

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 2 日現在

機関番号：34428

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23530259

研究課題名(和文)時系列計量経済学における平滑化およびその実行方法

研究課題名(英文)Smoothing Techniques and Their Implementations in Time Series Econometrics

研究代表者

蛭川 雅之(HIRUKAWA, Masayuki)

摂南大学・経済学部・教授

研究者番号：10597628

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、経済データの特性に則してカーネル平滑化を発展・拡張させた。データ特性とは、多くの経済変数の分布は台に境界を持ち、かつ境界付近に観測値が集中する一方裾も重いという特徴を持つこと、及び、経済時系列データが単位根過程に従うと仮定し、定常化変換を行わずにモデルを構築する機会が多いことの二点である。本研究では、前者に対しては非対称カーネル関数の発展・改良、一方、後者に対しては、共和分回帰モデルのノンパラメトリック・セミパラメトリック推定の発展・拡張という形に特化した。本研究の成果として、論文4点が英文査読誌に掲載された。さらに、研究成果を国内外の学会・セミナーで合計19回報告した。

研究成果の概要(英文)：In this research project I developed and extended kernel-smoothing techniques, taking properties of economic data into account. The properties of the data on which I focused are as follows. First, distributions of many economic variables have a natural boundary at the origin. In addition, the distributions have many observations concentrated near the boundary, whereas they also possess a long tail with sparse data. Second, economic time series are often assumed to obey unit-root processes. Nonetheless, it is often the case that no stationary transformations are made when they enter the model. I attempted to develop and improve asymmetric kernel functions for the former, and I specialized in extending kernel-smoothed nonparametric and semiparametric estimation techniques of cointegrating regression models for the latter. The research results in four papers published in refereed journals and nineteen presentations at various domestic and overseas conferences and seminars.

研究分野：計量経済学、統計学

 キーワード：ノンパラメトリック計量経済学 時系列計量経済学 カーネル平滑化 非対称カーネル関数 拡散過程
 推定 共和分

1. 研究開始当初の背景

経済モデルはしばしばその一部ないし全部が未知母数に依存しないノンパラメトリックな形で特定される。加えて、経済学で一般に行われる確率密度関数、分布関数及び条件付き期待値等の推定は、それ自体ノンパラメトリックな性格を帯びている。このような学問上の要求とコンピュータ性能の飛躍的な向上とが相俟って、近年ノンパラメトリック・セミパラメトリック法が経済学の実証研究において広く応用されている。

さらに、研究代表者は経済学博士課程在籍時以来、一貫してノンパラメトリック・セミパラメトリック法、とりわけカーネル平滑化の経済学への応用を理論・実証双方の面から研究してきた。その研究の過程で、教科書的なカーネル平滑化を一步進めて、経済データの特性に則した平滑化法の開発が必要との認識を深めてきた。ここで、本研究で想定する経済データの特性とは以下の点を指す。

(1)短期金利・保険請求額・所得・賃金等の経済変数の分布は、台に境界を持ち、かつ境界付近に観測値が集中する一方裾も重いという特徴を持つ。

(2)マクロ経済およびファイナンスの時系列データでモデル構築を行う場合、それらが単位根非正常過程に従うとの仮定を置き、定常化変換を行わずにデータを取扱う場合がしばしばある。

加えて、ノンパラメトリック・セミパラメトリック推定量及び検定統計量の小標本における挙動は平滑化パラメータの選び方に強く影響されることも広く知られている。この点を踏まえ、単に新たなカーネル推定量・検定統計量を開発するのとどまらず、実行可能な平滑化パラメータ選択法も同時に提案する必要があるとの考えにも至った。

2. 研究の目的

上記の背景から、本研究では次の事項を目的とした。

まず、データが(1)のような特性を持つ場合、原点对称カーネル関数と単一のバンド幅を組み合わせて確率密度関数や条件付き期待値を推定するのは適当でない。一方、分布の台に境界がある場合の補正法の一つとして、近年様々な種類の非対称カーネル関数が提案され、さらに、これらのカーネル関数とその局所適応的な特性により、原点对称カーネル関数に比べて信頼度の高い推定値を与えることも報告されている。そこで、本研究では、非対称カーネル関数の発展・改良及び推定・検定の諸問題への応用を幅広く取扱い、最近の話題である非対称カーネル関数に関する知見を広げることが目的とした。

一方、(2)で紹介した非正常時系列データを用いて実証分析を行う場合にも、近年ではカーネル平滑化と組み合わせてノンパラメ

トリック・セミパラメトリック推定をするのが主流となっている。本研究では、特に共和分回帰モデルに焦点を絞った。共和分回帰モデルを推定する際、共和分ベクトルがサンプル期間を通じて不変・可変の場合双方について、やはりカーネル平滑化を応用する必要が生じる。本研究では、このようなノンパラメトリック・セミパラメトリック推定法の発展・拡張も目的とした。

さらに、これらの課題の研究を進める上で、カーネル平滑化を実行する際の平滑化パラメータ選択法にも留意した。このように、利用者側の利便の向上を視野に入れて未解決問題に回答を与えることも本研究の目的の一つであった。

3. 研究の方法

2で述べた課題各々は近年の話題であり、特に国内での研究事例は少ない。そこで、本研究では、それぞれのテーマについて、提案される推定量・検定統計量の大量本理論(例：一致性、収束速度、極限分布)を導出し、同時に、モンテ・カルロ実験を通してこれらの小標本特性を確認した。

特に後者に関していえば、ノンパラメトリック・セミパラメトリック法を実行する上で極めて重要な平滑化パラメータ選択の問題とも密接な関連を持つ。というのも、ノンパラメトリック・セミパラメトリック推定量及び検定統計量の小標本における挙動は平滑化パラメータの選び方に強く影響されることが統計学及び計量経済学ではよく知られているからである。そこで、本研究では推定量・検定統計量を提案する際、同時に実行可能な平滑化パラメータ選択法も考慮し、平滑化パラメータの数値の変化が推定・検定統計量の小標本特性に与える影響についても吟味した。

さらに、本研究は経済実証分析への応用も念頭に置いており、各課題について実データを用いた数値例を与えている。データを収集した経済学の諸分野は、労働経済学・マクロ経済学・ファイナンス等多方面にわたる。

4. 研究成果

まず、データ特性(1)に関する研究成果は以下の通りである。

非対称カーネル関数を利用したノンパラメトリック回帰を短期金利拡散過程の推定に応用し、Stanton (1997)が提案するノンパラメトリック推定量の小標本特性を改善した。研究の手順として、まず非対称カーネル推定量の一致性及び漸近混合正規性を証明した。続いて、非対称カーネル推定量を修正クロス・バリデーション法によって決定された平滑化パラメータと組み合わせ、その効果をモンテ・カルロ実験で確認した。さらに、米国の短期金利データを用いた実証分析も行う

た。これらの研究成果をまとめた論文は *Journal of Empirical Finance* に掲載された(雑誌論文 参照)。

次に、Terrell and Scott (1980)及び Jones, Linton and Nielsen (1995)により元々は原点对称カーネル密度推定量に対して提案された乗法バイアス修正法が非対称カーネル密度推定量にも同様に適用可能であることを Hirukawa (2010a)に倣って証明した。非対称カーネル関数を利用したバイアス修正密度推定量はバイアスの収束速度が通常より速いにもかかわらず台全体で非負となり、かつ、収束速度が改善するという特性を持つ。当然このバイアス修正密度推定量を保険請求額・所得・賃金等様々な経済変数の確率密度推定へ直接応用することが可能である。これらの研究成果をまとめた論文は *Computational Statistics & Data Analysis* に掲載された(雑誌論文 参照)。

さらに、上述のような既存の非対称カーネル関数を様々な推定問題に応用する試みと並行して、新たな非対称カーネル関数を発生させる枠組みも提案した。この種に属するカーネル関数は、特殊ケースとして Chen (2000)で定義された修正ガンマ・カーネル関数を含む。さらに、この種のカーネル関数は修正ガンマ・カーネル関数の特性を継承することも証明された。これらの研究成果をまとめた論文は *Journal of Nonparametric Statistics* に掲載された(雑誌論文 参照)。

一方、データ特性(2)に関する研究成果は以下の通りである。

まず、共和分回帰モデルで内生性が存在する場合、共和分ベクトルの最小二乗推定量は一致性を持つが、有効推定のためにはバイアス修正が必要となる。FMLS (Phillips and Hansen, 1990)及び CCR (Park, 1992)は共にノンパラメトリック・バイアス修正法を応用した共和分ベクトルの二段階推定法として知られている。共和分ベクトルの FMLS 及び CCR 推定量に関する小標本特性は二段階目の推定に用いられる長期共分散行列推定量のバンド幅に依存する。そこで、標準的なバンド幅選択法が共和分ベクトル推定に与える影響をモンテ・カルロ実験で比較・検証し、Hirukawa (2010b)が提案するバンド幅選択法の効果も確認した。これらの研究成果をまとめた論文は *Economics Letters* に掲載された(雑誌論文 参照)。

最後に、時系列データが長期にわたる場合、共和分ベクトルはサンプル期間を通して一定ではなく、時間とともに滑らかに変化すると考えるのが自然である。この観点から、Cai, Li and Park (2009)及び Xiao (2009)により説明変数を単位根過程とする汎関数係数共和分モデルが提案された。しかし、生産量、所得、消費等マクロ経済変数の多くは決定的トレンド項を持った単位根過程として記述するのがより適当である。そこで、Hansen (1992)

に倣い、汎関数係数共和分モデルを説明変数が決定的トレンド項・単位根過程双方を含む場合へと拡張した。汎関数係数のカーネル推定量に関して漸近混合正規性が成り立ち、しかも、その極限分布が説明変数の内生性の有無にかかわらず同一であることを証明した。また、バンド幅の選択法として Hirukawa (2010b)に類似したプラグイン法を提案し、その効果をモンテ・カルロ実験で確認した。さらに、汎関数共和分モデルを米国イリノイ州のデータを用いた電力需要関数の推定に応用した。これらの研究成果をまとめた論文はある英文査読誌から現在「修正後再投稿」を要請されている。

なお、研究最終年には、上記二点の課題に加えて、最近傍法を利用して構築した結合データを利用して回帰モデルを一致推定する研究にも着手した。結合データを用いて線形回帰モデルを最小二乗推定すると、説明変数に内生性がない場合でも最小二乗推定量は一致性を持たないことを証明し、一致推定量を与えるセミパラメトリック・バイアス修正法を提案した。特に、最近傍法に用いる変数が二種類以上である場合、バイアス修正推定量の収束速度がパラメトリック収束速度を達成できないことも確認している。そこで、収束速度を落とさない一致推定量を開発し、その漸近理論も導出した。また、この推定量に関するモンテ・カルロ実験の結果は極めて良好で、今後論文を英文査読誌に投稿する際に評価を得られるものと期待している。

<参考文献>

- Cai, Z., Q. Li, and J. Y. Park (2009): "Functional-Coefficient Models for Nonstationary Time Series Data," *Journal of Econometrics*, 148, 101-113.
- Chen, S. X. (2000): "Probability Density Function Estimation Using Gamma Kernels," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 52, 471-480.
- Hansen, B. E. (1992): "Efficient Estimation and Testing of Cointegrating Vectors in the Presence of Deterministic Trends," *Journal of Econometrics*, 53, 87-121.
- Hirukawa, M. (2010a): "Nonparametric Multiplicative Bias Correction for Kernel-Type Density Estimation on the Unit Interval," *Computational Statistics & Data Analysis*, 54, 473-495.
- Hirukawa, M. (2010b): "A Two-Stage Plug-In Bandwidth Selection and Its Implementation for Covariance Estimation," *Econometric Theory*, 26, 710-743.
- Jones, M. C., O. Linton, and J. P. Nielsen (1995): "A Simple Bias Reduction Method for Density Estimation," *Biometrika*, 82, 327-338.
- Park, J. Y. (1992): "Canonical Cointegrating

- Regressions,” *Econometrica*, 60, 119-143.
- Phillips, P. C. B., and B. E. Hansen (1990): “Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes,” *Review of Economic Studies*, 57, 99-125.
- Stanton, R. (1997): “A Nonparametric Model of Term Structure Dynamics and the Market Price of Interest Rate Risk,” *Journal of Finance*, 52, 1973-2002.
- Terrell, G. R., and D. W. Scott (1980): “On Improving Convergence Rates for Nonnegative Kernel Density Estimators,” *Annals of Statistics*, 8, 1160-1163.
- Xiao, Z. (2009): “Functional-Coefficient Cointegration Models,” *Journal of Econometrics*, 152, 81-92.

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計4件)

Hirukawa, M., and M. Sakudo (2015): “Family of Generalised Gamma Kernels: A Generator of Asymmetric Kernels for Nonnegative Data,” *Journal of Nonparametric Statistics*, 査読有, Volume 27, Issue 1, pp.41-63.
DOI:10.1080/10485252.2014.998669

Hirukawa, M., and M. Sakudo (2014): “Nonnegative Bias Reduction Methods for Density Estimation Using Asymmetric Kernels,” *Computational Statistics & Data Analysis*, 査読有, Volume 75, pp.112-123.
DOI:10.1016/j.csda.2014.01.012

Gospodinov, N., and M. Hirukawa (2012): “Nonparametric Estimation of Scalar Diffusion Models of Interest Rates Using Asymmetric Kernels,” *Journal of Empirical Finance*, 査読有, Volume 19, Issue 4, pp.595-609.
DOI:10.1016/j.jempfin.2012.04.001

Hirukawa, M. (2011): “How Useful Is Yet Another Data-Driven Bandwidth in Long-Run Variance Estimation?: A Simulation Study on Cointegrating Regressions,” *Economics Letters*, 査読有, Volume 111, Issue 2, pp.170-172.
DOI:10.1016/j.econlet.2011.02.006

〔学会発表〕(計19件)【セミナー発表7件を含む】

発表者：蛭川雅之、発表標題：Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels、学会名等：研究集会「第16回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」、発表年月：2015年3月26日、発表場所：慶應義塾大学（神奈川県横浜市）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data、学会名等：68th European Meeting of the Econometric Society、発表年月：2014年8月27日、発表場所：トゥルーズ（フランス）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data、学会名等：Econometric Society Australasian Meeting 2014、発表年月：2014年7月1日、発表場所：ホバート（オーストラリア）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data、学会名等：Asian Meeting of the Econometric Society 2014、発表年月：2014年6月22日、発表場所：台北（台湾）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Family of Generalized Gamma Kernels: A Generator of Asymmetric Kernels for Nonnegative Data、学会名等：研究集会「第15回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」、発表年月：2014年3月19日、発表場所：慶應義塾大学（東京都港区）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data、学会名等：24th New Zealand Econometric Study Group Meeting、発表年月：2014年2月21日、発表場所：ハミルトン（ニュージーランド）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Instrument-Free Identification and Estimation of Differentiated Products Models、学会名等：関西計量経済研究会 2013、発表年月：2014年1月12日、発表場所：京都大学（京都府京都市）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data、学会名等：シンポジウム「統計科学の新展開」、発表年月：2013年11月27日、発表場所：金沢大学（石川県金沢市）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Family of Generalized Gamma Kernels: A Generator of Asymmetric Kernels for Nonnegative Data、学会名等：23rd New Zealand Econometric Study Group Meeting、発表年月：2013年2月22日、発表場所：オークランド（ニュージーランド）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Functional-Coefficient Cointegration Models

in the Presence of Deterministic Trends、学会名等：Asian Meeting of the Econometric Society 2012、発表年月：2012年12月20日、発表場所：デリー（インド）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Family of Generalized Gamma Kernels: A Generator of Asymmetric Kernels for Nonnegative Data、学会名等：Summer Workshop on Economic Theory 2012、発表年月：2012年8月9日、発表場所：小樽商科大学（北海道小樽市）

発表者：蛭川雅之、発表標題：Functional-Coefficient Cointegration Models in the Presence of Deterministic Trends、学会名等：国際シンポジウム「数理統計学と金融・計量経済学の理論と応用」、発表年月：2011年11月30日、発表場所：京都大学（京都府京都市）

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.setsunan.ac.jp/~hirukawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

蛭川 雅之（HIRUKAWA, Masayuki）

摂南大学・経済学部・教授

研究者番号：10597628