

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 30 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540163

研究課題名(和文) ある種の差分方程式と遅延微分方程式との関係と数値計算

研究課題名(英文) Consideration on a kind of difference equations and differential equations with time delay

研究代表者

石渡 恵美子 (Ishiwata, Emiko)

東京理科大学・理学部・教授

研究者番号：30287958

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円、(間接経費) 1,140,000円

研究成果の概要(和文)：数理生物モデルに関連する離散ハングリー可積分系の性質に基づき、収束性に関する解明や異種の方程式に基づく新たなアルゴリズムを提案している。最終年度にかけては可積分系の代表的な手段である超離散化手法を用いて、保存量の導出に関して、先行研究とは異なる手順を見出し、新たな箱玉系の提案まで至っている。一方、遅延項を含む連続型病理モデルに正値性を保つ離散化を施し、その安定性を議論するとともに、離散可積分系との関連性を考えるために、独自の離散化手法を経由した遅延項のない超離散型病理モデルを提示し、その大域安定性を調べた。この手順は遅延項を持つモデルにも適用が十分に期待される。

研究成果の概要(英文)：We obtained a new eigenvalue algorithm based on the discrete hungry Lotka-Volterra (dhLV) system of multiplicative type and discussed its convergence with the help of the center manifold theory. Another idea to derive the conserved quantities of the dhLV system was found only using the properties of the characteristic polynomial of the corresponding matrix. Moreover, we are concerned with the discrete epidemic models with and without time delay. Applying a proper discretization, the positivity of the solution for the discrete model can be kept, and then the ultra-discretized epidemic models can be easily derived. We investigated the global properties of the solution for such ultra-discretized epidemic models.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：差分方程式 離散可積分系 数理生物モデル 遅延微分方程式 数値計算

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初、ウイルスの感染伝播に関連する時間項に遅れを持つ微分方程式について、正值性を保つように離散化を工夫することで、連続型モデルで得られているのと類似な安定性を離散型モデルに対して示していた。一方で、可積分系研究者との共同研究をより積極的に進めていた頃であり、すでに幾つかの離散ハングリー可積分系の性質について解明し、その性質を利用した新たな固有値計算法の提案や漸近挙動解析などの成果を着々と出し始めていた。研究を進める上で、双方に元の問題が似ているタイプ方程式もあるため、それらの関連性が見出せれば、遅延方程式に対する数値計算法や方程式自身の性質解明もさらに進むと考えて、本課題を申請している。

2. 研究の目的

数理生物モデルの中でもウイルスの感染伝播に関する遅延項を持つ病理モデルに関して、性質の解明を図る。また、ある種の離散ハングリー可積分系の性質に基づく新たな固有値計算法の提案や収束性、異なる方程式に対する同様な適用について、共同研究として、積極的に解明を進める。

これらの研究とともに、病理モデルや離散可積分系との関連性を調べることで、いずれ数値計算にも活用できるよう試みる。

3. 研究の方法

離散ハングリー可積分系に基づく数値計算法の提案や方程式の性質解明に関しては、数年前から研究分担者が中心となって、問題点を整理し解析を進めている。異なる方程式への応用や解析的な検証は、論文の共著者らと何度も打ち合わせをすることで、論文投稿に至っている。一方で病理モデルに関する検証も共著者とゼミ形式で、先行研究や解析的証明手順の精査、実験結果の検証を逐次、確認しながら進めている。

特に本課題の成果については、研究分担者と当研究室の大学院生の研究協力が大きい。先行研究の論文収集・精査、解析手順や数値計算による予備実験を彼らに進めてもらいつつ打ち合わせを繰り返して検証している。学会発表における内容は事前に何度も精査し、投稿論文の作成も、共著者と何度も推敲を重ねた上で提出している。

4. 研究成果

(1) 以前から研究を続けている遅延項を持つ離散型病理モデルの安定性についての論文が掲載されている(雑誌論文10番)。本課題を申請する前に、これらの遅延微分方程式の離散型モデルに関する議論をしていたため、当時、共同研究として進めてきた離散可積分系との関連性を見出せれば、より新たな局面を生むと想定するに至った。

本課題期間に、研究分担者を中心にした離

散可積分系の研究が想定外に多く展開できた経緯もあって、遅延項を含む方程式との直接的な関係まではこの期間に明示しきれなかったが、遅れのない病理モデルについては、我々が以前に提示した正值性を保つ離散化手法を経由することで、本項目(4)で記している超離散化を施した病理モデルを具体的に提示している。さらに、まだ解明されていない、その超離散型病理モデルの解の安定性の議論にまで踏み込むことができ、連続型モデルと同様の性質を持つことが見出された。この手順は遅れを含む問題にも適用可能と考えられ、有益な成果である。この成果を最終年度の終わりに英論文にまとめて投稿したが、雑誌のスコープと不適合で返却されたため、さらに推敲し、別雑誌への投稿を試みている。この成果については、2014年7月末に大阪で開催される数理生物関係の国際会議での口頭発表を既に申し込んでいる。

(2) 研究分担者の活躍により、可積分な離散ハングリー系の独特の性質や固有値計算法への応用についての成果が非常に多く得られた。離散型病理モデルと離散可積分系との関連を見出すためにも、離散可積分系の性質を知ることは重要である。特に、この期間は2名の大学院生の積極的な協力によって、個体数変動を表す数理生物モデルに起因する積型離散ハングリーロトカ・ボルテラ系に関する解明が進んでいる。本方程式に基づく新たな固有値計算アルゴリズムの提案や、中心多様体を用いた漸近挙動解析など、意義深い成果が幾つも得られた(雑誌論文3, 6, 7, 8番)。また、本課題期間に得られた上記の成果も含めて、一連の集大成となるサーベイ論文の執筆を依頼されている。研究分担者を中心に、共著者らと本研究の位置づけや重要性を改めて見直して整理した論文が既に掲載されている(雑誌論文5番)。

(3) 上記のサーベイ論文作成がきっかけとなり、離散ハングリー可積分系に関する未解決な問題を全体的に見直すことができた。そこで、研究分担者と別の大学院生の協力により、可積分系の有名な手法である超離散化に関連する成果が得られている。超離散化は病理モデルやロトカ・ボルテラ方程式のような生物の個体数変動モデルにも適用されている。超離散ハングリーロトカ・ボルテラ系の保存量については既に先行研究があるが、新たに固有方程式の小行列式を見直すことで従来とは異なる保存量の導出方法を見出した。この手順を用いることで、別の可積分な超離散ハングリー系を介して、新たな箱玉系の存在まで見出している(雑誌論文1番)。

本項目(1)において、病理モデルに対する超離散方程式の導出と、その定性的性質の解明に至ったのは、こちらの研究で超離散化に関する手順や性質を精査できたことがきっかけとなっている。この研究の継続は(1)の研究にも大いに役立つと考える。

(4) 数値計算法に関して、収束性の安定化

に関わる論文精査と検証を大学院生の協力で進めてもらい、得られた成果を発表している(学会発表3番)。他の数値計算法にも関連する知見となり得るので、今後の課題で活かしたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

柿崎苑美, 福田亜希子, 石渡恵美子, 山本有作, 岩崎雅史, 中村佳正, 箱に番号が付いた新しい箱玉系について, 九州大学応用力学研究所研究集会報告, 査読有, 25A0-S2, 2014, 121-126.

Akiko Fukuda, Emiko Ishiwata, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Yoshimasa Nakamura, Integrable discrete hungry systems and their related matrix eigenvalues, *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, 査読有, 192, 2013, 423-445

飛田明彦, 福田亜希子, 石渡恵美子, 岩崎雅史, 中村佳正, ある拡張型離散戸田方程式の漸近挙動について, 非線形波動研究の最前線 構造と現象の多様性, 査読有, 24A0-S3, 2013, 150-155

You Takahashi, Masashi Iwasaki, Akiko Fukuda, Emiko Ishiwata, Yoshimasa Nakamura, Asymptotic analysis for an extended discrete Lotka-Volterra system related to matrix eigenvalues, *Appl. Anal.*, 査読有, 92, 2013, 586-594
福田亜希子, 岩崎雅史, 山本有作, 石渡恵美子, 中村佳正, ハングリー型の離散可積分系と非対称行列の固有値計算 - 可積分アルゴリズムにおける最近の発展 -, 日本応用数学会論文誌(サーベイ), 査読有, Vol.23, No.1, 2013, 109-181

Yosuke Hama, Akiko Fukuda, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Emiko Ishiwata, Yoshimasa Nakamura, On some properties of a discrete hungry Lotka-Volterra system of multiplicative type, *J. Math. Indust.*, 査読有, 4, 2012, 5-15

濱洋輔, 福田亜希子, 山本有作, 岩崎雅史, 石渡恵美子, 中村佳正, シフト付きLR変換に付随する離散ハングリー系について, 非線形波動研究の進展 - 現象と数理の相互作用 -, 査読有, 23A0-S7, 2012, 159-164

飛田明彦, 福田亜希子, 石渡恵美子, 岩崎雅史, 中村佳正, 中心多様体理論を用いた積型離散ハングリーロトカ・ボルテラ系の局所解析, 非線形波動研究の進展 - 現象と数理の相互作用 -, 査読有, 23A0-S7, 2012, 153-158

Masaki Sekiguchi, Emiko Ishiwata,

Dynamics of a discretized SIR epidemic model with pulse vaccination and time delay, *J. Comput. Appl. Math.* 査読有, 236, 2011, 997-1008

[学会発表](計10件)

Akiko Fukuda, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Emiko Ishiwata, Yoshimasa Nakamura, An extension of the qd algorithm for totally nonnegative Hessenberg matrices, International Workshop on Eigenvalue Problems: Algorithms; Software and Applications, in Petascale Computing (EPASA2014), Tsukuba International Congress Center EPOCHAL TSUKUBA, Tsukuba-city, Japan, Mar. 9, 2014

柿崎苑美, 福田亜希子, 石渡恵美子, 山本有作, 岩崎雅史, 中村佳正, 玉に番号が付いた箱玉系の保存量について, 日本応用数学会 2013 年度年会ポスターセッション, 国際会議場アクロス福岡, 2013年9月10日

相原研輔, 阿部邦美, 石渡恵美子, スムージングを用いた IDRstab 法の疑似最小残差化, 日本応用数学会 2013 年度年会 OS「行列・固有値の解法とその応用」研究部会, 国際会議場アクロス福岡, 2013年9月9日

Sonomi Kakizaki, Akiko Fukuda, Emiko Ishiwata, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Yoshimasa Nakamura, Conserved quantities of the integrable discrete hungry Lotka-Volterra system, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2013 (CJS2013), Meiji Univ. Nakano, Japan, Sep. 6, 2013

飛田明彦, 福田亜希子, 石渡恵美子, 岩崎雅史, 中村佳正, 中心多様体理論を用いた離散ハングリー戸田方程式の局所解析, 日本数学会 2012 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス, 2012年12月22日

飛田明彦, 福田亜希子, 石渡恵美子, 岩崎雅史, 中村佳正, 積型離散ハングリー・ロトカボルテラ系の漸近挙動について, 日本応用数学会 2012 年度年会 OS「応用可積分系」研究部会, 稚内全日空ホテル, 2012年8月29日

Dai Okada, Masaki Sekiguchi, Emiko Ishiwata, On a formal solution for a discretized SIRS epidemic model, International Conference on Scientific Computing (SC2011), Cagliari, Italy, Oct.10, 2011

Akiko Fukuda, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Emiko Ishiwata, Yoshimasa Nakamura, An application of the integrable discrete hungry Toda equation to the eigenvalue

computation, International Conference on Scientific Computing (SC2011), Cagliari, Italy, Oct.14, 2011

濱洋輔, 福田亜希子, 石渡恵美子, 山本有作, 岩崎雅史, 中村佳正, シフトを考慮した LR 変換に関連する離散ハンゲリー系について, 日本応用数学会平成23年度年会 OS「応用可積分系」, 同志社大学今出川キャンパス, 2011年9月14日
Akiko Fukuda, Emiko Ishiwata, Yusaku Yamamoto, Masashi Iwasaki, Yoshimasa Nakamura, The eigenvalue algorithm in terms of the integrable discrete hungry Toda equation, 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2011), Vancouver, Canada, Jul. 20, 2011

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

石渡 恵美子 (ISHIWATA Emiko)

東京理科大学・理学部・教授

研究者番号: 30287958

(2) 研究分担者

福田 亜希子 (FUKUDA Akiko)

東京理科大学・理学部・助教

研究者番号: 70609297