

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 24 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23530253

研究課題名(和文) 計量経済学における正則条件に関する検定とその応用

研究課題名(英文) Statistical tests for regularity conditions in econometrics and its applications

研究代表者

人見 光太郎 (HITOMI, KOHTARO)

京都工芸繊維大学・その他部局等・教授

研究者番号：00283680

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：この研究を通じて2つの計量経済モデルの検定を開発した。

ひとつは非線形の関係もゆるすグレンジャーの因果性の検定であり、帰無仮説のもとでは二乗確率変数の荷重和になるが、荷重が既知なので簡単なコンピュータシミュレーションによって限界値を得ることができる。また、パラメトリックレートで近づいてくる局所対立仮説を検出することができる。

もうひとつの検定は操作変数モデルの回帰関数の関数型の検定である。この検定統計量は帰無仮説のもとで漸近的に平均ゼロの正規分布にしたがい、かつ rate optimal minimax 検定になっている。

研究成果の概要(英文)：Two statistical tests for econometric models are developed in this research.

One test is a Granger causality test and it can detect any nonlinear causality. The test statistic is distributed as a weighted average of chi square random variables under the null hypothesis. And it can detect any parametric rate local alternative.

Another test is a nonparametric test of regression functions in instrumental variable models. The test statistic is distributed as the standard normal distribution, and it is a rate optimal minimax test.

研究分野：計量経済学

キーワード：グレンジャーの因果性 検定 rate optimal test 操作変数法

1. 研究開始当初の背景

多くの計量経済モデルでは高次モーメントの存在、mixing 条件、定常性等の様々な正則条件が仮定されているが、それらの正則条件が満たされているかどうかを検定する方法はあまり研究されていなかった。

その中で、この研究では今までほとんどの場合、線形関係のみが検証されてきたグレングジャーの因果性の検定を非線形な関係まで拡張しようというアイデアがあり、まあそのように拡張されたグレングジャーの因果性の検定が求められていた。

また、計量経済学では説明変数の内生性があるために、操作変数モデルがよく使われるが、回帰関数の形が正しいかどうかの利用しやすい検定方法が存在していなかった。

2. 研究の目的

この研究ではいままでもあまり想定されていなかった非線形のグレングジャーの因果性のノンパラメトリック検定と操作変数モデルの回帰関数の関数型に関わる minimax 検定等の計量経済モデルの正則性に関する検定を研究、開発する。

3. 研究の方法

1 非線形のグレングジャーの因果性の検定を研究するために、まず非線形のグレングジャーの因果性の定義から行なった。

元々のグレングジャーの因果性は $(x(t), y(t))$ を二次元の時系列データだとし $P(x(t) | x(t-1), x(t-2), \dots)$ を過去の x の値が与えられた場合の $x(t)$ の最良線形予測、 $P(x(t) | x(t-1), x(t-2), \dots, y(t-1), y(t-2), \dots)$ を過去の x, y の値が与えられたもとでの $x(t)$ の最良線形予測として

$$E[(x(t) - P(x(t) | x(t-1), x(t-2), \dots))^2] >$$

$$E[(x(t) - P(x(t) | x(t-1), x(t-2), \dots, y(t-1), y(t-2), \dots))^2]$$

が満たされるとき $y(t)$ は $x(t)$ にグレングジャーの意味で因果性があると定義される。このように線形最適予測を使って定義されていたが、非線形最適予測(条件付き期待値)を使うことで非線形の因果性に拡張した。

そのもとで(非線形な)グレングジャーの因果性が存在しないという帰無仮説を考えると、それは $x(t)$ と過去の $x(t-i), i=1, 2, 3, \dots$ を与えられたもとでの $x(t)$ の条件付き期待値の差を $u(t)$ とすると $u(t) = x(t) - E[x(t) | x(t-1), x(t-2), \dots, y(t-1), y(t-2), \dots]$ とすると $u(t)$ はどのような $x(t-i), i=1, 2, 3, \dots, y(t-i), i=1, 2, 3, \dots$ で作られた二乗可積分な関数とも相関を持たないということと同値となる。したがって、 $x(t-i), i=1, 2, 3, \dots, y(t-i), i=1, 2, 3, \dots$ で作られた二乗可積分な関数の空間の正規直交系を作ったら、どの直交基底も $u(t)$ は相関を持たないことを意味する。

これを使い、可算無限個のモーメント条件 ($u(t)$ と各正規直交基底が相関を持たない) が満たされるかどうかを検定する。

$m(i)$ を u と i 番目の正規直交基底の標本共分散に $n^{1/2}$ を掛けて正規化したものとし、 $w(i)$ を正の値を取る荷重とすると

$$T = \sum w(i) m(i)^2$$

という検定統計量を作ると帰無仮説のもとでは二乗確率変数の荷重和となり、帰無仮説が誤っていた場合は少なくとも一つが非心二乗確率変数となる二乗確率変数の荷重和となり検定を行うことができる。

ここまで基本的なアイデアを説明したが、条件付き期待値、正規直交基底はそれぞれノンパラメトリックに推定する必要があり、ノンパラメトリックな推定量を使った場合の漸近的な検定統計量の性質を漸近理論を使い理論的に導出し、小標本での性質をコンピュータシミュレーションによって求めた。

次に操作変数モデルにおける回帰関数の関数型の検定の研究方法について説明する。

一般にノンパラメトリック検定を構築するには平滑化アプローチが必要だが、操作変数モデルの場合には回帰関数を直接ノンパラメトリック回帰することは難しい。なぜなら、操作変数を識別条件に使った回帰関数のノンパラメトリック推定量の収束速度が極端に遅いからである。本研究では、それを避けるために関数を操作変数にて条件付けた条件付き期待値で作られる空間で考えることにする。

被説明変数を y 、パラメトリックな回帰関数を $g(x, \cdot)$ 、操作変数を z とし、帰無仮説をパラメトリックな回帰関数が正しい、

$$H_0: E[y - g(x, \cdot) | z] = 0$$

とする。

帰無仮説が間違っている場合にはこの条件付き期待値は一般にはゼロにならない。(ゼロになる場合も存在するがその場合は帰無仮説からの乖離が操作変数と直交しているため、その乖離は操作変数を識別条件にしている限り検出できないので無視しても問題ない。)

したがって帰無仮説が間違っている場合には残差の条件付き期待値は操作変数の関数になる。つまり

$$E[y - g(x, \cdot) | z] = h(z), \quad E[h(z)^2] > 0$$

となる関数 $h(z)$ が存在することになる。この関数 $h(z)$ をノンパラメトリックに回帰することによって操作変数モデルの minimax rate optimal test を構築することが可能であると予想できる。本研究ではこのアイデアを使って今まで既存の研究では行われていなかった操作変数モデルの回帰関数の関数型に関する minimax rate optimal test を開発する方針とした。

具体的には

$$e(i)=y(i)-g(x(i),)$$

をパラメトリックな操作変数モデルを使って推定した残差とする。

i 番目の操作変数 $z(i)$ の最近傍を $z(i^*)$ とする、つまりすべての i 以外の j に対して $||z(i)-z(i^*)|| < ||z(i)-z(j)||$ である。ここで i 番目の残差と i^* 番目の残差の積を考えると、 $e(i)e(i^*)$ 、帰無仮説が正しい場合の操作変数に条件付けた条件付き期待値はゼロとなる。また対立仮説が正しい場合の条件付き期待値は $h(z(i))h(z(i^*))$ となりこれはほぼ $h(z(i))^2$ となる。また、 $e(i)e(i^*)$ はマルチンゲール差分で近似できることを使うと

$$T = \sum_{i=1}^n e(i)e(i^*)/n^{1/2}$$

という検定統計量を作ると帰無仮説のもとでは期待値ゼロの正規分布に収束し、局所対立仮説の元では期待値 $E[h(z)^2]$ の正規分布に従う。

$h(z)$ がなめらかな関数のクラス、たとえば一回微分可能で微係数の絶対値がある値 M 以下という関数のクラス、に含まれているとすると

$$|h(z(i))h(z(i^*)) - h(z(i))^2| = |h(z(i))(h(z(i)) - h(z(i^*)))| < h(z(i))M|z(i) - z(i^*)|$$

で押さえることができるので、この関数のクラスに入っていてノルムが同じ $h(z)$ に対して power の下限を設定できる。これを使うことで rate optimal な minimax 検定になることを証明できる。操作変数モデルの回帰関数の関数系の検定で rate optimal な minimax 検定は今まで存在していなかったため、これは新しい成果であるといえる。

4. 研究成果

この研究を通じて2つの計量経済モデルの検定を開発した。

ひとつは非線形の関係もゆるすグレンジャーの因果性の検定であり、帰無仮説のもとでは二乗確率変数の荷重和になるが、荷重が既知なので簡単なコンピュータシミュレーションによって限界値を得ることができる。また、パラメトリックレート $(1/n^{1/2})$ で近づいてくる局所対立仮説を検出することができる。

もうひとつの検定は操作変数モデルの関数型の検定である。この検定はデータ数を n とすると $z(i), i=1, 2, \dots, n$ を操作変数、 $e(i), i=1, 2, \dots, n$ をパラメトリックモデルの残差とし、 $z(i^*)$ を $z(i)$ の最近傍とすると、基本的に検定統計量は

$$T = \sum_{i=1}^n e(i)e(i^*)/n^{1/2}$$

となり、この検定統計量が帰無仮説のもとで漸近的に平均ゼロの正規分布にしたがい、かつ rate optimal minimax 検定になっていることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)

Y. Nishiyama, K. Hitomi, Y. Kawasaki, Kiho Jeong, "A Consistent Nonparametric Test for Nonlinear Causality", Journal of Econometrics, vol.165:1, 112-127 (2011). doi:10.1016/j.jeconom.2011.05.010 査読有り

[学会発表](計 2 件)

(1) K.Hitomi, M.Iwasawa, Y. Nishiyama, "Optimal Minimax Rates of Specification Tests for IV Regression", 2016 年度日本経済学会春季大会, 2016年6月18-19日, 名古屋大学

(2) K.Hitomi, M. Iwasawa, Y. Nishiyama, "Optimal Minimax Rates of Specification Tests for IV Regression", 2016 Australasia Meeting of the Econometric Society, July 5-8, 2016, Sydney, Australia, 査読有り

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

人見光太郎 (Hitomi, kohtaro)

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：00283680

研究者番号：

(2)研究分担者
なし ()

研究者番号：

(3)連携研究者
なし ()

研究者番号：