

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 16 日現在

機関番号：15101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23531196

研究課題名(和文) 数学教育学における問題解決の学習過程の構築に関する実証的研究

研究課題名(英文) A Study of Construction on Problem Solving Learning Processes in Mathematics Education

研究代表者

矢部 敏昭 (YABE, Toshiaki)

鳥取大学・地域学部・教授

研究者番号：50230298

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円、(間接経費) 750,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、算数・数学教育における問題解決の学習過程について5つの過程を構築するとともに、その実証的検討を行ったものである。また、特に第4、5の学習過程は学習者の内容の理解と授業の質を高める新たな過程として機能することを提出したものである。

さらに、実践協力校との授業構成と授業改善に向けた実践検討会は、教師の力量形成に機能し、かつ、教師の支援の重要性を指摘したものである。

研究成果の概要(英文)：In this thesis, I address 5 learning processes in Problem Solving learning. First process is "Construction of Problem", second one is "Envisioning and Implementation the Solution", third one is "Sharing of Solution and Results", forth one is "Discussion on Methods and Results", and fifth one is Application and Evaluation". And this thesis based on the empirical reasons derived from practical examinations, and presenting the specific image of how learners should be in view of the next decade. In other words, this problem solving learning has been aimed at cultivating resources capable of finding better way to solve problems. The purpose has been to train capable problem solver.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教科教育学

キーワード：知識の創造 探究的活動 学習過程に構築 フィード・フォワード

1. 研究開始当初の背景

(1) 教科教育学の課題は、実際の学校現場で日々展開される実践の中から見いだされ、それらの課題に対する検討は研究者によって理論的になされ、その成果を再び学校現場の日々の実践に生かされるところに使命がある。

(2) 現在、算数・数学教育において問題解決の学習指導は世界的に広まっている。また、我が国の授業研究は世界的に注目されている。しかし、その指導理論及び学習展開において問題がないわけではない。学習者の知識の発展や統合をその指導の目的とし、また、授業展開においては“探究的学び”と“協同的学び”への転換が我が国のみならず世界的な課題としてその解決が求められている。

2. 研究の目的

本研究の第一の目的は、新しい時代に向けて打ち出した問題解決:Via Problem Solvingの5つの学習過程に関して、全国の実践協力校と授業研究を通して共有化を図るとともに、児童・生徒の数学的活動の様相を根拠にして新たな問題解決の学習過程を構築するものである。

第二の目的は、集団を基本とした学びの様式において“新たな知識の創造”にふさわしい授業展開を支える指導理論と授業の構成原理を明らかにすることである。

3. 研究の方法

本研究の第一の方法は、問題解決の5つの学習過程に関して、各過程の算数・数学的価値(内容次元の目的)と算数・数学的活動の価値(行動次元の目的)を、全国の実践協力校と授業研究会を積み重ねることを通してその指導理論の共有化を図ることである。

第二の方法は、全国の各実践協力校の児童・生徒の実態(算数・数学的能力)に応じた授業を構成し、実践的検討の過程で見出された実践的課題に対して、フィード・フォワードの機能を活かした授業評価を展開して“探究的学び”と“協同的学び”の視点から教師の指導の改善と学習者の学びの改善を図るものである。

第三の方法は、特殊から一般へ向かう授業展開において、特に問題解決の第四及び第五の学習過程の位置づけの在り方とその算数・数学的価値づけを学習者の思考と活動の様相に基づいて検討するものである。

4. 研究成果

(1) 問題解決の5つの学習過程の構築

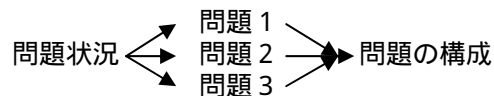
1980年代初頭にAn Agenda for Actionに示された問題解決の学習指導に関して、Via Problem Solvingの5つの学習過程として、「問題の構成」、「解決の見通しと遂行」、「解決と結果の共有」、「解決と結果の議論」及び「活用と評価」の5つの過程を構築した

ものである。この学習過程は、全国の実践協力校21～24校/年と、度重なる実践と授業研究会を通して共有を図ったものである。

「問題の構成」の過程について

この第一の過程は、学習者にとって“なぜこの教材を学ぶのか”という教材の必然性と、学習者自身の問題として受け止めるための未知への喚起を促す過程である。問題の状況(situation)に出会い、既知の数量と数量関係を分析・把握し、未知の数量を導き出す算数・数学的活動を意味する。なぜならば、算数・数学の問題は未知の数量を明確にすることによって問題は作り上げられるからである。また、この過程で行われる算数・数学的活動としては、ア)既知の数量への着目、イ)問題状況の条件をよむ、ウ)未知の数量を問う、活動を指摘するものである。

つまり、算数・数学の問題はいかに作り上げられるかを学習者は学ぶとともに、問題状況を視覚化することによって見えなかった課題を観察可能な見える問題にする過程と言い換えられる。



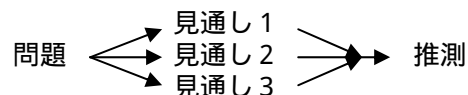
「解決の見通しと遂行」の過程について

この第二の過程は、以下に示す2つの小過程に区分して述べるものである。

-1 解決の見通しについて

この過程は、学習者の学ぶ意欲の喚起と、解決に向けた推測の構成の過程である。問題の条件より、解の存在と大きさを見積もり、解決の方法を見通す算数・数学的活動を意味する。なぜならば、解決の見通しは解の大きさを見積もることによって解決方法が見通せるからである。また、この過程で行われる算数・数学的活動としては、ア)数量形を概数、概量、概形でとらえる、イ)概算、概測する、ウ)解の範囲をとらえる、活動を指摘するものである。

つまり、問題の解決は“いかに見出せるか”を学習者は学ぶとともに、問題の条件を変更したり特殊化したりすることを通して、次なる解決行動の指針を得る過程と言い換えられる。



-2 解決の遂行について

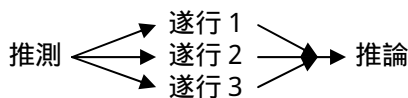
この過程は、学習者の推論の構成と解決に用いた根拠の追求の過程である。解決の見通しに即して数学的手続きを進め、また、絵や図、表等に表し、数学的手続きの根拠を追求し、さらに解の正しさを確かめる算数・数学的活動を意味する。なぜならば、算数・数学

の学問の特性は新しい規則・法則の発見をもたらす発見の論理と、その正しさを保証する論証の論理を兼ね備えているからである。

また、この過程で行われる算数・数学的活動としては、ア)既習をもとに推論を展開する、イ)課題や解を明確にする、ウ)よりよい解決を求める、活動を指摘するものである。

算数・数学の問題解決の学習指導は、ただ単に解を求めることにとどまらず、よりよい解決を志向し、洗練された解決を求めることに数学的思考と態度が求められるからである。なぜならば、良き問題解決者の育成が目的だからである。

そして、解決の遂行は“いかに図られるか”を学習者は学ぶとともに、見出した推論をもとに推論を押し進め、目的を持った試行錯誤を展開する過程と言い換えられる。

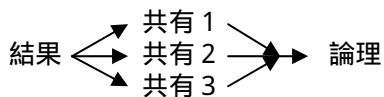


「解決と結果の共有」の過程について

この第三の過程は、学習者にとって解決に向けて組み立てた論理を検討し、得られた結果の根拠を明確にする過程である。ここでの集団による話し合いは、各学習者が問題の解決に用いた手続きの意味を検討し、得られた結果の正しさを検証する算数・数学的活動が展開される。なぜならば、問題の解決は多様に存在しよりよい解決方法を集団によって高めることにそのねらいがあり、見出した解の正しさを保証し検証することもまた算数・数学学習の特性の一つだからである。

また、この過程で行われる算数・数学的活動としては、ア)数理的な表現と処理が検討し、イ)数学的な見方・考え方を共有し、ウ)解の正しさを保証する、活動を指摘するものである。

つまり、問題の解決と結果は集団でいかに共有されるかを学習者は学ぶとともに、よりよい数理的表現と処理に高める過程と言い換えられる。



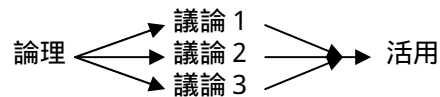
「解決と結果の議論」の過程について

この第四の過程は、学習者にとって、共有された解決の手続きと解の正しさが保証された結果を、より広い場面に適用し、理解を確かにする過程である。共有された手続きと結果は、問題の条件や数値を変えて検討され、また場面を変えて適用する算数・数学的活動を意味する。なぜならば、未知の問題に出会い、特殊な問題の解決と結果は他の条件や場面に適用することを通して、その解決と結果が一般に通用することを理解するからである。

言い換えれば、特殊の背後にある一般を志向する展開は、与えられた問題や目の前で考えている特殊が、一般の中の特殊であることへの理解を学習者に導き、他方、一般の中にある特殊を志向する展開は、その問題の内容の意味理解を確かにするとともに、一般を意味することへの理解を導くといえるのである。問題解決の学習指導におけるこの第四の学習過程は、本研究の独創的な過程であり、我が国をはじめ、世界的にも未だ実践にまで至っていない重要な過程である。

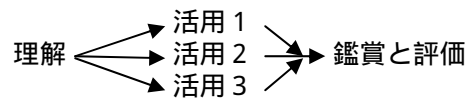
また、この過程で行われる算数・数学的活動としては、ア)他の条件や場面を吟味し、イ)得られた結果を適用し、ウ)学習者の理解を広げるとともに深める、活動を指摘するものである。

つまり、集団の話し合いにおいて共有された解決の手続きと結果(数理的な処理の表現、及びよりよい解決)はいかに理解され得るかを学習者は学ぶとともに、それらが他の条件や場面において成立するかを検討し議論される過程と言い換えられる。



「活用と評価」の過程について

最後の第五の過程は、学習者にとって学びに値する算数・数学的価値と数理的な表現・処理のよさを鑑賞し、指導者にとっては指導の改善をもたらす過程である。なぜならば、学びに値する価値や数理的な表現・処理のよさは、学習者が活用してはじめて感得されるものであり、また、学習者の活用する姿を通して教師は自らの指導を振り返ることができるからである。“学習者の学びの姿は、教師の指導を映し出す鏡”であることは、振り返りつつ改善し続ける実践者としての教師にとって、まさにこの過程は評価の過程と言い換えられるのである。



(2) 授業研究会及び実践検討会の成果

問題解決の学習過程の共有を通して

その第一は、1コマ(45分)の授業構成の在り方に関して、学習者の分かりつつある変容は第4及び第5の過程であり、指導目標の達成もまたこれらの過程である。学習者の分かりかけた知識や数理的な表現・処理を、条件や数値を変えて試行するこの算数・数学的活動は活動自体が合目的な活動となり得るからである。

その第二は、算数・数学の学習において問題とはいかに構成され得るかの共有である。学習者が直面する問題状況において、問題の構成は既知と未知の数量への着目が必要で

あり、未知の数量及び数量関係の把握が問題を作り上げる上で不可欠な数学的な見方・考え方だからである。言い換えれば、算数・数学の問題把握は数量のよみ、特に未知の数量をよむことを今後の算数・数学学習に位置づけていくことは、我が国の児童・生徒の演算決定能力の育成に寄与することが期待できるものである。

その第三は、学習者の“思考が動き出す”問題の設定に関する理解の共有である。「問題を考えようとする思考が動き出すのは、疑念、ためらい、当惑の状態や心的困難を感じる状態」からである。学習集団の実態把握に基づき、やや困難と思われる問題の開発はまさに教師の教材研究に依るところである。

学び続ける実践者の育成

その第一は、授業評価の機能と評価の在り方に関する教師の認識の変容である。「誰のための、何のための評価か」を授業研究会において絶えず問い続けることによって、教師自身の評価観は評価の目的適合性の観点で行うこと、学習者の思考と活動の様相を根拠に価値づけを行うこと等を共有した。その際の判断の根拠は、次の学習過程（フィード・バック）の学習者の学ぶ姿である。

その第二は、授業が進展している中での教師の支援の在り方である。算数・数学の言語は学習者が記述する数や式であり、また図や表である。これらの数や式、図や表から学習者の思考過程を読み取り、学習者に応じた具体的な支援をあらかじめ用意して授業に臨むことの重要性を共有したものである。また、教師の具体的な支援には大きく2つの機能・役割があることを共有するものである。その1つは学習者に応じて“次なる行動を促す”支援であり、他の1つはよりよく解決行動を遂行する学習者の様相を評価し、“授業の質を高める”ために全体に対して施す支援である。

(3) 全国の実践協力校の一覧とその成果

平成23年度

実践協力校は、高知県7校、広島県1校、福岡県1校、愛媛県1校、京都市2校、及び鳥取県12校の計24校である。以下に示す。

高知県芸西村立芸西小学校、高知県香美市立山田小学校、高知県香美市立鏡野中学校、高知県安芸市立井ノ口小学校、高知県安芸市立安芸第一小学校、高知県安芸市立川北小学校、高知県室戸市立室戸小学校、広島県廿日市市佐伯中学校、福岡県北九州市立南小倉小学校、愛媛県松山市立姫山小学校、京都市立大塚小学校、京都市立室町小学校、鳥取県日野郡日野町立根雨小学校、鳥取県西伯郡伯耆町立岸本小学校、鳥取県西伯郡伯耆町立日光小学校、鳥取県西伯郡伯耆町立八郷小学校、鳥取県米子市立義方小学校、鳥取県米子市立車尾小学校、鳥取県倉吉市立高城小学校、鳥取県倉吉市立北谷小学校、鳥取県倉吉市立社

小学校、鳥取県倉吉市立久米中学校、鳥取県北栄町立大栄小学校、鳥取県鳥取市立面影小学校

平成24年度

実践協力校は、高知県6校、京都市2校、福岡県1校、愛媛県1校、及び鳥取県11校の計21校である。以下に示す。

香美市立山田小学校、香美市立鏡野中学校、香美市立安芸第一小学校、安芸市立川北小学校、安芸市立井ノ口小学校、室戸市立室戸小学校、京都市立大塚小学校、京都市立室町小学校、北九州市立南小倉小学校、松山市立姫山小学校、伯耆町立岸本小学校、伯耆町立八郷小学校、伯耆町立日光小学校、米子市立車尾小学校、米子市立義方小学校、倉吉市立高城小学校、倉吉市立北谷小学校、倉吉市立社小学校、倉吉市立久米中学校、北栄町立大栄小学校、鳥取市立面影小学校。

平成25年度

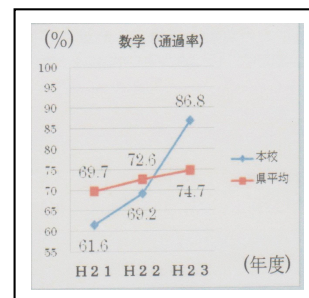
実践協力校は、高知県6校、京都市4校、京都府1校、兵庫県1校、滋賀県1校、石川県1校、及び鳥取県9校の計23校である。以下に示す。

香美市立山田小学校、香美市立鏡野中学校、香美市立大宮小学校、安芸市立川北小学校、安芸市立井ノ口小学校、安芸市立伊尾木小学校、京都市立大塚小学校、京都市立室町小学校、京都市立久我の杜小学校、京都市立境谷小学校、綾部市立物部小学校、たつの市立神岡小学校、守山市立川西小学校、金沢市立井上小学校、倉吉市立高城小学校、倉吉市立北谷小学校、倉吉市立社小学校、倉吉市立久米中学校、北栄町立大栄小学校、鳥取市立面影小学校、伯耆町立岸本小学校、伯耆町立八郷小学校、米子市立車尾小学校。

全国実践協力校の学習成果

全国実践協力校の学習成果として特筆すべき事柄は、例えば、広島県廿日市市立佐伯中学校においては市内第一位の学力水準となり、広島県及び廿日市市から教育功労賞を受賞され、また、高知県芸西村、香美市及び安芸市による授業研究会は市町村を単位として開催されるようになる。

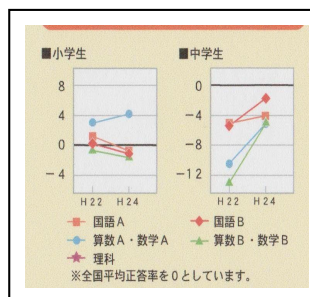
さらに、京都市小学校教育研究会の開催する公開授業研究会は全国からのべ1,000名（1年間）を超える参加者を集めるに至ったものである。また、実践検討会において特筆すべき事柄は、問題解決の学習過程の



また、実践検討会において特筆すべき事柄は、問題解決の学習過程の

第4及び第5の過程が我が国の学校教育において算数・数学の授業様式を変える契機となりつつあり、高知県、京都市、兵庫県、石川県及び鳥取県の各々の小さな地区を発信地として全国的に広まりつつあることは、本研究の成果である。今後、我が国の数学教育学の一つの方向性を示す授業様式になるものと思われる。

平成25年度全国学力状況調査結果では、3年間の学習成果の向上が顕著に表れ、国立政策研究所のHPの中でも特筆して挙げられているものである。



さらに、本研究の成果に関しては全国各地で開かれる教育講演会や現職教員研修会において、平成23年度は28回、平成24年度は22回、そして平成25年度は19回の成果発表を行ったものである。教科教育学は、教育実践から教育課題を見出し、理論的検討の後、再び教育実践に還元されるところにその一つの使命が見いだされると言えるものである。全国の実践協力校との授業研究会は、算数・数学の授業構成において算数・数学の学習を通して良き問題解決者（未来に生きる人間）の育成であり、今後、我が国の授業構成と展開（授業様式）を変える、まさに転換期の過程としての3年間であったと言えるのである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計1件)

矢部敏昭、藤田綾、西山章、数学教育学における協同的な問題解決の学習 - 集団を基本とした学びの様式の転換 -、鳥取大学地域学部紀要、地域学論集、第10巻第2号、2013、83 - 90

〔図書〕(計1件)

益川敏英、石浦章一、上藤恵子、矢部敏昭、檜皮康一郎、中尾早希、竹内英人、近藤恵介、中島さち子、福島孝徳、安藤忠雄、新興出版社啓林館、なぜ、算数や理科を勉強するのか？ 2013、57

6. 研究組織

(1) 研究代表者

矢部敏昭 (YABE, Toshiaki)

鳥取大学・地域学部・教授

研究者番号：50230298