

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 25 日現在

機関番号：34309

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23501034

研究課題名(和文) PISAの数学的リテラシー論の分析と日本の数学教育への批判的摂取についての研究

研究課題名(英文) Studies on the analysis of the mathematical literacy theory of PISA and the critical absorption into mathematics education in Japan.

研究代表者

小寺 隆幸 (KODERA, Takayuki)

京都橋大学・人間発達学部・教授

研究者番号：80460682

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円、(間接経費) 1,170,000円

研究成果の概要(和文)：PISAの数学的リテラシー論の枠組みと調査問題を分析し、さらにPISAに影響を及ぼしたニスによるデンマークの数学教育改革について研究した。PISAの数学的リテラシーは単なる活用ではなく、現実の問題を数学化して考える能力であるが、テストで測りうるはその断片にすぎない。重要なことはテスト結果ではなく、現実の問題と向き合い、思索し、仲間と対話をする授業を創造することである。日本には量を基礎にする数学教育の豊かな蓄積があり、それを発展させることが求められる。ただこれまでは全員が共通の目標を目指してきたが、授業の中に個々の子どもの数学的コンピテンシーを伸ばすという視点をも位置づける必要がある。

研究成果の概要(英文)：We analyzed the framework of the mathematical literacy theory of PISA. And we studied the recent reformation of mathematics education in Denmark by Prof. Niss whose theory had affected PISA. Mathematical literacy in PISA is not a simple application of mathematics. It is the ability to think of the problem of real world through mathematics. But PISA test can measure only some fragments of literacy. The important thing is not in the test results. It is to create a lesson that children face a problem of real world, think about it deeply, and interact with their peers about this problem. We have a rich accumulation of mathematics education which had been based on the amount in the real world. We must develop it more and more. But in Japan, many teachers want to reach the common goal for all children. In addition, the perspective of extending the mathematical competency of the individual child is required.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学、科学教育

キーワード：PISA調査 数学的リテラシー 数学的コンピテンシー デンマーク数学教育

## 1. 研究開始当初の背景

2000年から始まったPISA調査は、数学教育にも大きな影響を与えた。PISAの数学的リテラシー論は従来の日本の数学教育にはない視点を提起していたからである。日本でも1980年代から、数学を論理的に教えてきた従来の枠を超えて、現実の問題を取り上げ数学化して考えていく授業創りが始まっていたがなかなか広まらなかった。そういう中で行われたPISAの調査問題自体が、定型的な問題解決中心の日本の数学教育にとって衝撃だった。そして文科省は、数学教育でも「活用力」や「言語活動」の重視を新教育課程に組み込んだのである。

しかし日本でのPISAの受容は、残念ながら浅薄なものにとどまった。数学的リテラシーの内実よりもテスト結果の序列が焦点化し、PISAを契機に始められた全国学力テストの点数を上げる取り組みに多くの学校が流されていったのである。本物の数学的リテラシーを育むためには、現実の問題に子どもたちが向き合い、対話と協同を通して数学化し解決する体験が不可欠である。しかしそのような授業創りではなく、PISA型問題のドリルによる学力向上運動が各地で行われ始めた。

このようにPISAの功罪が明らかになる中で、何をどう摂取するかが課題となっていた。

また本研究開始直前に起きた3.11大震災と原発事故は、このリスクと今後も向き合い生きていく日本人にとっての数学的リテラシーのあり方を深く問うものであり、それを重い提起と受け止め本研究は開始された。

## 2. 研究の目的

PISAの数学的リテラシー論の意義と調査自体の問題点を考察し、日本の数学教育が何を学ぶべきかを明らかにすることを研究目的とした。ただPISAが提起するのは数学的リテラシーの定義と調査のための評価の枠組みだけで、数学教育のあり方そのものではない。そこでPISAの理論に大きな影響を及

ぼしたデンマークのニスが2002年から行っている数学教育改革のKOMプロジェクトをあわせて検討し、日本の数学教育が学ぶべき点を明らかにすることも第二の目的とした。

## 3. 研究の方法

PISAの調査問題やPISA2012評価の枠組みの分析を行った。並行して日本の数学教育の現状と課題の分析を行い、PISAの数学的リテラシー論の意義を検討した。また数学的リテラシーを育む授業のあり方を考えるために、PISAの問題を用いた授業研究を行った。

第二の課題については、デンマークを訪問し、授業見学と、ニス氏・教育委員会・教師への聞き取りを通して、KOMプロジェクトの実際の姿を知り、日本との比較を行った。

## 4. 研究成果

### (1)PISAの数学的リテラシー論の意義

PISAの数学的リテラシーの定義は2012年調査で変更された。現実の文脈の中の問題を数学的に定式化し、解き、その結果を解釈する個人の能力であることがより明確になったのである。それは思慮深い市民として、環境問題などの社会的問題をも批判的な視点を持って数学的に判断する力である。単に消費生活における数学の活用ではない。その力を育むためには、授業でも身近な生活の問題だけでなく社会的課題も取り上げ、数学を用いて考えていく授業を豊かに創らねばならない。

その際に重要なことは、現実世界を考えるうえで、論理的に構成される従来の学校数学とは異なり、数学的内容を現象学的に構成すべきであるというPISAの指摘である。このことは従来の学校数学のあり方を変えることを暗示しているが、それ以上PISAはふみこんではない。だが既に日本には1960年以降の量を基礎にした数学教育の蓄積がある。例えば実際の一様変化という現象から一次関数概念を抽出するというような授業が広く行われている。PISAの数学的リテラシー論を日本が受

容するということは、量を基礎にした日本の数学教育を改めて評価し、現代的に発展させていくことであろう。

### (2)PISA調査自体の問題点

PISAはこのように定義した数学的リテラシーをペーパーテストで測ろうという試みだが、それにはいくつかの問題があることが明らかになった。PISAも本来、短時間の調査で数学化サイクルの全体を評価するのは困難であるとし、数学化の過程を細分化し、異なる部分を評価する問題を作成し様々な子どもたちにテストしてその総合で評価しようとした。しかしその統計的分析がその国の子どもたちの数学的リテラシーの様相を示すとしても、その断片的な調査問題を解けることは数学的リテラシーを有することを意味しない。またPISA調査の問題には数学的に適切でない無理なモデル化を強いる問題も含まれている。それは、現実の問題の数学化自体を子どもに考えさせる時間がないため、数学化後の処理を問う問題ではある仮定のもとでの数学化を問題の出発点におかざるをえないからである。その処理をする際に、子どもたちは与えられたモデルに疑問を持ってはならない。こうして、批判的リテラシーを育もうとしたPISAの意図とは逆に、無批判的に受け止め操作する力を測るテストになってしまっている。全国学力テストB問題ではその傾向がさらに大きくなっている。

PISAの問題の中でも良問とされる「盗難事件」の問題も、テストでは子どもの表層的な考えが読み取れるに過ぎない。数学的リテラシーを育てることはその先にある。子どもたちは様々な深く考える力を持っており、それを交流し合う中で、本質的な点に気づいていく。PISAの調査問題が解けるか否かではなく、それを出発点として子どもたちの数学的リテラシーを深めていく授業を創造することが重要なのである。

### (3)数学的コンピテンシーの重視

PISAのコンピテンシー論を基礎づけたニスはデンマークで数学的コンピテンシーをカリキュラムや授業創りに組み込むKOMプロジェクトを組織し、教育省の指導要領にも取り入れられ、各校で実践されている。

それは、学力差が拡大している中で、一律に目標を決めて無理やり(したがって表面的に)到達させる指導ではなく、一人ひとりのコンピテンシーを見据え、それを一歩ずつ伸ばす指導を組織的に行う試みである。そこで授業の計画段階から、数学的テーマ、数学の応用、数学的コンピテンシー、数学的な取り組み方の4つを関連させている。こうして授業に教科テーマとコンピテンシーへの取り組みの両方を織り込むことで、生徒は数学的思考、問題解決、論理づけのより大きな視座を獲得していくと考えられる。授業の目的を個々の生徒のコンピテンシーを伸ばすことにおくことは、生徒一人ひとりに応じて差異化を図ることを意味する。教師が一人ひとりの前提や素質の違いに配慮し、クラス全体に向けた大きな目標と幅広い内容を選択する一方で、一部の生徒にはその子に即した期待に結びつけることが重要なのである。そして授業では複数のコンピテンシーが同時に関わる活動(例えば調査、遊び、ゲーム、問題解決型課題など)が推奨されている。

日本の数学教育がこの考え方から学ぶことも多い。学習指導要領でも教え込み型から数学的活動を軸にした授業への転換が示されているが、なかなか変わっていかない。授業が教える内容により規定され、その中でどのようなコンピテンシーを育てるのが意識化されていないこともその一因である。ただデンマークで教師が一人ひとりのコンピテンシーの現状を把握し、的確なアドバイスをすることができるのは25名以下のクラスという条件があることもおさえておきたい。日本の数学教育をより豊かなものにするために、教育条件

の改善も不可欠である。

#### (4)これからの社会に求められる数学

近年の新しい能力論の中には、力というものを内容から切り離して伸ばすという考えも見受けられる。数学的コンピテンシー形成を目標とする場合も、方法・活動技術の獲得を中心に位置づけ、数学の内容や質が軽視される危険性もある。日本でも以前議論された態度主義の問題点などを整理しながら、新たな理論化が求められる。その際ニスが、生徒が学問としての数学にもフォーカスをあてるべきだと指摘し、数学の実際の応用、歴史的発達、学問としての数学の特性の3つの視点を提起していることをおさえておきたい。

そして私たちは、3.11以降の数学教育のあり方、その内容と方法について考えねばならない。様々なリスクを考えて生活しなければならない現代日本の市民にとって必要な数学的リテラシーとは何か。例えば半減期の理解のためにも、指数的变化を小中学校段階から考えていくことも必要である。また原発安全神話を生み出した反省にふまえ、数学を通じて、論理的・批判的精神を育むこともこれからの数学的リテラシーの中心課題である。

本研究の成果の一端は2014年2月15日、福井大学で行われたシンポジウムで発表した。その内容は下記を参照されたい。

「PISAの数学的リテラシー論を批判的に摂取しながら現実世界に開かれた数学教育を創造するために」福井大学大学院教育学研究科教育内容・教材開発研究会2014.6

またデンマーク視察のまとめについては、報告書「数学的コンピテンシーを伸ばし民主主義の担い手を育むデンマークの数学教育」2014.3に詳述した。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 6件)

小寺隆幸 数学的コンピテンシーを伸ばし民主主義の担い手を育む - デンマークの数学教育から学ぶ 学芸大数学教育研究 第26号 2014.6 pp.27-38 (査読無)

山本一海・野澤拓人・宮下奈央・伊禮三之・櫻本篤司・西村保三、PISA 数学的リテラシーを育む教材開発、福井大学教育実践研究第37号(査読無)2014、pp79-90

浪川幸彦 数学の「学力」とは？、学校数学から見える数学の風景(7)、数学セミナー、Vol.53, No.5(2014)、63-67(査読無)

小寺隆幸 PISAの数学的リテラシー論を批判的に摂取するための視点～「盗難事件」をふまえた統計の授業の報告～学芸大数学教育研究 第25号 2013.6 pp.15-28 (査読無)

浪川幸彦 数学、学ばるべきもの - 数学という学問から見た数学を学ぶ意義 - , 日本数学教育学会誌, 94 巻 11 号 (2012/11), 22-25 (査読有)

浪川幸彦 数学リテラシーの観点から見た新学習指導要領 「数学的活動」と「数学のよさ」を中心に , 日本数学教育学会誌, Vol.93No.4(2011), 34-39 (査読有)

〔学会発表〕(計 5件)

井上正允 小中連携・一貫『算数・数学』カリキュラム構築に関する一つの視点 日本カリキュラム学会第25回大会, 2014.6.28 関西大学

小寺隆幸 フクシマ後を生きる子どもたちに必要な数学的リテラシー 日本教育方法学会第49回大会 2013.10.5 埼玉大学

浪川幸彦 言語としての数学 -その大学教育での意味-, 日本学術会議公開シンポジウム, 日本学術会議, 2013/01/13(招待講演)

浪川幸彦 Mathematical literacy in recent education in Japan, ICME12, Seoul, 2012/07/11

浪川幸彦 大学での新たな教養教育の確

立へー数学を基礎言語とする科学リテラシー，第18回大学教育研究フォーラム，京都大学，京都，2012/03/16（招待講演）

〔図書〕（計 1件）

浪川幸彦（分担執筆） リテラシーの概念に基づいた教養教育の構築 数学教育に例を取ってー 「教養と学力」編集代表：豊田ひさき，共著者：齋藤芳子，松下良平，子安潤，近藤孝弘，豊田ひさき，的場正美，愛知教育大学出版会，2011/06，9-33

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

小寺 隆幸（KODERA, Takayuki）  
京都橘大学・人間発達学部・教授  
研究者番号：80460682

### (2) 研究分担者

浪川 幸彦（NAMIKAWA, Yukihiro）  
椋山女学園大学・教育学部・教授  
研究者番号：20022676

小田切 忠人（KOTAGIRI, Tadato）  
琉球大学・教育学部・教授  
研究者番号：00112441

伊禮 三之（IREI, Mitsuyuki）  
福井大学・地域教育学部・教授  
研究者番号：00456435

井上 正允（INOUE, Masachika）  
元佐賀大学・文化教育学部・教授  
研究者番号：00404111  
（平成24年度より研究協力者）

### (3) 連携研究者

梅原 利夫（UMEHARA, Toshio）  
和光大学・現代人間学部・教授  
研究者番号：10130858