

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 17 日現在

機関番号：35406

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540174

研究課題名(和文)フェーズフィールドモデルを用いた亀裂進展現象の解析

研究課題名(英文)Analysis of crack propagation phenomena of phase-field model

研究代表者

高石 武史(TAKAISHI, TAKESHI)

広島国際学院大学・総合教育センター・教授

研究者番号：00268666

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円、(間接経費) 840,000円

研究成果の概要(和文)：申請者と金沢大木村の提案した亀裂進展フェーズフィールドモデルに対して、モデルの妥当性の検証と、3次元亀裂進展の数値シミュレーションを行った。  
モデルの妥当性としては、モードIII亀裂進展における亀裂面に垂直な方向でのフェーズフィールドの平衡解のプロファイルと、正則化パラメータとの関係と、微小亀裂(またはダメージ)の量による亀裂本数の変化において調べた。  
3次元亀裂進展については、このモデルから導出した方程式を用いてモードI+IIIにおける亀裂面の旋回を数値シミュレーションで再現し、また、大規模数値シミュレーションのための高速コードの開発や、データの立体視に対応した可視化ソフトの作成を行った。

研究成果の概要(英文)：Validity of the phase-field model that is introduced by the author and Dr. Kimura is estimated both theoretically and numerically. Relation between the spatial profile of the equilibrium state of phase-field and the regularization parameter is studied theoretically. It is also shown numerically that the basement value of the damage (or the micro-crack density) controls the number of crack lines. 3-dimensional crack propagation is studied numerically, and the twist of crack surface is investigated. The stereo-viewer for 3-dimensional numerical data of FreeFem++ is developed, and the numerical code development for the large scale crack propagation is now in progress.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：き裂進展 数理モデリング 科学計算

### 1. 研究開始当初の背景

(1) 亀裂現象は、壁、構造物、車体のような材質の亀裂のみならず、地面や地殻など、さまざまな場所で発生する。その研究には長い歴史があり、多くの研究がなされてきた。亀裂進展現象において現実的な数値計算を行うためにはいくつかの難点がある。

- ・亀裂先端への応力集中により現れる特異性
- ・亀裂進展方向や新たな亀裂の陽的な決定方法の欠如
- ・亀裂進展に伴って生じる計算メッシュの切りなおし

(2) 申請者と木村(金沢大)は、亀裂の有無を表現する変数(フェーズフィールド)を導入することによって、亀裂の進展方向の選択や、亀裂の進展に伴う新しい境界面の設定等の、数値計算上の難点を排した数理モデルを導出した。この数理モデルはモード III (面外ずれ変形モード)における亀裂進展を2変数の反応拡散型の時間発展方程式として記述するものであり、次の利点を持っている。

- ・複雑な亀裂形状を扱える
- ・計算領域が固定されており、数値計算手法を選ばない
- ・数学的に扱いやすい

このモデルを使うことにより、従来の亀裂先端における局所的な解析から、材質全体での亀裂進展形状の解析を可能とし、亀裂進展問題への新たな数学的アプローチが期待される。申請者はこのモデル方程式によりモード III の亀裂進展現象が再現できることを実際に数値計算によって示し、特に、2本の初期亀裂が先端位置の関係により、様々な亀裂へと進展していく様子を再現し、このモデルの有用性を検証した。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、申請者らによって提案されたフェーズフィールドを用いた亀裂進展モデルの応用と、このモデルの3次元亀裂進展現象の数値シミュレーションへの適用にある。

- 具体的には、
- ・フェーズフィールドを用いた亀裂進展モデルの方程式の特性の解析
  - ・微細な亀裂の進展への応用
  - ・3次元での亀裂進展現象の高速な数値計算方法の確立
- である。

### 3. 研究の方法

(1) 申請者らの提案したフェーズフィールドモデルの妥当性を探るために、次のような研究を行った。

・正則化パラメータと亀裂進行速度の関係を数値的に調べる

・微細な亀裂の進展へのフェーズフィールド方程式の適用について、具体的な物理現象との対応を調査する。

(2) 3次元亀裂進展のためのモデル方程式の導出をおこなう。

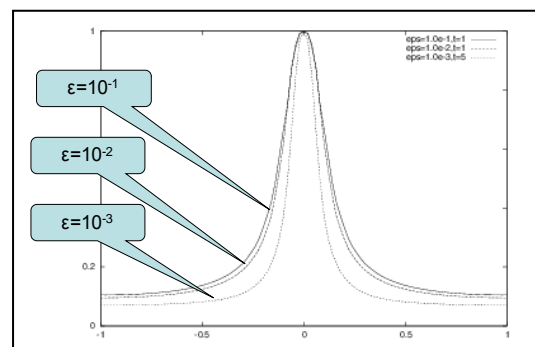
(3) 筆者らのモデルで3次元亀裂進展数値シミュレーションを行うための数値シミュレーションコードを作成し、実際に3次元亀裂進展が再現できることを確かめる。また、計算コードを高速化し実用的なものにする。具体的には、次の内容を行う。

・アダプティブメッシュ有限要素法を用いた数値計算コードを3次元亀裂進展ベクトル変数へ対応させる

・並列計算に適した数値シミュレーションコードを開発する

### 4. 研究成果

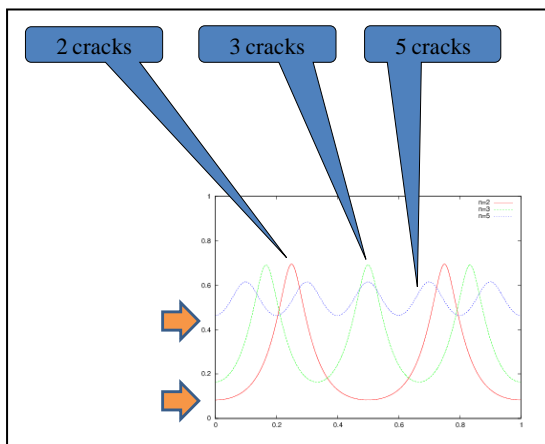
(1) 申請者らの提案したフェーズフィールドモデルの妥当性として、モード III 亀裂進展の場合において、平衡解における正則化パラメータと亀裂断面プロファイルの関係について調べた。亀裂面と垂直な方向でのフェーズフィールドが満たす方程式から数値的にプロファイルを求め、正則化パラメータが小さくなることで領域内のほとんどの点においてフェーズフィールド( $z$ )が亀裂部分( $z$ がほとんど1)とそれ以外( $z$ がおおよそ0)になることが確かめられた。また、このモデルでは亀裂の非修復条件をかけているが、実際に亀裂進展を数値シミュレーションすることで、亀裂の進展に伴いフェーズフィールドの断面プロファイルが上記平衡解のプロファイルへ漸近していくことが確かめられた。



(2) フェーズフィールドモデルの微細な亀裂への適用に当たり、岡山大塚田氏、三造試験センター井上氏、横浜国立大角氏らと議論を行った。その結果、疲労による亀裂進展の観点から、繰返し応力の変動のダメージの蓄積がこのモデルで表現できれば、亀裂の経路予測や材質の寿命の評価が可能になるとの結論に達した。

また、フェーズフィールドの微細な亀裂へ

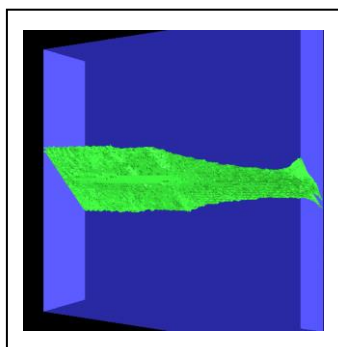
の適用に当たり、筆者らのモデル方程式でフェーズフィールドが中間的な値をとった場合にどのような解が存在するのかを調べた。モード III 亀裂が直進する場合を想定し、その亀裂面に垂直方向の平衡解のプロファイルを理論的に検討したところ、ベースとなるフェーズフィールドの値の上昇に伴い亀裂の本数が増加していくことがわかった、この結果から、微細な亀裂を全面に含んだ材料では同時に多数の亀裂が進展することが裏付けられ、微細な亀裂をもつ物質での研究に適用可能であることが示唆された。また、研究交流により、フェーズフィールドの中間的な値をダメージとして捉えた場合に、地質学における断層面での亀裂進展と対応できる可能性や、ゲルの亀裂進展へのモデルの拡張が可能であることがわかった。



(3) 3次元亀裂進展のためのモデル方程式として、Francfort-Marigo タイプのエネルギー表式から導出される時間発展方程式を再チェックし、数値シミュレーションを行えることを確認した。

(4) 3次元亀裂進展の数値シミュレーションを行うために、複数の計算コードの開発に着手し、その比較を行った。

まず、筆者らのモデルで実際に3次元の亀裂進展数値計算が行えることを確認するために、FreeFem++ を用いた計算コードを開発し、モード I+III での亀裂進展を計算した。これは実験的に亀裂面の旋回や分断が起きることが確認されているが、数値計算でも亀裂面の旋回現象が再現できることを確認した。

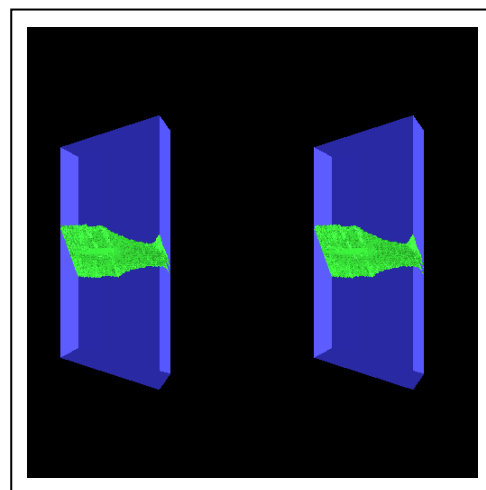


ALBERTA toolbox を利用した計算コードは、既にモード III 用の計算コードを開発し、使用していたが、材質の変位をスカラーからベクトルに変更するための改良を行った。ALBERTA toolbox のメンテナンスが一時的に滞っていたため、このコードはインプリメントするところまででしか完了していないが、メンテナンスが再び開始されたので、近いうちに完成することが期待される。

また、同時に早稲田大学野津氏の開発した有限要素コードをベースにしたもの（野津版）を開発し、2次元でモード I+II が混在する場合について計算できることを確認した。GPU を利用した計算への対応を行い、3次元亀裂進展のためのインプリメントを終えた。また、このコードについては、電通大山本氏、神戸大谷口氏、松村氏から高速化のための提案を受けており、行列の前処理並列化による改良が試みられている。

さらに、「亀裂進展シミュレーションによる WORKSHOP」(2014年2月26日、広島国際学院大学)を開催し、野津氏、山本氏、谷口氏、松村氏と行列計算手法やそのインプリメンテーションについて検討を行った。

(5) 3次元亀裂進展数値シミュレーションの結果を可視化するためのソフト FFIsoVis を開発し、インターネットに公開した。FFIsoVis は3次元の亀裂進展シミュレーションにおける亀裂面の変形・発展を調べるために、FreeFem++による出力データを可視化するもので、亀裂面の立体構造を詳しく解析するために、市販の3次元表示モニターを用いて立体表示ができるように作られている。また、野津版のシミュレーション結果から FreeFem++のデータ形式に変換するソフトも作成し、このソフトが利用できるようにしている。



## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕 (計4件)

- ① Masato Kimura and Takeshi Takaishi, A phase field approach to mathematical modeling of crack propagation、A Mathematical Approach to Research Problem of Science and Technology、査読無、2014、Springer
- ② 高石武史、木村正人、フェーズフィールド法による亀裂進展現象の数理モデリング、IMI Lecture Note, Kyushu-University、査読無、46巻、2013、100-118
- ③ 高石武史、亀裂進展フェーズフィールドモデルとその応用について、数理解析研究所講究録、査読無、1791巻、2012、182-188
- ④ Takeshi Takaishi and Masato Kimura, フェーズフィールドモデルによる複雑な亀裂のシミュレーション、計算工学講演会論文集、査読無、16巻、2011、B-1-3 (CD-ROM)

〔学会発表〕 (計6件)

- ① 高石武史、FM型フェーズフィールドモデルによる、厚みを持つ板におけるき裂進展、日本応用数理学会、2013年9月11日、九州大学
- ② Takeshi Takaishi、Complicated propagation of cracks in a 3 dimensional phase-field model、Czech-Japanese Seminar on Applied Mathematics 2013、2013年9月7日、明治大学
- ③ Takeshi Takaishi、Some applications of the phase field model for crack growth、Algoritmy 2012、2012年9月10日、Podbanske,Slovakia
- ④ 高石武史、フェーズフィールドモデルを用いた経年変化による亀裂の解析、日本応用数理学会、2012年8月29日、稚内全日空ホテル
- ⑤ 高石武史、き裂進展フェーズフィールドモデルの解の特性について、日本応用数理学会、2011年9月16日、同志社大学
- ⑥ 高石武史、フェーズフィールド法による複雑な亀裂のシミュレーション、第16回計算工学講演会、2011年5月25日、東京大学

〔図書〕 (計1件)

- ① 大塚厚二、高石武史、日本応用数理学会 (監修)、共立出版、有限要素法で学ぶ現象と数理 - FreeFem++数理思考プログラミング (シリーズ応用数理4)、2014、151-194

〔産業財産権〕

- 出願状況 (計0件)
- 取得状況 (計0件)

〔その他〕

ホームページ等

- ① <http://sites.google.com/site/ttksweb/home/tools/c/cusp/rd>  
反応拡散方程式シミュレーションへのGPUの応用
- ② <http://sites.google.com/site/ttksweb/home/numerical/freefem/ffisovis>  
FFIsoVis (FreeFem++で出力された3次元シミュレーションデータ用簡易ビューア)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高石 武史 (TAKAISHI, Takeshi)  
広島国際学院大学・総合教育センター・教授  
研究者番号：00268666