

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 7 日現在

機関番号：13902

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540131

研究課題名(和文)量子確率論的手法によるシーガル・バーグマン変換と無限分解可能分布の研究

研究課題名(英文)Quantum probabilistic approach to the Segal-Bargmann transform and infinitely divisible laws

研究代表者

浅井 暢宏(Asai, Nobuhiro)

愛知教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：60399029

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：乗法的繰り込み法の視点から、連携研究者らと共に、ブレンケ型母関数に付随する直交多項式に関するブレンケ・チハラの問題に取り組んだ。その結果、量子数 q を含むヤコビ列、および付随する乗法的繰り込み因子などの q 超幾何級数表示をきれいに得ることが出来た。結果は国際的数学専門雑誌である IDAQP に掲載された。また、国内外で開かれた国際会議や研究会などで講演発表した。さらに、先述の研究で得られたブレンケ族の q 直交多項式から量子確率論的に意味がある q フーリエ変換や q シーガル・バーグマン変換、および合成積があるかについて考察をした。

研究成果の概要(英文)：From the point of multiplicative renormalization method, we examined the Brenke-Chihara problem, which is to determine all orthogonal polynomials associated with the Brenke type generating functions. As a result, all of the Jacobi-Szego parameters and q -hypergeometric series representations for all MRM-factors are obtained, explicitly. Our paper was published from IDAQP, an international mathematics journal. We have begun to consider if there would exist q -Fourier or q -Segal-Bargmann transforms and associated convolution products in a meaningful way from the quantum(algebraic) probabilistic view point.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計科学)

キーワード：量子確率論 直交多項式 シーガル・バーグマン変換 ブレンケ型母関数 q 類似

1. 研究開始当初の背景

単一モード相互作用フォック空間上での確率変数の量子分解に関するアカルディとボゼイコによる98年論文は、多くの研究者、特に、量子確率論や無限次元解析研究者が直交多項式論の重要性を再認識するきっかけとなった。量子分解とは、確率変数(過程)を生成・消滅作用素など、互いに非可換な作用素を用いて表現するという方法である。すなわち、確率変数(過程)が内包している非可換性を浮き彫りにすることが可能になる。このような意味で、極めて重要な基礎研究であった。研究代表者の浅井は、彼らの論文に触発され、いち早くその方法とホワイトノイズのウルトラ超汎函数空間の一般構成法とそれらの分類研究で得たいくつかの知見を融合することに目を付け、古典的なガウス型シーガル・バーグマン変換の非ガウス化とその量子確率論的研究を始めていた。これと並行して、浅井・久保・郭は乗法的繰り込み法(略してMRM)の立場から直交多項式と付随するヤコビ列等の特性量の具体的構成と分類研究を始めた。ポアス・ブック型母関数族に含まれる重要な例として、(I)古典マイクスナー型(指数型)、(II)自由マイクスナー型、(III)ブレンケ型、などの母関数族がある。現在までに、(I)(II)から生成される直交多項式や付随する確率測度については、非可換マイクスナー型確率解析の構築や無限分解可能分布論などの研究へ進展している。最後のブレンケ型(III)については、チハラによる68年の先行研究があるが、確率論とは全く独立に行われており、その議論も概略のみである。また、量子解析(q解析)の援用がなされているが、量子数qが内在する根本的な理由がはっきりしない。よって、詳細をフォローすることが極めて難しい状況であった。したがって、この族の(量子)確率論的研究は手つかずの未開拓領域であり、興味深い課題が多く残されていると思われる。このような研究状況から、まず、チハラのギャップを克服し、ブレンケ型母関数とそれから生成される直交多項式系の(量子)確率論における役割、および、それから生まれる新しい概念の創造へとつなげる研究は興味深いと思われた。

2. 研究の目的

本研究課題の研究期間内における目的は、ブレンケ・チハラ問題を解決し、ブレンケ族の確率論的役割の一端を解明すること。例えば、ある種のフォック空間とそのバーグマン・フォック表現、バーグマン測度の具体的構成とその何らかの意味での無限分解可能性、および確率変数の新たな非可換独立性との関連などを調べる足がかりを作ること。これらは、(量子)確率論、MRMおよびシーガル・バーグマン解析との融合研究の一環として位置づけている。

3. 研究の方法

(1) 研究代表者の浅井が開発してきた非ガウス型シーガル・バーグマン変換のテクニックや浅井・久保・郭によるMRMをベースにした手段を用いる。連携研究者とはMRMの観点から連携して研究を進める。なお、本研究に新たな視点・方法との関連性、または、それらを取り入れる必要が生じた際は、関係する研究者に専門的知識の提供を依頼する。

(2) 本研究初年度に、「直交多項式と特殊関数が関わる確率論的諸問題とその周辺」と題する研究集会を名古屋で主催する。量子確率論関係者のみならず、直交多項式や特殊関数が頻繁に登場する無限粒子系や無限分解可能分布論などの専門家にも講演を依頼する。関連する研究者との情報交換を行い交流を図る。

(3) 本研究は、確率論、量子確率論、無限次元解析、表現論などの分野における研究内容と密接に関連している。特に海外研究者(グループ)による研究との関連が深い。よって、海外で開催される国際研究集会やワークショップには積極的に出席し、研究成果発表はもちろんのこと、最新研究情報の収集、関連研究者との研究打合せ等を行う。

なお、年度が進むにつれて研究内容が収束するよう進める。研究上必要となるパソコンやその周辺機器および専門書籍等の備品類は研究計画に差し支えないよう可能な限り早い時期に購入する。

4. 研究成果

(1) ブレンケ・チハラ問題を、MRMの視点から再検討することによりチハラの分類を完全なものにすることを目指した。構成と分類自体はファヴァードの定理を出発点とした。結果としては、詳細な導出過程を明らかにしたうえで、完全な証明を与え、量子数qを含むヤコビ列、および付随する乗法的繰込み因子などのq超幾何級数表示をもれなく得ることが出来た。これらの成果は論文としてまとめ上げ、国際的数学専門雑誌であるInfinite dimensional analysis, quantum probability and related topicsに掲載された。

(2) 上記(1)で現れる確率測度の多くは量子数qを重みに持つディラック測度の可算無限和で表現される。これらの特殊ケースの考察段階ではあるが、付随する単一モード相互作用フォック空間と量子空間、ある種のqフーリエ(ラプラス)変換又はqシーガル・バーグマン変換に付随する合成積構造との興味深い関係が姿を表していることに気がついた。これらの現象が、q確率測度の何らかの意味での無限分解可能性やq中心極限定理、言い換えると、確率変数の新たな独立性

が何らかの意味で深く関連していることを示唆していると考えている。このことは量子確率論と関連する周辺領域における興味深い検討課題であると考えている。研究期間終了後も継続して考察することが望まれる。

(3) 国内外で開催された国際会議や研究集会で講演発表する機会を多数得た。その際、関連分野研究者との打合せも同時に行った。特に、直交多項式論に関係する課題に取り組む研究者との研究討論を積極的に行った。さらに、関連する課題についての最新情報や、今後の研究の方向性についての有益な助言を得ることが出来た。内容的にも人的交流としても極めて有益であった。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計1件)

① N. Asai, I. Kubo, and H-H. Kuo :
The Brenke type generating functions and explicit forms of MRM-triples by means of q -hypergeometric series, Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics, 査読有, Vol. 16 (2013), 1350010-1-27.
DOI: 10.1142/S0219025713500100

[学会発表] (計13件)

① 浅井暢宏 :
On the Brenke-Chihara's orthogonal polynomials and related topics, RIMS 研究集会「量子場の数論とその周辺」, 2013年10月3日, 京都大学数理解析研究所(京都市).

② N. Asai :
The Boas-Buck generating functions and non-classical convolutions, The 34th Conference on Quantum Probability and Related Topics, 2013年9月20日, Steklov Mathematical Institute (モスクワ, ロシア).

③ N. Asai :
The Brenke-Chihara polynomials and q -convolutions, The 8th Jikji Workshop on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, 2013年8月22日, National Institute for Mathematical Sciences (太田, 韓国).

④ N. Asai :
On the classification of orthogonal polynomials having generating functions of the Boas-Buck type, The Asian Mathematical Conference 2013, Probability/Stochastic Process/Statistics Session, 2013年7月3日, Bexco (釜山, 韓国).

⑤ I. Kubo :

MRM-triples and Boas-Buck generating functions, Workshop on IDAQP-White noise, Quantum information and statistics, 2013年1月8日, 愛知県立大学(愛知県長久手町).

⑥ N. Asai :
Orthogonal polynomials originated from the Boas-Buck type generating functions, The 33th Conference on Quantum Probability and Related Topics, 2012年10月1日, Centre International de Rencontres Mathématiques (マルセイユ, フランス).

⑦ 浅井暢宏 :
マイクスナーおよびブレンケクラスに属する直交多項式系とその周辺, RIMS 研究集会「量子ウォークとその周辺」, 2012年8月23日, 京都大学数理解析研究所(京都市).

⑧ N. Asai :
On the Brenke-Chihara problem and q -orthogonal polynomials, The 7th Jikji Workshop on Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, 2012年7月26日, Chungbuk National University (清州, 韓国).

⑨ 浅井暢宏, 久保泉, 郭輝雄 :
Brenke 型母関数と q 直交多項式について, 日本数学 2012 年度年会統計数学分科, 2012 年 3 月 26 日, 東京理科大学, 神楽坂.

⑩ N. Asai :
MRM triples associated with Brenke type generating functions, AMS-MAA Joint Mathematical Meeting, 2012年1月4日, Hynes Convention Center (ボストン, アメリカ).

⑪ 浅井暢宏 :
ブレンケ型母関数と付随する直交多項式の分類について, 科研費研究集会「直交多項式と特殊関数に関わる確率論的諸問題とその周辺」, 2011年12月24日, 名城大学名駅サテライト(名古屋市).

⑫ 久保泉, 浅井暢宏 :
MRM-triple と Stein's principle, 科研費研究集会「直交多項式と特殊関数に関わる確率論的諸問題とその周辺」, 2011年12月24日, 名城大学名駅サテライト(名古屋市).

⑬ N. Asai :
The Brenke type generating functions and orthogonal polynomials, 14th Workshop: Non-Commutative Harmonic Analysis 2011年9月26日, The Mathematical Research and Conference Center (ベドレボ, ポーランド).

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅井 暢宏 (ASAI, Nobuhiro)
愛知教育大学・教育学部・准教授
研究者番号：60399029

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

久保泉 (KUBO, Izumi)
広島大学・大学院理学研究科・名誉教授
研究者番号：70022621