

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 9 日現在

機関番号：15501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23540139

研究課題名(和文) 数値数式融合的演算を用いた制御系設計

研究課題名(英文) Controller designs with symbolic numeric computations.

研究代表者

北本 卓也 (KITAMOTO, TAKUYA)

山口大学・教育学部・教授

研究者番号：30241780

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：通常、数式処理を伴う計算を行う場合は計算誤差等は許されないため、数値計算で多用される浮動小数点数やべき級数を用いることはできない。これは工学などの数学の応用分野において致命的な問題となるため、これまで制御系設計が制御系設計などに活用されることは限られてきた。

本研究は、べき級数演算を活用することで数式処理計算に伴う困難を緩和し、制御系設計に数式処理を活用することを目的としている。本研究では、数式をべき級数展開し、打ち切りべき級数として計算を行う。打ち切りべき級数に対しては四則演算が可能であるため、柔軟な計算が可能になる。

研究成果の概要(英文)：Usually, symbolic computations in a computer algebra system do not permit any numerical errors, and floating point arithmetic and power series computations are not allowed. Therefore, so far, applications of symbolic computations for controller designs has been limited.

In this study, we apply symbolic computations to controller designs, utilizing power series computations. We approximate a mathematical expression with its power series expression. It is possible to perform arithmetic operations such as additions, subtractions, multiplications and divisions on power series, which enable us flexible symbolic computations.

研究分野：数式処理

キーワード：数値数式融合 数式処理 制御系設計

1. 研究開始当初の背景

通常、数式処理を伴う計算を行う場合は計算誤差等は許されないため、数値計算で多用される浮動小数点数やべき級数を用いることはできない。これは工学などの数学の応用分野において致命的な問題となるため、これまで数式処理が制御系設計などに活用されることは限られてきた。

2. 研究の目的

本研究は、べき級数演算を活用することで数式処理計算に伴う困難を緩和し、制御系設計に数式処理を活用することを目的としている。本研究では、数式をべき級数展開し、打ち切りべき級数として計算を行う。打ち切りべき級数に対しては四則演算が可能であるため、柔軟な計算が可能になる。

3. 研究の方法

本研究においては、計算結果はべき級数の形で計算されるが、これを Pade 近似に変換することで計算精度を上げることができる(これはべき級数にイプシロン加速法を適用することと同値である)ため、Pade 近似への変換を多用してきた。

この方法はパラメータが1つ(1変数)である場合にはうまくいくが、パラメータが2以上になった場合は多変数の Pade 近似を行う必要がある。多変数の Pade 近似はいろいろな方法があるが、1変数の Pade 近似を自然な形で拡張したものをを使うと計算された Pade 近似が展開点の近くに極を持つことが多く、応用が困難となる。そこで数式処理の分野で最近、研究の進んでいる QE(Quantifier Elimination) を用いて、展開点の近くでは極を持たないような多変数 Pade 近似法を開発した。

また、このような Pade 近似は数値のみならず、行列に対しても適用することが可能である。行列の指数関数に Pade 近似を適用することにより、ステップ応答を近似し、それを制御系設計に応用した。

4. 研究成果

(1) H ノルムを用いた制御系設計において、目的とした量を多変数多項式で表す事を目的とした研究の成果

(2) 行列の Pade 近似を用いて、行列の指数関数を Pade 近似することでシステムのステップ応答を近似し、制御系設計に活用するための研究の成果

(3) 展開点の近くでは極を持たないような多変数 Pade 近似法を開発し、制御系設計に活用するための研究の成果

以下、それらについて説明する。

(1) H ノルムを用いた制御系設計において、目的とした量を多変数多項式で表す事を目的とした研究の成果

制御系設計において H ノルムを用いた制御系の設計・解析に関する研究が盛んに行われている。H ノルムはある意味、システムが最悪の場合を表していると言えるので、H ノルムを用いた設計法はロバストなシステム設計に向いているといわれている。一般的にはこれらの制御系設計には MATLAB などの数値計算ソフトと数値的計算法が用いられ、プラント(制御系設計対象)にパラメータなどを記号のまま残したまま、制御系設計を行うことは不可能である。

本研究では、H ノルムなどを多変数多項式の根として表現する計算法を開発し、それを用いてパラメータを記号のまま残した形で制御系設計を行うことを考える。

「H ノルムを用いた制御系設計について」(数理解析研究所講義録, 第 1785 巻, 2012 年, pp. 28-31)は、H ノルムやそれを拡張したものを多変数多項式の根として計算する手法を述べている。これらを用いることで、制御系設計・解析の分野で注目されている Generalized KYP Lemma に対応するものであり、パラメータを記号として置いたままそうした解析・設計ができることの意味が大きい。しかしながら、これらの計算は計算誤差なしで行わなければならないので、計算量が非常に大きくなり、実際上、計算が困難となる場合も多い。そこで計算量を抑える算法の研究も行った。

その1つが「On the Computation of the Determinant of a Generalized Vandermonde Matrix」(CASC2014, Warsaw, Poland, September(8-12), 2014, Vol. 8660 of the series Lecture Notes in Computer Science pp 242-255)であり、これは、H 制御系設計で出ている特殊な行列(一般化された Vandermonde 行列)の効率的な計算法を研究したものである。

(2) 行列の Pade 近似を用いて、行列の指数関数を Pade 近似することでシステムのステップ応答を近似し、制御系設計に活用するための研究の成果

上にも述べたように、Pade 近似は数値に対してだけでなく、行列に対しても行うことが可能である。そこで、行列の指数関数を Pade 近似することを考える。与えられたシステムに対するステップ応答は行列の指数関数で書き表せるため、行列の指数関数を Pade 近似することにより、ステップ応答を近似できる。システムのステップ応答を解析的な形で表現し、それを Pade 近似する方法もあるが、行列の指数関数を Pade 近似した方がより低い次数で精度の良い近似式が得られ、応用が

やりやすい。

「行列指数関数の Pade 近似について」(数理解析研究所講究録, 第 1843 巻, 2013 年, pp. 1-7)と「Applications of CAS to analyze the step response of a system with parameters」(ATCM2012, Bangkok, Thailand, December (16-20), 2012, Proceeding of ATCM2012 (ISBN 978-0-9821164-4-9) pp. 187-198)で、この行列の Pade 近似の応用について述べている。実用上、十分な精度でステップ応答が計算できるという結果が得られており、時間応答を設計仕様とした制御系設計への応用が期待できる。

(3) 展開点の近くでは極を持たないような多変数 Pade 近似法を開発し、制御系設計に活用するための研究

上の(1)の研究でH ノルムなどの制御系設計に関わる様々な量が多変数多項式の根として表現できる(すなわち代数的数である)ことがわかる。これらの根は記号的ニュートン法を用いて、打ち切りべき級数の形で効率的に計算することができる。このように計算された打ち切りべき級数に対しては、四則演算が可能であり、数値のような取り扱いができるので、制御系設計に非常に有効である。ただし、これはあくまで打ち切りべき級数であり元の量との誤差を避けることはできない。打ち切りの次数を上げれば、その分、誤差は低減するが、代わりに計算量も増大するのでトレードオフが必要となる。

そこで、その誤差を低減するために用いる手法が Pade 近似である。べき級数から Pade 近似を計算すると、それはべき級数に対してイプシロン加速法と呼ばれる加速法を適用した結果と一致することが知られており、ほとんどの場合にべき級数より誤差が少ない。また、その計算は基本的には線型方程式を解くことであり、計算量もそれほど多くなく、実際上の問題に対しても十分適用できる。

このように実用上非常に優れた性質を持つ Pade 近似であるが、べき級数が多変数である場合には応用上、問題が出てくる場合が多い。多変数の場合は多変数の Pade 近似を用いる必要があるが、1変数の Pade 近似をそのままの形で拡張したものは多くの場合、展開点の近くで極を持ってしまうため、その Pade 近似を活用することが困難になってしまう(1変数の Pade 近似でも展開点近くに極を持つ場合もあるが、それは修正する手法がある)。そこで、多変数 Pade 近似の計算方法を見直し、次のような計算方法を考える(下の QE (Quantifier Elimination) は、近年、数式処理の分野で開発され、様々な方面に応用が進んでいる手法である)。

自由パラメータを残して多変数 Pade 近似の係数を計算する。

QE (Quantifier Elimination) を用いて、

展開点の近くに極が存在しないように自由パラメータを定める。

初めてこの手法について発表したのが「多変数 Pade 近似について」(第 2 2 回日本数式処理学会大会、2013 年 6 月、防衛大学校)である。その後、この手法についてさらに研究を進め、発展させた内容を「Multivariate Pade approximation using Quantifier Elimination」(ATCM2015, Leshan, China, December(16-20), 2015, Proceeding of ATCM2015 (ISBN:978-0-9821164-9-4) pp. 336-345) で発表した。

また、実際に制御系設計へ応用した例を「多変数 Pade 近似とその制御系設計への応用」(数理解析研究所講究録 Vol.1976, 2015 年, pp. 62-70)で発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 6 件)

北本、H ノルムを用いた制御系設計について、RIMS 研究集会(数式処理:その研究と目指すもの)、2011 年 12 月 7~9 日、京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)(数理解析研究所講究録, 第 1785 巻, 2012, pp. 28-31)

T. Kitamoto, On the Computation of the Determinant of a Generalized Vandermonde Matrix, CASC2014, September 8-12, 2014, Warsaw, Poland, (Vol. 8660 of the series Lecture Notes in Computer Science pp 242-255)

北本、行列指数関数の Pade 近似について、RIMS 研究集会(数式処理:その研究と目指すもの)、2012 年 12 月 25~27 日、京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)(数理解析研究所講究録, 第 1843 巻, 2013 年, pp. 1-7)

T. Kitamoto, Applications of CAS to analyze the step response of a system with parameters, The 17th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM 2012), December(16-20), 2012, Bangkok(Thailand), (Proceeding of ATCM2012 (ISBN 978-0-9821164-4-9) pp. 187-198)

北本、多変数 Pade 近似について、第 2 2 回日本数式処理学会大会、2013 年 6 月 7 日~9 日、防衛大学校(神奈川県・横須賀市)

T. Kitamoto, Multivariate Pade approximation using Quantifier Elimination, The 20th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM 2015), December (16-20), 2015, Leshan(China), Proceeding

of ATCM2015 (ISBN:978-0-9821164-9-4) pp.
336-345)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者
北本 卓也 (KITAMOTO, Takuya)
山口大学・教育学部・教授
研究者番号：30241780

(2)研究分担者
柏木 芳美 (KISHIWAGI, Yoshimi)
山口大学・経育学部・教授
研究者番号：00152637

(3)連携研究者
()

研究者番号：