研究分野(計算代数統計学)は、1990年代に誕生し、主に分割表の枠組みにおいて、研究が進められてきた。本研究は、統計学の重要な応用分野のひとつである、実験計画法において、計算代数手法を使った新たな統計手法を開発することを目標とした。従来、実験計画法では、正規性の仮定を前提にした直交表の利用などに主眼が置かれていたが、本研究では、非正規性を有する観測値に対する統計手法として、多項式環のイデアルの構造から得られる新たな統計モデルの提案や、統計モデルの代数的特徴づけなどの結果を得た。

研究成果の概要(英文)：In the field of the computational algebraic statistics, applications of the Groebner basis theory to various statistical problems are considered, mainly in the context of contingency tables since 1990's. In this research, we aimed to present new statistical models and methods in the context of statistical experimental designs, which is one of the important topics in the applied statistics. Our results include new statistical models for non-normalized data, and are based on the theory of the structure of the ideals in the polynomial rings.

研究分野：計算代数統計

キーワード：実験計画法 グレブナー基底 計算代数 イデアル 分割表

1. 研究開始当初の背景

1990年代に、計算代数統計学とよばれる新たな研究分野が誕生した。この分野は、多項式環のグレブナー基底の理論を、統計学の諸問題に応用するというものである。具体的な問題として重要なものには、実験計画法における交絡関係の代数的記述と、離散指数型分布族に対する統計モデルの当てはまりの評価のためのマルコフ連鎖モンテカルロ法で使われる連結な推移基底（マルコフ基底）の代数的特徴づけの2つがある。研究代表者は、特に後者の問題に関し、2000年頃に研究を開始し、本基盤(C)の開始時の時点では、多元分割表の分解可能モデル等の重要な統計モデルに対するマルコフ基底の構造（極小性、一意性、対称性、不変性など）解明の結果を得ていた。しかし、複雑な構造をもつ統計モデルや、それに対応する代数構造（トーリックイデアルの構造）についてはほとんど結果が得られていなかった。一方で、実験計画法の分野においては、統計学の解析手法が、正規性の仮定を前提とした直交表の利用などに限られていた背景があったが、観測値が頻度で得られる場合に対しては、上記の多元分割表に関する代数手法が適用可能であることが予想できる状況にあった。

2. 研究の目的

本基盤(C)は、実験計画法により計数値が観測される状況を念頭に置き、代数手法を利用することで、非正規性を有するデータに対する新たな解析手法の開発を目的とするものである。特に、従来、数理的な扱いが困難であった、水準数が3以上の多水準実験や、一部実施計画の中でも実験回数が組合せ配置の1/2、1/4等に限定されない、レギュラーでない一部実施計画に対して、有用な手法を開発することが、大きな研究目標であった。

3. 研究の方法

多元分割表に関してそれまでに得られていた研究成果を、実験計画法の文脈に適用し、拡張することが、研究初期の基本的なアプローチのひとつであった。さらに、複雑な計画や複雑な統計モデルに対応するため、対応する計画イデアルやトーリックイデアルの代数構造に関して、多項式環のイデアルに関する最新の研究成果を学び、そこから得られる新たな統計モデルを構築することで、従来にはない斬新な結果を得ることを目指した。そのために、多項式環のグレブナー基底の世界的な第一人者である、日比孝之教授（大阪大学）、大杉英史教授（関西学院大学）とは、定期的に情報交換を行い、統計学だけでなく、代数学における最先端の研究成果を取り入れた。

4. 研究成果

(1) 多元表のマルコフ基底に関する結果を、実験計画法に関する統計手法に拡張する、というアプローチでは、 p 個の2水準因子のレ

ギュラーな一部実施計画のうち、分解能が $p-1$ となるものについて、主効果モデルの検定問題に対応する極小マルコフ基底の構造の解明に成功した（論文リスト3）。分割表の文脈においては、次元数を固定しない状況では、分解可能モデル以外のマルコフ基底の特徴づけに関する結果はほとんど得られていなかったが、本研究はその一つを具体的に求めたという点で意義がある。

(2) 多項式環のグレブナー基底に関する最新の研究成果を反映した、新たな実験計画の問題や統計モデルの解析手法の提案というアプローチでは、従来にはない、斬新な成果をいくつか得た。まず、2水準のレギュラーな一部実施計画のうちのサブクラスについて、主効果モデルのマルコフ基底が、対応する切断イデアルの生成系として特徴づけられることを示し、その特徴づけを行った（論文リスト6）。特に、切断イデアルにおける無向グラフの独立なサイクルと、一部実施計画の定義関係との対応が示された。また、3水準以上の結果については、代数学において中心対称配置のトーリックイデアルとして知られるものが、統計学で古典的なBox-Behnken計画の主効果モデルのモデル行列に対応することを示し、そのマルコフ基底を導出した（論文リスト2）。Box-Behnken計画は、統計学では応答曲面法においてもちいられる2次計画（2次モデルが推定可能な計画）であるので、主効果モデルに関する本結果は応用上は強い結果ではないが、代数学の分野における、新しい研究成果を含むものである。また、一般的には扱いが難しい、固定ゼロや複雑な部分制約を含む設定に対応する結果である、ladder determinantal tableの2次元変化点問題に対応するマルコフ基底を、分配束に付随するイデアルのグレブナー基底として得ることができることを示した（論文リスト1）。

(3) 以上の他、書籍の執筆や解説記事を通して、得られた解析手法の普及に取り組んだ。特に、図書リスト1の書籍は、分割表と実験計画法のマルコフ基底に関する、理論と応用に関して、当時のこの分野の最新の研究成果を網羅したものであり、計算代数統計を志す国内外の多くの研究者に影響を与えた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計9件)

1. S. Aoki and T. Hibi (2017). Markov bases for two-way change-point models of ladder determinantal tables. *Journal of Algebraic Statistics*, **8**, DOI: <http://dx.doi.org/10.18409/jas.v8i1.55>. 査読有.
2. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2016). Markov chain Monte Carlo methods

- for the Box-Behnken designs and centrally symmetric configurations. *Journal of Statistical Theory and Practice*. **10**, 59—72. 査読有.
3. S. Aoki (2015). Minimal Markov basis for tests of main effect models for 2^{p-1} fractional factorial designs of resolution p . *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **44**, 2371—2386. 査読有.
 4. S. Aoki and M. Miyakawa (2014). Statistical testing procedure for the interaction effects of several controllable factors in two-valued input-output systems. *Journal of Statistical Theory and Practice*. **8**, 546—557. 査読有.
 5. S. Aoki and A. Takemura (2014). Markov Bases and Designed Experiments. In *Groebner Bases - Statistics and Software Systems*, T. Hibi (editor). Springer. 165—221. 査読有.
 6. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2013). Markov chain Monte Carlo methods for the regular two-level fractional factorial designs and cut ideals. *Journal of Statistical Planning and Inference*. **143**. 1791—1806. 査読有.
 7. S. Aoki and A. Takemura (2012). Design and analysis of fractional factorial experiments from the viewpoint of computational algebraic statistics. *Journal of Statistical Theory and Practice*. **6**. 147—161. 査読有.
 8. H. Hara, S. Aoki and A. Takemura (2012). Running Markov chain without Markov basis. In *Proceedings of the Second CREST-SBM International Conference, Harmony of Groebner Bases and Modern Industrial Society*. T. Hibi (ed.). World Scientific. Singapore. 45—62. 査読有.
 9. 青木敏, 竹村彰通 (2011). マルコフ基底と実験計画法. *グレブナー道場*. 共立出版. JST CREST 日比チーム(編). 204—270. 査読無し.
- [学会発表]計24件 以下は代表的なもの . 最後に年度別の件数を示す .)
1. S. Aoki (2016). Markov bases for two-way change-point models of ladder determinantal tables. RIMS seminar, Binomial Ideals and Algebraic Statistics. 2016年10月31日~11月3日. 関西セミナーハウス(京都府・京都市)
 2. S. Aoki (2016). Algebraic construction of two-level fractional factorial designs. RIMS Workshop, Application of Algebraic Methods to Statistics. (AAMS 2016). 2016年6月20日~6月24日. 京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)
 3. S. Aoki (2016). Sampling methods of fractional factorial designs. The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting (IMS-APRM 2016). The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong (香港), June 27-30, 2016. (招待講演)
 4. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2016). Markov chain Monte Carlo methods for the Box-Behnken designs and centrally symmetric configurations. The 4th Japan-Waiwan Conference on Combinatorics and its Applications. 2016年3月7日. 北九州国際会議場 福岡県・北九州市)
 5. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2015). Markov chain Monte Carlo methods for the Box-Behnken designs and centrally symmetric configurations. 2015年8月5日. NIMS, Daejeon, Korea (韓国).
 6. 青木敏 (2014). Markov Bases in Statistics. 2014年度統計関連学会連合大会(招待講演), 2014年9月3日~9月16日. 東京大学, 東京.
 7. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2014). Markov chain Monte Carlo methods for the regular two-level fractional factorial designs and cut ideals. Conference on Experimental Design and Analysis 2014 (CEDA2014). Taipei City (台湾). 4-5 July, 2014. (招待講演)
 8. S. Aoki, T. Hibi and H. Ohsugi (2013). Markov chain Monte Carlo tests for regular fractional factorial designs and cut ideals. Design, Codes, Graphs and Related Areas, RIMS (招待講演). 2013年7月2日, RIMS, 京都大学(京都).
 9. S. Aoki (2012). Markov chain Monte Carlo tests for regular fractional factorial designs and cut ideals. International Conference on Advances in Interdisciplinary Statistics and Combinatorics. The University of North Carolina, Greensboro, NC (アメリカ合衆国). 5-7 October, 2012. (招待講演)
 10. 青木敏, 大津起夫, 竹村彰通, 沼田泰英 (2011). 大学入試センター試験科目選択データの統計解析. 応用統計学会・大学入試センター「学力試験データの統計解析」特集号ワークショップ(招待講演). 2011年10月15日. 成蹊大学, 東京.

学会発表の総件数：24件。年度別件数
23年度3件 24年度3件 25年度3件、
26年度5件 27年度5件 28年度5件。

〔図書〕(計1件)

1. S. Aoki, H. Hara and A. Takemura
(2012). *Markov Bases in Algebraic
Statistics*. Springer Series in
Statistics.

〔産業財産権〕

なし

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

青木 敏 (Satoshi Aoki)
神戸大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：90332618

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

竹村 彰通 (Akimichi Takemura)
日比 孝之 (Takayuki Hibi)
大杉 英史 (Hidefumi Ohsugi)