科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ６ 月 ２６ 日現在

機関番号： ３２６３２
研究種目： 基盤研究(C)
研究期間： 2011～2013
課題番号： ２３５２００３３

研究課題名（和文）解析学と代数学の干渉の「概念の哲学」による分析－非可換幾何学と代数幾何学の場合－

研究課題名（英文）Studies on the interaction between analysis and algebra through "Philosophy of Concepts": in the cases of noncommutative geometry and algebraic geometry

研究代表者
原田　雅樹（Harada, Masaki）

清泉女子大学・付置研究所・准教授

研究者番号：９０４５３３５７

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　1,800,000円、（間接経費）　　540,000円

研究成果の概要（和文）：J. VuilleminやG.-G. Grangerらによって展開させられた「概念の哲学」を現代数学の文脈において実行した。代数方程式の解の探求からガロア群の誕生、そしてガロア群の拡張に対して哲学的分析を施しているVuilleminのLa Philosophie de l'algebre(1962)の方法を学び、A.Connesによって導入された非可換幾何学やGrothendieck流の現代代数幾何学における概念生成に対して、哲学的分析を試みた。解析学と代数学との豊かな干渉を通して新たな幾何学的対象が生まれていることに気付く。そこでは、層や（コ）ホモロジーという概念が重要な役割を果たしている。

研究成果の概要（英文）：This research puts into practice for modern mathematics "Philosophy of Concepts" developed by such French philosophers, as J. Vuillemin and G.-G. Granger. Using the method of Vuillemin's "Philosophy of Algebra" (1962), which philosophically analyzes the birth of Glois group and its extension to many domains of mathematics, I apply this method for studying the birth and generation of the concepts in noncommutative geometry introduced by A. Connes, as well as of those in algebraic geometry developed by A. Grothendieck. New geometrical objects are born through rich interactions between analytical and algebraic operations in these geometries. There, the concepts such as group, sheaf and (co)homology play important roles for clarifying and relating the structures of objects in many mathematical domains.

研究分野： 哲学・倫理学

科研費の分科・細目： 基盤研究(C)

キーワード： エピステモロジー　概念の哲学　ヴュイユマン　グランジェ　作用素代数　非可換幾何学　代数幾何学

１．研究開始当初の背景

本研究は、2008－2010 年度の科学研究費補助金（基盤 C）による研究「視覚的思考・直観と実在－幾何学性と物理的実在性の認識論的分析」を発展させたものである。この研究を通して、以下のような知見を得、その深化発展として本研究を開始した。

(1) 双対性ないし双対圏という圏論的・代数学的数学概念を転用して、G.-G. Granger は操作 - 対象双対という哲学概念を導入し、これを彼の〈概念の哲学〉の基本軸の一つに据える。彼が著書 *Pour la Connaissance philosophique* (Odile Jacob, Paris, 1987) の中で、数学や他の科学における概念の生成の中でいかにこの操作 - 対象双対が機能しているかを論ずる。Granger は、哲学の営みを、特定の対象が消え、科学的自然概念の構成における操作 - 対象双対が破れたところに据えようとする。

(2) 数学概念、特に A. Connes 流の非可換幾何学における概念生成に対する〈概念の哲学〉による分析を通して、「数と空間といった数学における自然的概念は、数学的対象を顕在化する数論と幾何学という数学的分野の中で、再構成されたり、新たに生成されたりするが、それは、操作を顕在化し、概念を厳密化することを可能にする代数学と解析学という数学分野を媒介としている」という結論に達した。

２．研究の目的

(1) J. Cavaillès によって導入され、J. Vuillemin や G.-G. Granger らによって展開させられたフランスのエピステモロジーの一つである「概念の哲学」を現代数学の文脈において実行する。特に、解析学と代数学の概念間の干渉が大きな役割を果たしている現代数学の分野、作用素代数とそれを出発点とする非可換幾何学、代数幾何学といった分野の基本的概念に哲学的分析を施していく。

(2) まず、von Neumann 環という作用素環を用いて非可換測度空間の構成が、いかにして通常の測度論や集合論を乗り越えたかを明確にする。そして、いかにして C*環論から非可換な位相幾何学や微分形式の幾何学を構築されたか明らかにする。Connes 流の非可換幾何学において重要な代数と幾何学的空間の間の対応は、A. Grothendieck のスキーム論による代数幾何学の再構築によって発想を得ている。また、古典的な複素代数幾何学とスキーム論による代数幾何学の同型性にも注目しなければならないであろう。そのような非可換幾何学や代数幾何学に「概念の哲学」の手法に則って分析を加え、代数学と解析学がいかに干渉しているかを明らかにする。

３．研究の方法

(1) Vuillemin の著書 *La Philosophie de l’algèbre*（Vrin, Paris, 1962,『代数学の哲学』）の現代的意味を考察するとともに、現代数学の文脈でこの Vuillemin の哲学が深化発展するには、どこを修正したらよいかを Granger の考え方も参考にしながら考察する。

(2) 作用素代数、非可換幾何学、代数幾何学における概念のネットワーク、並びに概念構成の動機を明らかにする。

４．研究成果

(1) ガロア理論の哲学的分析ともいえる Vuillemin の著書 *La Philosophie de l’algèbre* を批判検討した「ヴュイユマンにおける〈代数学の哲学〉―ガロア理論から操作・作用の存在論、構造分析の方法へ」という論文を執筆した。一方で哲学における重要なテキストを解釈し、もう一方で、数学史をはじめとした科学史における重要なテキストを綿密に読み込んで、その背景にある方法論や概念生成の仕組みを把握し、哲学と科学の関連性を見出していくという、Vuillemin の哲学の方法、並びにその現代的意義を、この論文は明らかにした。

本論文では、次のような理解のもとに *La Philosophie de l’algèbre* を再構成した。

a. 第 1 部「代数方程式論の発展についての考察―方法の諸規則」で、Vuillemin は、ラグランジュ、ガウス、アーベル、ガロアの数学が取り扱われる。代数方程式論から、いかにしてガロア群が誕生し、それが離散群として自立するに至ったかが記述されている。そこでは、数学者たちが代数方程式の代数的一般解を探すに当たって導入した方法を、フィヒテ哲学がカント哲学の方法論的限界を克服するために用いた新たな発生的方法と類比させながら理解しようとしている。ガロアの方法論も、フィヒテの方法論も対象を捨象して操作・作用を顕在化するという意味で共通している。

b. 第 2 部「普遍数学」は、クラインとリーの数学を扱い、代数学において誕生した群の概念が、いかに解析学や幾何学に波及していったかを記述している。そこで、Vuillemin は「直観」を「シンボル・記号」を通して理解しようとしている。ここでは、カントの代数学での〈記号的構成〉という発想から、ライプニッツの結合法やシンボル操作によるアルゴリズムという発想への引き戻しが、暗黙のうちになされている。

c. 「結論」で、デカルトに始まり、ライプニッツを介してフッサールに至る普遍数学の構想を、Vuillemin は構造主義的視点から、一般存在論と共に再構築しようとしている。そのようにして、普遍的方法としての構造分析と、一般存在論としての操作・作用そして行為の存在論に至る。意識によって数学そして論理学を基礎づけながら普遍数学の構築を目指したフッサール現象学と対決しながら、視覚に力点をおいた感覚的・感性的直観ではなく能動的操作ないし行為に基盤をおいた一般存在論、本質ではなく構造に基盤を

おいた普遍的方法論の可能性を Vuillemin は探る。

Vuillemin は群の概念の重要性を主張するが、この著書の思想を発展深化させるには、群よりももっと一般的な「亜群」や「ガロア圏」といった概念の分析が有効であろう。なぜなら、これらの概念は操作・作用と対象の双対性をはっきりと表現しているからである。亜群について簡単に述べておく。圏論的な見方から言うと、群とは〈対象〉が一つで〈射〉が同型のみからなる圏と考えられるのに対し、それを一般化して〈射〉を同型にしたまま、〈対象〉を複数にした圏が亜群である。すなわち、亜群は、複数の〈対象〉間の可逆な関係としての〈射〉であるが、群とは、その特別の場合で、唯一の対象 e の自己自身に対する可逆な関係としての〈射〉である。このことから、対象を完全に捨象することに数学の向かうべき一般性、抽象性の方向を見出そうとする Vuillemin の考え方には、疑問が挟まれうる。

第 2 部第 5 章「クラインの理論」で、Vuillemin はリーマン面の被覆面について言及している。リーマン面の概念の歴史的背景には、デカルトもその構築に関わった射影幾何学や、アーベルやガロアに由来する楕円関数論がある。Vuillemin は、ここで概念と image ないしシンボルの関係を代数学と幾何学の関係において理解する。概念が表現する関数的対応と直観が顕わにする関数的対応との間には、同一の構造があるが、この構造は、同型性によってのみ定義され、この対応関係こそ、シンボルの本当の意味であると Vuillemin は考える。しかし、現代数学において、非常に重要なガロア理論とリーマン面の被覆面のとの関係について Vuillemin は述べていない。この関係は代数学と幾何学の干渉を見るうえで、とても重要な題材である。

第 2 部第 6 章「リーの理論」では、離散群の概念をもとに連続群がいかに誕生したかが記述されている。連続群が導入される中で、群論は代数学、解析学、そして幾何学と数学の諸領域をまたがって拡張され、その一般性が探求される。群に位相が入れられて、位相群の概念が誕生する。しかし、それは一般性へと向かう一方向ではなく、常に一般理論から個別理論を構築するということを伴う。一般理論から個別理論への移行は、分類理論という極めて群論的な考え方、操作性を顕わにする考え方とつながるものであり、シンボリックな考え方から直観的な考え方への移行としてとらえられるものではない、と Vuillemin は述べる。このような個別理論は、表現論といわれるものであり、現代数学において極めて重要なものである。抽象化、一般化だけではなく、具体化も重要な数学の方法であることは忘れられてはならない。そして、それらの具体的対象の間を同型性によって関係づけているのが構造であり、これこそが数学の知的活動の基礎にあるものなのである。具体的〈表現〉はもはや具体的〈表象〉のように受動的に感性に与えられるものではなく、能動的な知性的操作によって生み出し、生成させていくものなのである。リー群は連続群の例であり、ヒルベルト空間上の作用素論は表現論の重要な例である。これらは、本研究の研究対象の一つである作用素環論や非可換幾何学において、非常に重要な役割を果たすことになる。

(2)「概念の哲学」を導入した Cavaillès は、自らをスピノザ主義であると言っていたが、それが何を意味しているかについては難しい課題として残されている。それでは、彼の後継者ともいえる Vuillemin の著書 *La Philosophie de l'algèbre* にはスピノザ哲学の影響はみられるのであろうか。このことについて私は、「ヴュイユマンの『代数学の哲学』は代数的様式によって証明されたエチカであるか？」という口頭発表の中で、次のような解釈の可能性を述べた。実際、この書では、スピノザは扱われていないし、Vuillemin の他の著作でも、スピノザについてほとんど語られていない。この書では、主にライプニッツやカント、そしてフィヒテの哲学が用いられている。そこで、私はスピノザとデカルトとの間にある関係を、フィヒテとカントとの間にある関係と並行的にとらえてみた。すなわち、一方で、スピノザの哲学がデカルトの哲学的方法を克服しようとしたものであったという哲学史上の事実、もう一方で *La Philosophie de l'algèbre* において、フィヒテの哲学がカントの哲学的方法を克服するために用いられていることを手がかりにしながら、Vuillemin の思想とスピノザ思想の関係をとらえることを試みた。

Vuillemin は、この著作において、構造分析の方法と操作的存在論に至った。スピノザはというと、『知性改善論』の中で操作的思惟に基づいた幾何学的様式とも言える総合的方法を導入し、『エチカ』ではその幾何学的様式に則して、唯一の実体の諸属性そしてその変状である諸様態の間の並行関係によって、構造的存在論を展開したと言うことができるのではないだろうか。また、『知性改善論』では幾何学的存在の観念、『エチカ』では共通概念として捉えられた属性を出発点に、分析的に実体としての神の観念に至り、それぞれがそこを出発点にして総合的方法によって演繹を始めたが、それは、フィヒテの知識学における意識の移行に関連付けられるのではなかろうか。Vuillemin が、フィヒテの知識学における三系列とガロア理論の概念史とを関連付けながら、*La Philosophie de l'algèbre* の第 1 部を展開していることを思い起こせば、そこにスピノザの方法論を見てとることができるかもしれない。さらに、この書は、カントの純粋理性と実践理性の統合を目指したフィヒテの知識学を導き手としながら、数学や理論哲学における操作的存在論を打ち立てているが、それは実践哲学におけ

る行為的存在論に通じていく可能性を秘め持っている。これは、スピノザの幾何学的様式に則した『エチカ』が、存在論的に導かれた十全なる認識のあり方が実践的な倫理学に通じていることに比せられるように思われる。以上のようなことを考慮すると、*La Philosophie de l'algèbre* は、第 1 部で代数的様式を、第 2 部を介して結論部で幾何学的様式を明らかにしながら、それらを接続することで操作的存在論さらには行為的存在論を構築しようとしているという解釈が成り立つかもしれない。

しかし、スピノザの『エチカ』を、哲学史家 M. Gueroult や哲学者 G. Deleuze の解釈に従って、総合的方法によるものとして理解するならば、以上述べたような解釈は可能かもしれないが、『エチカ』が総合的方法に即して書かれたものと解釈するのは、困難が残るという指摘が、発表に続くコメントであった。

(3) 群に位相を入れて、位相群という概念が生まれるが、環にそのノルムないしセミノルムに即して位相を入れると作用素環という概念が生まれる。そして、その作用素環の代表的な表現はヒルベルト空間上の作用素である。「作用素環の特徴は『無限』と『非可換』と『位相』の三つどもえの中にある。無限と非可換だけならば、通常の数学の中にもよく現れるし、そこに位相を入れている場合もないわけではないが、位相を用いて無限を調教し、毒をもって毒を征するがごとく、無限の持つ有効性を上手に利用して、新しい世界を切り開いていく数学はこれまでにはなかった。G. Cantor は無限には階層性があることを示したが、F. J. Murray と J. von Neumann はその量子化版ともいえる因子環の分類問題を取り上げ、この方面の研究の端緒を開いた。……無限の世界の中に新たな（相対）有限、新たな無限が現れ、これまで無限という霞の彼方にあった秩序の世界を身近に引き寄せ、豊かな数理構造が潜んでいることを示唆した点で歴史的意義が大きい。この際留意すべき事実は、関数解析により提供されていた弱*位相という概念である。これにより、コンパクト性を通じて無限の世界が私たちの手もとに届けられるようになった。位相を考慮せずに、Cantor 集合論の立場に立ち続ける限り、このような世界の出現は期待できないであろうし、無限の中にどっぷり浸かった世界に数理構造の存在などは考え及ばなかったであろう」（生西明夫・中神祥臣『作用素環入門 I—関数解析とフォン・ノイマン環』、岩波書店、2007、pp. v-vi）。実際に、作用素環論においては、7 種類もの異なった位相が導入され、Banach 環の特別なものとして、どのような位相において閉になる作用素であるかに即して、C*環やその部分として von Neumann 環が導入される。

「作用素環の本地は無限次元線形代数であり、それを位相という解析的道具を用いて、うまく垂迹できた部分が C*環あるいは von Neumann 環として姿を現していると考えられる。実際、C*環にはもとの線形代数的骨格がかなり残され、C*環固有の一般論の構築は難しいのに対して、von Neumann 環は使われる位相がかなりゆったりしているために、無限の処理がしやすくなる反面きめ細かな議論はしにくくなるという特徴を備えている」（同書、p. vi）。

von Neumann 環は、可換子環の可換子環が自身であるという性質から、その射影作用素が完備直相補束をなすという非常に良い性質を持っている。そこで、射影作用素により、von Neumann 環の分類が実行された。すべての von Neumann 環は、因子環（その環と可換子環の交わりが単位の複素数倍であるような環）に直和分解できるため、von Neumann 環の分類を考えるには、因子環の分類を考えればよい。因子環はその射影作用素の濃度によって大きく I 型、II 型、III 型という 3 つの型に分類され、さらにその次元数によって I_n 型（次元数$\{0, 1, 2, \ldots, n\}$）、I_∞型（$\{0, 1, 2, \ldots, \infty\}$）、$\mathrm{II}_1$ 型（$[0, 1]$）、II_∞型（$[0, \infty)$）、III 型（$\{0, \infty\}$）に分類される。ここでは、有限、半有限、固有無限、純無限といった古典的集合論に由来しない有限や無限の概念が導入されながら、分類がなされている。この射影作用素による分類は、関数解析における共役作用素のスペクトル分解と深いつながりをもつ。なお可換 von Neumann 環は I 型に属する。場の量子論に現れる場の作用素は III 型 von Neumann 環であり、その構造は、Connes によって明らかにされた。その証明は、無限の概念のコントロールを試みる超準解析からの発想からヒントを得ている。彼は、Arveson のスペクトル解析において Connes スペクトルという概念を導入し、von Neumann 環のモジュラー自己同型群がその*自己同型群全体の正規部分群になっているというガロア理論に由来する構造を用いて、III 型の分類に成功し、その基本構造を II_1 型に帰着させた。

一般の C*環では、その射影作用素は完備直相補束をなさない。「von Neumann 環には十分に多くの射影が存在することがわかり、正規な元はどれも、強位相に関して、射影の１次結合で近似され、積分論と類似な議論を展開することができるのに対し、C*環の場合にはノルム位相を用いているので、そのようなことは期待できず、C*環に対する可分性の仮定や、近似操作などに対するある種の一様性が要求され、対処の仕方に大きな違いが現れてくる」（生西・中神『作用素環入門 II—C*環と K 理論』、pp. vii-viii）。そこで、C*環の構造を理解するためには、その大域的な構造を探る K 理論が大きな道具となる。

19 世紀後半に始まる解析学の厳密化の運動の中で、集合論が数学の基礎におかれ、無限についての思索が様々になされた。関数解析において「操作」をつかさどる作用素を、顕在的に「対象」としつつ、作用素自身の位相をノルムないしセミノルムによって考え、

さらには、そこに環、加群、イデアルといった抽象代数構造を組み込みながら、作用素環論は誕生した。

(4) 可換 von Neumann 環、すなわち I 型 von Neumann 環は、ルベーグ可測空間と同型であるが、Connes は、II 型や III 型 von Neumann 環にも対応する可測空間を仮想的に措定し、非可換測度空間を構成した。葉層構造をもつコンパクトな多様体の葉がコンパクトでない場合や一つ一つの葉を同一視した商空間がハウスドルフでなくなる場合など、一般に葉層の葉に対する横断的測度は、通常の解析学や測度論で扱うことはできない。このような場合の測度論のために、III 型 von Neumann 環は III 型を用いることができることを Connes は示した。

C*環の構造を明らかにするためには、von Neumann 環のような射影作用素による分類を用いることはできない。C*環では集合論的構造は見えにくくなり、大域的な線形代数的構造が顕在化するので、圏論的見方が強くなる。Gelfand-Neimark の定理によると、位相空間 X はその上の連続関数環 $C(X)$ と同型であり、それは可換 C*環として理解できる。また、Serre-Swan の定理によると、コンパクトな位相空間 X 上のベクトル束と、その上の連続関数の可換環 $C(X)$ 上の有限生成の射影 $C(X)$ 加群とは圏として同値であり、それらは可換 C*環上で有限生成される射影 C*加群として理解できる。すなわち、これらの定理は、局所コンパクト・ハウスドルフ位相空間の圏と可換 C*環の圏が圏として同値であることを示した。コンパクト・ハウスドルフ位相空間上の複素ベクトル束を分類するために、M. Atiyah は位相（幾何学）的 K 群を導入し、次いで他の数学者らが代数的 K 群を導入した。K 群とは半群としてのベクトル束ないし加群の直和演算に、Grothendieck 群で商をとることで逆演算を入れて構成された群である。ここで位相的 K 群は位相の圏からアーベル圏への反変関手となっており、代数的 K 群は環の圏からアーベル圏への共変関手となっている。このように K 群は元来、通常の（可換な）位相空間と可換環に関して導入されたものであり、位相的 K 群と代数的 K 群は同型である。ここから、位相空間 X 上の連続関数の可換環 $C(X)$を可換 C*環とみて、可換 C*環上の代数的 K 群が構成されるが、それは位相的 K 群と圏として同値となる。しかし、代数的 K 群は環の可換性に依存しないため、非可換 C*環も含めて、一般の C*環上に K 群を構成することができる。このような非可換 C*環の背後にも仮想的に非可換位相空間を Connes は措定するのである。このようにして 1980 年代に非可換位相幾何学が構成し始められる。ここまで見たように、幾何学的対象と代数学的操作を同一視することが非可換位相空間を構成する際の出発点となっている。

さらに Connes は K 群を用いて、微分位相幾何学で重要な役割を演ずる特性類や de Rham コホモロジーと類似したコホモロジーを構成しながら、可微分多様体を非可換化していく。古典的な可微分多様体上では、そこに作用する微分作用素の大域的な解析的性格を、微分位相幾何学的な表現で言い換える Atiyah-Singer の指数定理が成立する。この指数定理にとって、位相的 K 群は重要な役割を果たしている。Connes は、位相的 K 群に変えて C*環上の代数的 K 群を用い、また、de Rham コホモロジーと類似した巡回コホモロジーという新たな概念を導入することで、Atiyah-Singer の指数定理を拡張した。ここでは、C*環の代数的 K_0 群と巡回コホモロジーとのペアリングが、拡張した指数定理における不変量を与える。そして非可換な C*環を考えることで、非可換位相空間の大域性と仮想的な非可換な可微分多様体の「局所性」との間の双対性が示される。

(5) 現代の代数幾何学には、古典的で解析的な複素代数幾何学と、Grothendieck が可換環論を用いて、圏論的視点から徹底的に代数化ないし数論化したスキーム論による代数幾何学とがある。そして、そのどちらも層の概念に強く依拠している。層の概念が、関数論的・解析的対象を、あるいは代数的対象を幾何学的対象とみなすことを可能にしている。「層の概念は、ファイバー束のコホモロジーの計算のため導入された Leray による層係数のコホモロジー理論と岡潔による不定域イデアル（正則関数のなす層の点における茎）の概念を結び付けて、H. Cartan によって今日用いられる形になった。もっとも Cartan が導入したのは層空間の方であった。Cartan は Serre らの協力のもとに多変数関数論を層の言葉を使って定式化しその後の理論の進展に決定的な寄与をした。層の理論は小平邦彦－D. C. Spencer によって複素多様体の理論に応用され、複素代数幾何学の道具として重要な働きをするようになった」（上野健爾『代数幾何』、岩波講座『現代数学の基礎』、岩波書店、2005、p. 81）。

代数幾何学の層による定式化は J. -P. Serre によるものだが、これによって、彼は代数幾何学と解析幾何学（解析空間上の幾何学）が同型であることを示した。すなわち、「複素数体上の有限型スキーム X は複素解析空間 X^{an} と見ることができる。完備な代数多様体 X に関しては、X の連接層のなす圏と X^{an} 上の解析的連接層のなす圏が圏として同値であり、コホモロジー群も同型を与える」（同書、p. 546）。この結果、代数幾何学と複素多様体論が明確に結び付けられるようになった。

Grothendieck は、1960 年代、スキーム理論による代数幾何学の再構築の中で、代数幾何学を徹底的に抽象代数化していった。彼は、「層を（反変）関手として取り扱い、ホモロジー代数の手法を縦横に駆使して代数幾何学の手法を豊かにした」（同書、p. 81）。

スキーム理論では、可換環の素イデアルの集合を考え、そこにその可換環のイデアルに

よって Zariski 位相を入れる。ここで、素イデアルは、関数解析的な「スペクトル」、また幾何学的空間における「点」の類似概念と考えることができる。ただし、極大イデアルは代数的多様体の点に正確に対応するが、素イデアルはそうではなく、あくまでも点に類似した閉空間に対応している。この位相空間上に可換環の層を考え、Zariski 位相と可換環の層の組をアフィンスキームとする。一般に位相空間とその上の可換環の組を〈環つき空間〉という。さらに、局所環に対して、適当な位相空間の開被覆をとった際に、その環つき空間がアフィンスキームと同型になるとき、それをスキームとよぶ。この位相空間を底空間、可換環を構造層という。また、このスキーム上に構造層上の加群の層も導入する。底空間と構造層からなる環つき空間とその上の加群の層は、位相幾何学における位相空間とその上のベクトル束との類似概念である。このスキームにおいて、圏論における射を駆使した理論を Grothendieck は構築する。そして、スキーム理論における一般の層は、硬すぎてうまくコホモロジー理論を構成できないので、それを柔らかくした脆弱層を導入してスキームにおける加群の層のコホモロジー理論を構成していく。

圏論的方法に基礎づけられて、（コ）ホモロジー代数をその直接の対象とする数学の分野である代数解析学の構築にも Grothendieck は大きな貢献をしているが、それが具体的に用いられる場が、スキーム論による代数幾何学であり、その深化発展した形態としての数論幾何学である。

<u>(6)</u> 非可換幾何学でも、代数幾何学でも（コ）ホモロジーという群構造をもつ代数学的概念が重要な役割を果たしている。（コ）ホモロジーは、元来は位相幾何学において導入されたが、現代では、数学のあらゆる分野で用いられている。（コ）ホモロジーはさまざまな数学的対象の構造を顕わにする概念といえる。群構造に対する哲学的分析を試みた Vuillemin の *La Philosophie de l'algèbre* は、この概念に哲学的分析を施す方向にも広げられるべきであろう。

Granger も Vuillemin 同様、〈概念の哲学〉の系譜に属する哲学者として、構造分析の方法や操作性を重視する。しかし、Granger は〈形式的内容〉で、操作的構造からはみ出たところに位置する内容を表現し、〈操作・作用 - 対象双対〉で、概念的操作の双対としての対象を表現している。ヴュイユマンは対象を捨象し、操作を顕在化することこそ、数学の構造の他ならないと考えていた。しかし、対象は完全には捨象されず、〈対象〉は操作である〈射〉と同時に、また〈対象〉と〈射〉によって成る〈圏〉はその間の操作としての〈関手〉と同時に考察されなければならないというのが圏論の考え方である。したがって操作の双対としての対象というものを担保しておいた方が適切である。また、非可換幾何学でも代数幾何学でも、代数学的ないし解析学的な圏と幾何学的位相の圏とが同じものとしてみなされる、あるいは代数学的ないし解析学的な性質は幾何学的空間の性質として理解されるが、それは圏論における関手というとらえ方によって可能となっている。このような考え方は、Vuillemin の哲学を超え出て、〈操作・作用 - 対象双対〉を考える Granger の立場に接近させることになる。

以上述べたように、群や層、（コ）ホモロジーといった概念が、代数学、解析学、幾何学、数論といった広い分野で用いられながら、さまざまな数学的対象の構造を明らかにし、それぞれを干渉させあい、新たな概念を生み出している。この興味深い事実に対して、哲学的分析を施すことが、今後、必要である。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計　2　件）

① <u>Masaki Harada</u>, « Étude Phénoménologique, épistémologique et herméneutique de la géométrie non commutative », *Revue Philosophique de Louvain,* 110(2), 2012. 5, pp. 293-324.

② <u>原田雅樹</u>、「数学と哲学における操作、対象、経験：フッサールのノエシス－ノエマ相関とグランジェの操作－対象双対」、『VOL』、特集：エピステモロジー、以文社、2011 年 6 月、pp. 546-557。

〔学会発表〕（計　3　件）

① <u>原田雅樹</u>、「ヴュイユマンの『代数学の哲学』は代数的様式によって証明されたエチカであるか？」、科研「フランス・エピステモロジーの伏流としてのスピノザ」、第 2 回研究会（招待講演）、2014 年 3 月 8 日、大阪大学豊中キャンパス。

② <u>原田雅樹</u>、「ジュール・ヴュイユマンの『代数の哲学』－ガロア理論から作用・操作の存在論、構造分析の方法論へ」、第 7 回科学基礎論春のセミナー（招待講演）、2012 年 3 月 5 日、名古屋大学。

③ <u>Masaki Harada</u>, "Kant, Fichte and Algebraic Operations: Philosophy of Algebra according to Jules Vuillemin", 14th Congress of logic, methodology and philosophy of science, July 19-26, 2011, July 26, Nance, France.

〔図書〕（計　1　件）

① <u>原田雅樹</u>、「ヴュイユマンにおける〈代数学の哲学〉－ガロア理論から操作・作用の存在論、構造分析の方法論へ」、『エピステモロジー－20 世紀のフランス科学思想史』、慶應義塾大学出版会、2013 年 1 月、pp. 107-182。

６．研究組織

(1)研究代表者

原田雅樹（HARADA, Masaki）
清泉女子大学・キリスト教文化研究所
准教授
研究者番号：90453357