

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540165

研究課題名(和文) 局所的パターン形成機構をもつパターン形成問題とノイズに関する数理的研究

研究課題名(英文) Mathematical study for pattern formation on localized moving area in reaction-diffusion systems

研究代表者

上山 大信 (Ueyama, Daishin)

明治大学・総合数理学部・教授

研究者番号：20304389

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円、(間接経費) 1,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、パターン形成が移動する局所的な場所においてなされ、それが定着するという特徴を持つ系を扱った。そのようなパターン形成の例としてはリーゼガンク型沈殿現象が有名である。リーゼガンク型沈殿現象については、ゲルの濃度や性質によって最終パターンが異なる事が知られており、その数理的な理解は自己組織化機構のコントロールに繋がると期待されている。本研究では、シミュレーションを中心とした研究を行い、システムに加わるノイズと最終パターンの関係を見た。数理的な解析を目指した縮約に関しては残念ながらよい成果が得られていないが、シミュレーションから得られた示唆を元に今後の発展が期待される。

研究成果の概要(英文)：In this study, we dealt a pattern formation problem which is developed in restricted moving area of reaction-diffusion type system. As an example of such pattern formation, the Liesegang type precipitation system is famous. It is well known that the final patterns of the Liesegang type precipitation may differ due to the gel concentration difference or its nature. Furthermore, it is expected that the mathematical understanding of the system can be lead to control the self-organization mechanism. In the study, we did several simulations with our proposed model for the Liesegang type precipitation, and we witnessed the relation between the final pattern and the external noise. Although, when it came to the contraction which goal is mathematical analysis, unfortunately, we could not obtain satisfactory result, however, we would like to conclude that there is a potential of future development based on the suggestion we got from the simulation.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：反応拡散系 パターン形成 計算機援用解析

1. 研究開始当初の背景

反応拡散系におけるパターン形成の研究は、おおよそ 60 年ほど前の Turing, Hodgkin-Huxley 等による先駆的な研究に始まり、神経系における信号伝搬のメカニズムが解明され、未だ謎が多い生物の形作りの解明に向けた一つの大きな研究の流れとなっている。今まさにそれらの流れは広く化学・生物・数学・物理の各研究分野に浸透し、かつては応用数学や非線形物理分野の研究者による理論研究が主であったが、現在は生物そのものを扱う実験研究においても、その解明にしばしば反応拡散系におけるパターン形成メカニズムのアイデアが用いられるようになってきている。

一方、Turing, Hodgkin-Huxley 等の研究を発端に、Prigogine は散逸構造という概念を導入し、いわゆる「散逸系におけるパターン形成原理」という大きな枠組みが形成されたが、同時に系全体が非平衡状態にあることが暗に仮定され、外部からエネルギーが系全体に無限に供給され続ける状況下におけるパターン、すなわち散逸構造が主な研究対象となってきたように思われる。一方、化学反応系におけるパターン形成の問題においては、よりシンプルなパターン形成、すなわち系全体としては閉じた系におけるパターン形成の問題が古くからある。100 年以上前に、Liesegang によって研究された、化学反応沈殿系におけるパターン形成がその一例である。Liesegang 系にみられるパターン形成、は形作りの現場が系全体に広がっておらず、一部の限られた領域において形作りが行われており、全体構造はその一部領域で作られた生成物が定着したものであるという特徴をもつがその数理的な理解は不十分である。

2. 研究の目的

本研究において、自然界でよく見られるパターン形成形態である場合全体に対して著しく局在化した移動する領域においてパターン形成が行われ、その結果が場に定着するという特徴を持つパターン形成(下図)の基本メカニズムを明らかにし、特にノイズとパターン形成に関する基礎的な研究を行うことから、生物が示すロバストなパターン形成の原理に対する新たな研究の方向性を示すことを目的とする。

3. 研究の方法

本研究は現実の複雑な現象を詳細に記述する詳細ミクロモデルではなく、現象論的マクロモデルを用いた研究である。現象の本質的な部分を抜き出す現象論的マクロモデルは、現象の定量的な情報は持ち得ないが、その定性的な性質を再現することから、現象の数理解理解および他の現象との共通項を見

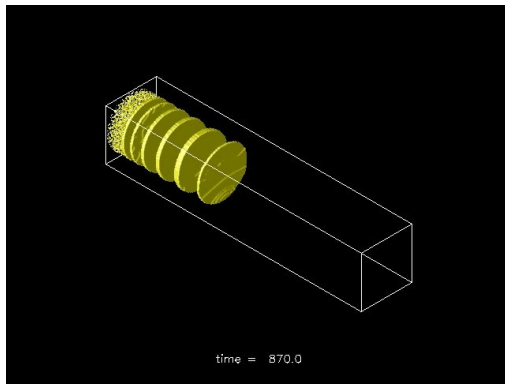
いだすことができる。先行研究による現象論的モデルのシミュレーション解析によって、ゲル中における沈殿パターン形成に対する確率共鳴現象の発見があった。しかしながら、これらは化学実験と並列して検証される必要があり、実験家との共同研究を行う必要がある。この共同研究は、理論と実験双方向の検証プロセスであり、結果の妥当性、新たな方向性の発見などが得られる。現象論的マクロモデルの解析から現象の数理解理解、普遍性の発見につなげ、平行して実験による検証を行うことから現象論的マクロモデルの検証を平行して行う。また数値実験に関しては、本研究が本質的に空間 2 次元以上 + 時間の 3 次元以上の問題であり、実現象が空間 3 次元の時間発展問題であることから、多くの計算パワーが必要となる。申請者は、既に空間 3 次元の時間発展問題のシミュレーションに関して、MPI を用いた並列計算法の技術を有しており、並列 GPGPU シミュレーション装置を導入し、精密な数値実験を行う。また、シミュレーション結果の可視化技術、解析技術によって、シミュレーションから得られるデータから有用な情報を引き出す。

4. 研究成果

本研究は、モデリングとシミュレーションを中心とした現象数理学的研究である。まず、現実の問題が 3 次元の時間発展問題であることから、高速なシミュレーションを可能とする GPGPU シミュレーション設備の構築を行った。反応拡散系の陽解法においては GPGPU による計算が有効である。本研究において 3 次元反応拡散系のシミュレーションに関する GPGPU 計算のノウハウが得られた為、将来的にウェブにて公開する予定である。また、実験に関しては、反応面上でのより複雑なパターン形成に関する報告があり、それらのシミュレーションにも今回利用したシミュレーションコードがそのまま活用できる。また、提案モデルの 3 次元シミュレーションによって、ノイズの強度によってバンドパターン、複雑パターンの双方が再現されることが確認された。

沈殿系の最終パターンとノイズについては、空間的に非一様で時間依存がある場合とない場合について大きな差異があることがシミュレーションによって示され、実験において見られるバンドパターン形成には、時間と空間双方に依存したノイズが必要である事が示唆された。またノイズ強度に関連して、最終パターンの様相が大きく変わるため、パターンをノイズ強度によってコントロールすることが可能であるという示唆が得られているが、実験的にノイズをコントロールすることが難しく、現在の所理論的な示唆にとどまっている。

数理的な解析を目指し、縮約方程式の導出を試みたが幾つかの困難が生じた。



Liesegang 型の沈殿系では、移動する局在領域でのパターン形成が特徴であるが、移動する局在領域が時々刻々と変化するため定常な状態として捉えることができない。移動座標系を用いた上で、移動領域が定常状態と見なせるようなセッティングにおいて現象が再現される事がシミュレーション上で確認されており、縮約系の導出が可能であるとの示唆が得られた。

また、本研究の中心的な課題であるノイズがパターン形成に与える影響であるが、その視点から幾つかの発展的研究が生じた。興奮系におけるパターン形成に関する場の非一様性（ノイズ）がパターン形成に与える影響等である。沈殿系と興奮系は全く異なる系であるが、双方に類似したパターンが近年発見され、本研究で得られた成果が発展的な問題に対して適用可能であると考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計6件)

The Advantage of Mucus for Adhesive Locomotion in Gastropods, Mayuko Iwamoto, Daishin Ueyama, and Ryo Kobayashi, *Journal of Theoretical Biology* 353(21)(2014), pp. 133-141. DOI:10.1016/j.jtbi.2014.02.024 (査読有)

Analytical investigation of the faster-is-slower effect with a simplified phenomenological model, K. Suzuno, A. Tomoeda, and D. Ueyama, *Phys. Rev. E* 88, 052813 (2013) [5 pages].

DOI:10.1103/PhysRevE.88.052813(査読有)

Mechanism of spiral formation in heterogeneous discretized excitable media, S. Kinoshita, M. Iwamoto, K. Tateishi, N.J. Suematsu, and D. Ueyama, *Phys. Rev. E* 87, 062815 (2013) [6 pages].

DOI:10.1103/PhysRevE.87.062815(査読有)

A self-organized mesh generator using pattern formation in a reaction-diffusion system, H. Notsu, D. Ueyama, and M. Yamaguchi, *Applied Mathematics Letters* 26(2) (2013), pp.201-206.

DOI:10.1016/j.aml.2012.08.012 (査読有)

Semi-exact equilibrium solutions for three-species competition-diffusion systems, C.-C. Chen, L.-C. Hung, T. Tohma, D. Ueyama, and M. Mimura, *Hiroshima Mathematical Journal* 43(2)(2013), pp.179-206. (査読有)

Exact traveling wave solutions of three species competition-diffusion systems, C.-C. Chen, L.-C. Hung, M. Mimura, and D. Ueyama, *DCDS-B* 17(8) (2012), pp.2653-2669.

DOI:10.3934/dcdsb.2012.17.2653 (査読有)

〔学会発表〕(計4件)

沈殿現象のフェーズフィールド型モデルを用いたシミュレーション解析, 上山大信, 第18回計算工学講演会, 東京大学生産技術研究所, 2013.6.19.

Pattern formation in the precipitation systems - modeling and simulations, Daishin Ueyama, International Workshop on Complex Systems in Chemistry, Physics and Biology 2011, 2011.11.2-3, Eötvös Loránd University (ELTE), Lágymányos Campus, Northern Building

Waves in lattice reaction-diffusion

systems, Reaction-Diffusion Systems
in Mathematics and the Life Sciences,
Daishin Ueyama, 2011.9.20-22,
Département de Mathématiques,
University of Montpellier II, France

A mesh generator using a
self-replicating system, H. Notsu, M.
Yamaguchi and D. Ueyama, The 7th East
Asia SIAM Conference, June 29, 2011.
Waseda University, Kitakyushu.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

上山 大信 (UEYAMA, Daishin)
明治大学・総合数理学部・教授
研究者番号: 20304389

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: