

平成 29 年 5 月 25 日現在

機関番号：10104

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2016

課題番号：23510153

研究課題名(和文)メタヒューリスティクスの謎の解明とその応用

研究課題名(英文)Elucidation of the mystery of metaheuristics and its application

研究代表者

加地 太一 (KAJI, Taichi)

小樽商科大学・商学部・教授

研究者番号：60214300

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：メタヒューリスティクスが経験的に良い解を導き出していることは多くの研究でも示されている。しかし、なぜ、メタヒューリスティクスが良い解を導き出してくれるのかは一つの謎であるともいえる。そこで本研究では、時系列解析の手法を用いて、メタヒューリスティクスに対する問題の解構造を分析しその特徴的な性質を取り出す。それによりメタヒューリスティクスの各手法の性能を理論的に推定しその性能を明らかにするとともに、その能力の謎を解き明かすことを目指す。また、そこから得られた理論的知見をもとにした新アルゴリズムの設計を展開する。

研究成果の概要(英文)：Many studies have also shown that metaheuristics empirically derived good solutions. However, why metaheuristics can derive a good solution can be said to be a mystery. Therefore, in this study, we analyze the solution structure of problem using time series analysis method and take out its characteristic properties. By doing so, we aim to theoretically estimate the performance of each method of metaheuristics, clarify its performance, and aim to unravel the mystery of its capability. Also, we develop a new algorithm design based on the theoretical knowledge obtained from it.

研究分野：オペレーションズ・リサーチ

キーワード：オペレーションズ・リサーチ 最適化 メタヒューリスティクス 近傍構造 確率的解析 粒子群最適化法

## 1. 研究開始当初の背景

組合せ最適化問題はスケジューリング問題、配置問題など様々な意思決定の問題で利用されている。この組合せ最適化問題を解くための有力な手法として遺伝アルゴリズム、タブーサーチなどを主とするメタヒューリスティクスがある。メタヒューリスティクスは解の移動を繰り返すことを基調とするアルゴリズムである。そのメタヒューリスティクスのアルゴリズムの評価では実験的解析が主流となり分析が進められている。そこから多くの経験的な結果が得られ、かつメタヒューリスティクスの優秀性が確認されているのは確かである。しかし、メタヒューリスティクス研究では、“実験をやってみたらばうまくいった”のレベルで終わっているのも事実であろう。

だが、科学的な究明を求めて、限定したモデルに対して確率的な解析に挑戦している研究もいくつか行われてもいた。Eikekder 等は、TSP に対して限定された近傍構造を用いた場合の Local Search により得られる解の値、および要求される反復数の推定値を確率的解析により求める方法を提案していた。しかし、この確率モデルにおいては、限定された近傍構造を前提としたものであり、それ以外の問題として汎用的に用いることは不可能であり、一般的な問題への拡張がなされていない。ここで重要な課題となるのは、如何なる近傍に対してもその特徴を明らかにできる汎用的な近傍確率モデルを作り上げることである。

これに対して、申請者は解のランダムウォークにおいて、現在の解コストの値が一つ前のコスト値の線形再帰式で示される自己回帰モデルであることを示していた。そこから得られる統計量を用いて解の近傍の解析を行い、近傍モデル構築の可能性を見出していた。それにより近傍の確率モデルが構築できれば、あらゆる問題、様々な近傍に対して汎

用的にアルゴリズムの解析が可能となるであろう。さらに、近傍の解移動でコーシー分布などを用いることにより強力な探索能力が得られることなど、近傍の特性からメタヒューリスティクスの新たな可能性を展開できる課題と考えられていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、まず解のランダムウォークの時系列分析から解空間の特徴を解析し、メタヒューリスティクスでの解の移動を決定する近傍集合の性質を分析する。メタヒューリスティクスの理論的解析を可能とするためには、その基板となる近傍構造の解析を行い、近傍に依存しない汎用的な確率的近傍モデルの構築を目指す。それを可能とすることで、メタヒューリスティクスの理論的解析の一段階を築きたい。

さらに、近傍解析モデルから得られる様々な統計量などを利用して、メタヒューリスティクスの能力を明らかにする値を導いていく。具体的には、解空間の特性を表す様々な値(コストの期待値、最小値など)、近傍解との相関、近傍解のモーメント、探索で陥る局所解となる確率、各手法の善し悪しである求まる解のコストの確率密度などである。これらは、時系列解析の応用により、どのような問題にも利用可能な汎用モデルによって導出することが可能となる。これらの値から各問題の特性が判明し、メタヒューリスティクスの各手法の能力を探り客観的比較評価を可能としたい。

次の段階として、ここで得られたアルゴリズムの性質を表す様々な推定値を用いてアルゴリズムでの適切なパラメータの決定、およびアルゴリズムの高速化、性能改善などの応用研究に取り組む。すなわち、パラメータは通常実験的に決めねばならない手間のかかる過程であるが、近傍の性質など種々の推定値を利用してパラメータを自動決定する仕組みを作り上げる。

最後に、特徴的な確率分布を解移動に利用することにより強力な探索能力をもつことを示し、近傍構造自身に特徴的な変化を与え、より強化した探索力を持つ手法を実現したい。本研究では、コーシー分布などの特徴的な解移動による強力な探索力、および探索過程において解集合の再構築を組み込み強力な探索力を秘めた新たな方法を提案する。また、その特徴を明らかにするため様々なケースに対する数値実験を行い、その結果に基づきパラメータの調整をはかり能力を向上させ、難しい問題においても他を凌駕するアルゴリズムを提案する。

### 3. 研究の方法

研究の方法としては、大きく3つに分類される。一つは、近傍の確率モデルの構築とそれを用いたメタヒューリスティクスの理論的解析を行う。二つめは、理論的解析で得られた知見をもとにパラメータなどの推定へ適用し応用をはかる。三つめは、近傍に特徴的な分布構造を与えることにより探索力を強化したアルゴリズムの開発である。以上の3つに関して以下にまとめておく。

#### (1) 近傍の確率モデルの構築とそれを用いたメタヒューリスティクスの理論的解析

近傍の構造を理論的に解析して汎用的な確率的解析モデルの構築を目指す。ここでは、組合せ最適化問題の解空間における近傍点のランダムな評価値系列がAR(1)プロセス(first order autoregressive process)で支配されるという仮定を用いて解空間および評価値系列の統計量を導き出す。このAR(1)プロセスから得られた統計量を用い、さらに、解コストの同時分布にガウス性が伴う仮定を利用して、汎用的な近傍モデルを構築する。

すなわち、解空間における近傍点の評価値系列の分析を行う。ここで、その構造がAR(1)プロセスとして近似でき特定な問題、近傍に

依存することなく分析が可能であれば、必要な解空間および評価値系列の基本的統計量を導出可能となる。これによって、多くの組合せ最適化問題の各種の近傍などに対応する汎用的な解析が可能となることが期待される。さらに、解コストの同時分布にガウス性が伴う仮定のもと、複雑な近傍全体を捉えた近傍モデルを検討し、AR(1)モデルの情報を利用して分布の解析を試みる。

最後に、このモデルにより推定された値と実際に対応する値との関係を実験的に検証し、この解析の有効性の検討を試みる。検証においては、まず、モデルの仮定から解のコスト分布にガウス性がよく伴う問題事例に対して2-opt近傍を用いた実験を行う。さらに、汎用性を示すため、異なる近傍、およびベンチマーク問題などの実際的な問題などに対しての実験も行い検証を進める。特に、様々なメタヒューリスティクスに対して、理論的推定値である解空間の特徴、近傍の性能、そのアルゴリズムが求める解の値、要するステップ数などを分析し比較評価する。同時に、詳細な実験的分析を行い理論的分析と比較評価を行いその正当性、問題点を明らかにする。その上で、理論的解析の実用的な評価点をまとめ上げる。

#### (2) 理論的解析の応用(パラメータの推定)

AR(1)モデルによる解空間と近傍構造の解析によって得られた統計量を用いメタヒューリスティクスにおける応用例を示したい。その応用例の一つとして、アニーリング法における初期温度の決定に関する検討を試みる。アニーリング法は初期温度、温度の減少関数、終了判定温度、各温度での反復回数数の4つのパラメータによって制御されている。すなわち、実行時間内で実行が終了し、より最適解に近い解が求まるように、パラメータによって調整されることになる。ここで、提案する時系列解析より得られた特徴から

各種のパラメータの適切な値を推定する検討を試みた。

さらに、様々な事例に対して、理論的に推定されるパラメータによるアニーリング法の挙動を確認し、そのパラメータの信頼性を検討する。様々な事例、問題の大きさ、あるいは複数の近傍に対して数値実験を行いその正当性、問題点を明らかにする。その上で、理論的解析の応用への適用の可能性をはかる。

### (3) コーシー分布を近傍に与えたアルゴリズムの開発

粒子の動きにヒントを得た粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization, PSO) の近傍に着目し、その移動に特徴的な確率分布を組み込むことにより探索力の改善をはかる。PSO は、多次元空間において位置と速度を持つ粒子群でモデル化され、個々の粒子 (エージェント) が超空間を飛び回り相互作用を及ぼしながら最善の位置 (解) を探すマルチエージェント型最適化である。しかし、複雑な問題、たとえば高次元な問題に対してその能力は十分に発揮されない問題も残されている。

そこで、粒子の移動オペレーターにコーシー分布的な移動確率を導入したアルゴリズムを構築する。コーシー分布は分布の頂点が鋭く、また分布の両裾が正規分布に比べ長く広がった形状を示す。その確率分布を採用することにより、現在の解の周りを局所的に探索し、さらにロングジャンプによる広い範囲を探索する。すなわち、提案アルゴリズムとして、集中化と多様化の両方を実現する移動オペレーターを提案する。

さらに、粒子の探索の過程で、段階ごとに粒子群の再構築を繰り返し、多様性を与え、かつ良質な粒子となる群を形成させ、強力な探索を実現するパラダイムを構成する。ここでは、粒子群の再構築において集中化と多様

化のバランスが取るために、コーシー分布的な確率密度を伴った粒子の線形結合から新たな粒子群を再構築しなおすアルゴリズムを提案した。

最終的に、これらの提案アルゴリズムの探索能力を示すため、その優位性を示す詳細な実験を高次元の問題に対して行った。特に、他のアルゴリズム、複数のベンチマーク問題に対して行い客観性が得られる体系的な数値実験を行う。

## 4. 研究成果

大きな特色として、メタヒューリスティクスがなぜ有効な解を導き出すかについて時系列解析を用いた確率モデルによる理論的な解析を行い、その優秀性を解明する新たな分野を展開した。さらに、この研究を通して時系列解析の新たな可能性を拡張するとともに、最適化問題での性能解析、アルゴリズム開発での新たな方法論を作り上げた。さらに、近傍の分布構造に特徴的な構造を形成することによって探索力が優れたアルゴリズムの開発を可能とした。以下に詳細を示す。

(1) 限定された事例、近傍に対してのみしか構築できない確率的解析において汎用的な解析を可能とした。すなわち、確率的解析においてはモデルを単純化し解析を行うため、実際の問題での解析は不向きである。しかし、時系列解析によるモデル化はあらゆる問題の解空間の情報を適切に拾い上げることを可能とした。そして、いかなる問題に対しても汎用的な解析を可能とする新たな方法論を提案した。

(2) メタヒューリスティクスの評価法に科学的な評価法を作り上げた。メタヒューリスティクスの評価は実験的な評価によるところが大きいが、その解析の基準が整っておらず信頼性のおけない結論につながっているものがある。それに対してこの理論的解析を

通し，より科学的な指標が作られアルゴリズムの性能を客観的に評価し，適切なアルゴリズムの有効利用を可能とした．

(3) 理論的な枠組みによりアルゴリズムのパラメータ調整などの応用をはかれることを示した．すなわち，今まで経験的な方法論に頼らざるを得なかったメタヒューリスティクスのパラメータ推定に対して，本解析により得られる解空間，近傍構造，探索能力などのさまざまな指標（推定値）を用いてパラメータ推定を支援する新たな方法論が展開された．

(4) コーシー型確率分布に基づく確率的制御を粒子に取り入れ集中的かつ多様な探索を実現し，PSO の欠点である高次元な問題に対して探索力の強化がはかられた，また，未だ特効薬のない多峰性関数の最適化に対して有効な手立てを提案する特色ある研究を行った．

## 5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計5件)

大堀，木下，加地，西川：「OR普及のためのモチベーション教育の試み 北海道支部の支部活動より」オペレーションズ・リサーチ，査読無，Vol.61, No.3, pp.137-141 (2016)．

加地太一：「多峰性関数に対するコーシー適応型散布探索粒子群最適化法」，日本経営工学会論文誌，査読有，Vol.64, No.4, pp.510-518(2014)．

加地太一：「Local Searchに対する汎用的な確率的解析モデル」情報処理学会研究報告(AL)，査読無，Vol.2013-AL-144, No.17, pp.1-6 (2013)．

加地太一：「組合せ最適化問題に対する局所探索法の確率的解析モデル」商学討究

(小樽商科大学)，査読無，Vol.64, No.1, pp.47-65(2013)．

加地太一：「コーシー適応型粒子群再構築最適化法の提案」商学討究(小樽商科大学)，査読無，Vol.61, No.4, pp.45-64(2011)．

〔学会発表〕(計11件)

大堀，木下，加地，西川：「モチベーション教育のためのOR例題の重要性」2015年度オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集，pp.250-251，2015年9月，九州工業大学．

大堀，木下，加地，西川：「研究部会「OR普及のためのモチベーション教育」と「複雑系とOR」2年目の活動報告」2015年度オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集，pp.234-235，2015年3月，東京理科大学神楽坂キャンパス．

加地太一：「コーシー適応型粒子群最適化法のパラメータ再考」2015年度オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集，pp.192-193，2015年3月，東京理科大学神楽坂キャンパス．

大堀，木下，加地，西川：「会誌に見るOR教育の温故知新」2014年度オペレーションズ・リサーチ学会秋研究発表会アブストラクト集，pp.154-155，2014年8月，北海道科学大学．

大堀，木下，加地，西川：「研究部会「OR普及のためモチベーション教育」と「複雑系とOR」平成25年度活動中間報告」2014年度オペレーションズ・リサーチ学会春研究発表会アブストラクト集，pp.180-181，2014年3月，大阪大学．

加地，八木：「再構築型粒子群最適化法の提案」2014年度オペレーションズ・リサーチ学会春研究発表会アブストラクト集，pp.120-121，2014年3月，大阪大学．

大堀, 木下, 加地, 西川: 「モチベーション教育におけるOR例題の重要性」2013年度オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp.266-267, 2013年9月, 徳島大学.

八木, 加地: 「Discrete PSO における改善アプローチ」2013年度オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp.100-101, 徳島大学.

大堀, 木下, 加地, 西川: 「日本OR学会会員増強に向けた2つの試み」2013年度オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.2-3, 2013年3月, 東京大学本郷キャンパス.

加地太一: 「Local Searchに対する汎用的な確率的解析への試み」2013年度オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.118-119, 2013年3月, 東京大学本郷キャンパス.

加地太一: 「コーシー適応型散布探索粒子群最適化法の性能」2012年度オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.86-87, 2012年3月, 防衛大学校.

〔図書〕(計1件)

大堀隆文, 加地太一, 穴沢務: 「例題で学ぶOR入門」, コロナ社, 2017, 189.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加地 太一 (KAJI Taichi)

小樽商科大学・商学部・教授

研究者番号: 60214300