

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 22 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540128

研究課題名(和文) 逐次手法論とその応用

研究課題名(英文) Methodology of sequential procedures and its applications

研究代表者

磯貝 英一 (Isogai, Eiichi)

新潟大学・自然科学系・フェロー

研究者番号：40108014

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円、(間接経費) 780,000円

研究成果の概要(和文)：研究代表者が得た主な研究成果を以下に挙げる。

(1) 2母数指数分布において尺度母数の下界の一つが既知である仮定の下で位置母数の信頼区間問題を考えた。Mukhopadhyay and Duggan (1999)の提案した二段階法を用いて、平均標本数および被覆確率の高次漸近展開式を与えた。(2011) (2) 未知な母分散の下界の一つが既知である仮定の下で正規母集団の母平均に対する最小リスク点推定問題を考えた。二段階法を用いて、平均標本数およびリグレットの2次より高次の漸近展開式を与えた。(2013)

研究成果の概要(英文)：The main results which head investigator obtained are as follows.

(1) We consider the problem of fixed-width confidence interval estimation of a location parameter of a negative exponential distribution under the assumption that a positive lower bound of a scale parameter is known. Using the two-stage procedure proposed by Mukhopadhyay and Duggan (1999) we provided higher order asymptotic expansions of the average sample number and coverage probability. (2011) (2) We considered the minimum risk point estimation problem for the mean and variance of a normal population under the assumption that a positive lower bound of an unknown variance is known. By using two-stage procedure we gave higher than second-order approximations of the average sample number and regret.(2013)

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：統計数学 逐次解析

1. 研究開始当初の背景

理論的研究及び応用的研究はこれまでに多くなされ、重要な成果が得られている。しかし、固定標本数では解決できない問題も発生した。例えば、信頼区間の幅と信頼係数を指定したとき、この条件を満たす最小の固定標本数で信頼区間を構成することはできないことが Dantzig (1940)によって示された。Stein (1945)は1回目に得られた観測データに基づいて2回目の標本抽出を行うかどうかを判断し、最大2回の標本抽出を行う二段階法を提案して、この問題を解決した。ところで、二段階法における平均標本数は最小の固定標本数に比べて非常に大きくなる性質を持っていることが分かった。そこで、Chow and Robbins (1965)はこの性質を改良するために純逐次法を提案し、二段階法より平均標本数が少ないという意味で効率が良いことを示した。同時に、抽出操作が簡単である二段階法と多くの抽出操作を必要とする純逐次法はお互いに長所と短所を持ち合わせていることも分かった。逐次手法の効率を測る基準として平均標本数の漸近的近似式が必要になる。Woodroffe (1977)は逐次解析における非線形再生論を応用して平均標本数の漸近展開式を導いた。Ghosh and Mukhopadhyay (1981)は逐次手法の効率を比較するための基準として有効性の概念を導入した。その後、平均推定誤差と標本抽出にかかる費用の和を最小にする最小リスク問題、平均推定誤差を前もって指定された値以下にする有界リスク問題が考えられ、これらの問題を解決するために二段階法や純逐次法を含む種類の逐次手法が提案されている。

2. 研究の目的

逐次手法の有効性を評価する場合、より高次の漸近展開式を求めることが必要になる。この高次漸近展開式を導くことにより、有効性の観点から逐次手法のさらなる比較が可能になる。具体的には正規分布や指数分布などの連続型分布に関する高次漸近展開式を求めることが目的である。また、不良品の個数の分布である二項分布など応用上重要な離散型分布に関する逐次手法論はあまり展開されていないので、離散型分布の逐次手法論を推進することも目的の一つである。さらに、近年活発に研究が行われているノンパラメトリック確率密度関数推定問題において、逐次手法を導入し、固定標本数では解決できない問題の解決に挑戦することも研究目的である。

3. 研究の方法

本研究は先行研究で得た研究成果を基礎にして、二段階法や純逐次法を含めた逐次手法の開発と有効性の観点からの逐次手法の比較を行うことが目的である。研究代表者は研究目的を達成させるための情報を収集し、その情報の十分な活用を目指した。研究期間

中、正規分布、指数分布及び一般の連続型分布、二項分布を含む離散型分布における未知母数やその関数の推定問題を考え、従来の逐次手法、新しく開発する逐次手法の有効性を比較するために高次の漸近展開の理論的研究を行った。また、応用例として、最適な母集団を選ぶ選択問題、ノンパラメトリック確率密度関数の推定問題に逐次手法を導入して、新たな見地からこれまでにほとんど行われてこなかった研究を目指した。平成23年度は逐次手法についてのこれまでの研究成果を調査し、情報の整理と同時に分析を行った。その後、具体的な連続型分布の有効性について理論的研究を行った。特に、正規分布及び指数分布に関する信頼区間問題、最小リスク問題について平均標本数、信頼区間問題における信頼区間の被覆確率、最小リスク問題におけるリグレット(残念率)の高次の漸近展開式を導出し、新しい研究結果が得られる努力を行った。

4. 研究成果

(1) 未知な位置母数と尺度母数を持つ2母数指数分布において区間幅と信頼係数が与えられたときの位置母数の信頼区間問題を考えた。未知な尺度母数の下界の1つが既知であると仮定する。信頼区間の被覆確率が与えられた条件を満たす最小の標本の大きさには未知な尺度母数が含まれる。そこでMukhopadhyay and Duggan (1999)が提案した二段階法を用いて、区間幅が十分小さいときの漸近的性質を調べた。その結果、平均標本数および信頼区間の被覆確率について先行結果よりもより高次の漸近展開式が求められた。(J. Statist. Plann. Inference (2011))

(2) 共通の未知な尺度母数を持つ二つの2母数指数分布において尺度母数の下界の1つが既知であると仮定する。このとき、前もって与えられた区間幅と信頼係数を持つ位置母数の差の信頼区間問題を扱った。最小の標本数を用いて、与えられた条件を満たす信頼区間を構成したい。この場合、最小の標本数には未知な尺度母数が含まれるので実際には利用できない。そこで、二段階法を用いて信頼区間を与え、区間幅が十分小さいときの平均標本数と被覆確率の漸近展開式を導いた。この結果から二段階法は3次の漸近有効性と3次の漸近一致性を持つことが分かった。この性質は従来の性質の精密化になっている。(Pioneer J. Theor. Appl. Statist. (2012))

(3) 下界の一つが既知である未知な母平均を持つ指数分布において母平均の最小リスク点推定問題を考えた。二乗損失と標本抽出費用の和を損失関数とし、その平均をリスクとするとき、リスクを最小にする標本の大きさで母平均を点推定したい。この最小標本数には母平均が含まれるので実際には利用できない。そこで、二段階法を用いて推定し、そのとき

のリスクと最小リスクとの差をリグレットと呼ぶとき、一標本抽出費用が十分小さいときのリグレットの2次の漸近展開式を導いた。また、偏り補正した推定量を提案し、リスクが一標本分節約できることを示した。(International J. Statist. Probab. (2012))

(4) Mukhopadhyay and Duggan (1999)が提案した一般的二段階法を扱った。未知な正の攪乱母数の下界の一つが既知であると仮定する。このとき、最適な標本数および二段階法の既知な関数に対してその期待値の漸近展開式を求めた。この結果はMukhopadhyay and Duggan (1999)の結果の改良になっている。この結果の応用として、既知な関数を具体的に与えることにより、正規分布の母平均の有界リスク問題、二母数指数分布の位置母数に対する固定幅の信頼区間問題、最良な正規母集団の選択問題、最良な二母数指数母集団の選択問題を考えた。(Far East Journal of Theoretical Statistics (2012))

(5) 未知な母平均と母分散を持つ正規分布において、信頼係数と固定幅を与えたときの母平均の信頼区間問題を考察した。未知な母分散の下界の一つが既知であると仮定する。与えられた条件を満たす最小標本数には未知な母分散が含まれるため利用できない。そこで、Mukhopadhyay and Duggan (1997)の二段階法を用いる。区間幅が十分小さいときの平均標本数および信頼区間の被覆確率の3次の漸近展開式を導いた。従来は2次の漸近展開式が求められているが、本論文で得た結果は更なる精密化である。(Commun. Statist.-Theor. Methods (2012))

(6) 未知な母平均と母分散を持つ正規分布において母分散の最小リスク点推定問題を考えた。母分散の下界の一つが既知であると仮定する。二乗誤差と標本抽出費用の和を損失関数とし、その期待値をリスクとすると、このリスクを最小にする標本数の標本を用いて推定したいが、最小標本数には未知な母分散が含まれるため利用できない。この問題を解決するために二段階法を用いた。リスクと最小リスクの差をリグレットと呼ぶとき、一標本抽出費用が十分小さいときのリグレットの2次の漸近展開式を求めた。また、偏り補正した推定量を提案し、二標本分の抽出費用が削減できることも示した。(Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications (2013))

(7) 未知な母平均と母分散を持つ正規分布において母平均の最小リスク点推定問題を考えた。未知な標準偏差の下界の一つが既知であると仮定する。二乗損失と標本抽出費用の和を損失関数とし、その平均をリスクとすると、このリスクを最小にする標本数の標本を用いて母平均を点推定したい。最小標本数に

は未知な標準偏差が含まれるので利用できない。本論文では Mukhopadhyay and Duggan (1997)の二段階法を用いる。一標本抽出費用が十分小さいとき、平均標本数およびリスクと最小リスクとの差であるリグレットの2次より高次の漸近展開式を与えた。この結果は Mukhopadhyay and Duggan (1997)の改良になっている。(Statistics (2013))

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7件)

C. Uno and E. Isogai, Higher than second-order approximations for sequential point estimation by a two-stage procedure, Statistics, 査読有, Vol.47, 2013, 306-316
DOI: 10.1080/02331888.2011.588710

E. Isogai and C. Uno, Minimum risk point estimation for the normal variance by a two-stage procedure and second-order properties, Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications, 査読有, Vol.9, 2013, 55-72
<http://scientificadvances.co.in/>

E. Isogai, C. Uno and D. Takeuchi, Two-stage procedure having third-order properties for a normal mean, Communications in Statistics-Theory and Methods, 査読有, Vol.41, 2012, 4332-4347
DOI: 10.1080/03610926.2011.573166

C. Uno and E. Isogai, Asymptotic properties of a two-stage procedure and their applications, Far East Journal of Theoretical Statistics, 査読有, Vol.40, 2012, 75-105
<http://pphmj.com/journals/fjts.html>

E. Isogai and C. Uno, On second-order approximations to the risk in estimating the exponential mean by a two-stage procedure, International Journal of Statistics and Probability, 査読有, Vol.1, 2012, 47-55
DOI: 10.5539/ijsp.v1n2p47

E. Isogai, C. Uno and Daisy Lou Polestico, Asymptotic properties of a two-stage procedure for two negative exponential distributions, Pioneer Journal of Theoretical and Applied Statistics, 査読有, Vol.3, 2012, 31-56
http://www.pspchv.com/content_PJTAS.html

E. Isogai, K. Kobayashi and C. Uno, Higher order approximations by a two-stage procedure for a negative

exponential distribution, Journal of
Statistical Planning and Inference,
査読有, Vol.141, 2011, 3304-3312
DOI: 10.1016/j.jspi.2011.04.012

〔学会発表〕(計 2件)

宇野 力, A two-stage procedure for
minimum risk point estimation of the mean
of an exponential distribution and second-
order results, 第8回 確率・統計世界会
議, 2012年7月10日, グランド セバヒル
ホテル会議場(トルコ)

宇野 力, On asymptotic higher-order
expansions by a two-stage procedure, 第
58回 国際統計協会会議, 2011年8月25
日, ダブリン国際会議場(アイルランド)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

磯貝 英一 (ISOGAI Eiichi)
新潟大学・自然科学系・フェロー
研究者番号: 40108014