

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 11 日現在

機関番号：13701

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540196

研究課題名(和文) 準線型常微分方程式の漸近解析とそれに基づく楕円型偏微分方程式の漸近解析

研究課題名(英文) Asymptotic Analysis of quasilinear ordinary differential equations and its application to asymptotic analysis of elliptic equations

研究代表者

宇佐美 広介 (Usami, Hiroyuki)

岐阜大学・工学部・教授

研究者番号：90192509

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 2階準線型常微分方程式の解の漸近形を導出することができた。特に方程式の係数関数や解を正則変動関数に制限した場合には、かなり緩い仮定の下でも、一般的な結果が得られた。またこのような方程式の正值解のうち、特に「中間オーダー」と呼ばれるものの存在定理を確立した。最後に2点境界値問題の解の状況から非線形項を定めるといふ、逆問題に取り組むことができた。

(2) 外力・摩擦項等のついた線型波動方程式をフーリエ解析に基づいて考察した。また、反応拡散系偏微分方程式の解の挙動を調べるためにLanchester型常微分方程式系の解析を行った。古典的な場合と同様な結果が一般的な場合にも成立することが証明できた。

研究成果の概要(英文)：(1) We found the asymptotic forms of solutions of quasilinear ordinary differential equations. In particular, we found asymptotic behavior of positive solutions belonging to classes of Karamata functions under considerably weak assumptions. We could also find existence results for so-called intermediate growth solutions. Finally, we could solve inverse problems concerning to blow-up times.

(2) We could analyze linear hyperbolic equations with damping terms based on Fourier Analysis. In order to examine asymptotic behavior of solutions of reaction-diffusion systems, we analyzed Lanchester type ordinary differential systems. We found that, as in the classical systems, there are critical values for initial data classifying asymptotic behavior of solutions essentially.

研究分野：微分方程式

キーワード：常微分方程式 漸近挙動 波動方程式 逆問題

1. 研究開始当初の背景

累乗型主要項をもつ準線型方程式はレオロジー (非ニュートン流体に関連する研究分野) 等に現れるものであり 20 年ほど前から盛んに盛んに研究されている。特に非有界領域上定義される準線形方程式の解の漸近挙動には多くの関心が寄せられていた。

しかし主要項が線型性を欠くため既存の解析法全く役立たないことも多かった。このため“既存の解析法をどのように改良・改善するか?”、“線型性に依存しない新しい解析法は何か?”という問題が強く意識されることになった。

本研究では「常微分方程式の漸近理論」と「準線形偏微分方程式の比較原理」の組み合わせにより、この問題に取り組むことを目指した。

2. 研究の目的

主として次の 2 つの課題に重点的に取り組むことであった:

(i) 主として 2 階準線形常微分方程式等などの非線形常微分方程式の解の漸近解析;

(ii) 上記(i)の結果を援用しての偏微分方程式の解析。

課題(i)では特に退化ラプラス方程式 (いわゆる m -ラプリアン)

$$m u \pm f(x, u, u) = 0 \quad (A)$$

の解の漸近論を展開するためにそれに付随した

$$(r |u'|^{m-1} u')' \pm r g(r, u, u') = 0 \quad (B)$$

のタイプの準線型常微分方程式の正值解や振動解の r での漸近形を求めることを目指した。

一方、課題(ii)では、まず偏微分方程式(A)とそれに付随した球対称性を持つ偏微分方程式

$$m u \pm F(|x|, u, |u|) = 0 \quad (A')$$

の解の間の関係 (例えば大小関係等) を考察することを目指した。この結果に課題(i)の結果を適応すれば(B)タイプの常微分方程式の解析から(A)タイプの偏微分方程式の解の種々の情報が引き出せると予想した。

3. 研究の方法

まず、次のように役割分担をした:

上記課題(i)の担当は代表者・内藤・谷川・加茂;

上記課題(ii)の担当は代表者・寺本;
数値解析等での研究支援は寺本

(1) (B)タイプの常微分方程式として主に

$$(t |u'|^{-1} u')' \pm t (1+o(1)) |u|^{-1} u = 0 \quad (C)$$

のタイプの方程式の解析に取り組んだ。適当な独立変数・従属変数の変換 $(t, u) \rightarrow (s, v)$ によりこの方程式を

$$((a_1 v + a_2 v_s)')_s + b_2 (a_1 v + a_2 v_s)' + b_3 (1+o(1)) v' = 0$$

($x' = |x|^{-1} x$ の意) と書き換えて解析した。あるいは、特殊な関数のクラス (正則変動関数や Karamata 関数) に限定して解析するという手法もとった。

(2) 上記(1)の結果を(A)タイプの偏微分方程式の解析に援用するために、(A)タイプの方程式の解 (当然球対称性を持つとは限らない) と(A)'タイプの方程式の球対称解の間の関係 (いわゆる比較定理) を導くことにした。

(3) 上記の研究計画を円滑に進めるために年に一度代表者と連携研究者、および関連分野の研究者をまじえて本研究のテーマを主題とした研究集会を開催した。会場は 23 年度・岐阜大学、24 年度・岡山理科大学、25 年度・愛知教育大学、26 年度・熊本大学、であった。

3. 研究成果

(1) 上記(C)タイプの準線形常微分方程式の解の漸近形を導出することができた。

(2) 上記(C)タイプの方程式の解を正則変動関数のクラスに制限したうえで考察する場合、かなり緩い仮定の下でも、解の漸近形として、一般性のある結果が得られた。

(3) 上記(C)タイプの方程式の正值解のうち、特に「中間オーダー」と呼ばれるものの存在性を詳細に議論した。いわゆる優線型方程式の場合、この問題はまだ完全に解決したとは言えない。

(3) 外力等・摩擦項等のついた線型波動方程式をフーリエ解析に基づいて考察することができた。その際には、パラメータの付いた 2 階線型常微分方程式の解の漸近解析が本質的な役割を担っている。この解析はまだ緒に就いたばかりである。

(4) 反応拡散系偏微分方程式の解の挙動を調べるために Lanchester 型常微分方程式系の解析を行った。古典的な場合と同様な結果が一般的な場合にも成立することが証明できた。

(5) 2 点境界値問題の解の状況から非線形項を定めるといふ、いわゆる逆問題に取り組むことができた。

(6) 同様に、爆発時刻から非線形項を定めるといふ逆問題の解析もできた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Yutaka Kamimura and Hiroyuki

Usami, Determination of a nonlinearity from blow-up time, Proc. Lapan Acad. Ser. A., 査読有, Vol.90, 2014, 127-132.

Jaroslav Jaros, Takasi Kusano, and Tomoyuki Tanigawa, Asymptotic analysis of positive solutions of third order nonlinear differential equations, Hiroshima Math. J., 査読有, Vol.44, 2014, pp1-34.

Manabu Naito, A remark on the existence of slowly growing positive solutions to second order super-linear ordinary differential equations, Nonlinear Differential Equations and Applications, 査読有, Vol.20, 2013, 1759—1769.

Jaroslav Jaros, Takasi Kusano, and Tomoyuki Tanigawa, Asymptotic analysis of positive solutions of third order nonlinear differential equations in the framework of regular variation, Mathematische Nachrichten, 査読有, Vol.296, 2013, 205—223.

Manabu Naito, A note on the existence of slowly growing positive solutions to second order quasilinear ordinary differential equations, Mem. Differential Equations Math. Phys., 査読有, Vol.57, 2012, 95—108.

Takasi Kusano, Vojislav Maric, and Tomoyuki Tanigawa, An asymptotic analysis of positive solutions of generalized Thomas-Fermi differential Equations, Nonlinear Anal., 査読有, Vol. 75, 2012, 2474—2485.

Hiroyuki Usami, and Takuro Yoshimi, Existence of solutions of integral equations to inverse related to inverse problems of quasilinear ordinary differential equations, Mem. Differential Equations Math. Phys., 査読有, Vol.57, 2012, 163—176.

Yuki Naito, Mervan Pasic, and Hiroyuki Usami, Rectifiable oscillations of radially symmetric solutions of p-Laplace differential equations, Differential Equations and Applications, 査読有, Vol. 4, 2012, pp11—25.

[学会発表](計 9件)

チャン・ティ・フェン・チャン, 宇佐美

広介, ある Lanchester 型モデルの解の漸近挙動, 日本数学会年会函数方程式論分科会, 2015年3月21日~同24日, 明治大学(東京都)

上村豊, 宇佐美広介, 逆爆発問題の大域解, 日本数学会秋季総合分科会函数方程式論分科会, 2014年9月25日, 広島大学(東広島市)

宇佐美広介, 常微分方程式の双曲型方程式への応用, 日本数学会秋季総合分科会函数方程式論分科会, 2014年9月25日, 広島大学(東広島市)

宇佐美広介, 上村豊, 逆爆発時刻問題, 日本数学会秋季総合分科会函数方程式論分科会, 2013年9月24日~同26日, 愛媛大学(松山市)

Hiroyuki Usami, Existence of solutions of integral equations related to inverse problems of quasilinear ordinary differential equations, Equadiff2013, 2013年8月26日~同30日, プラハ市(チェコ共和国)

Tomoyuki Tanigawa, Asymptotic analysis of positive solutions of a class of system of second order nonlinear differential equations in the framework of regular variation, Equadiff2013, 2013年8月26日~同30日, プラハ市(チェコ共和国)

宇佐美広介, Existence of solutions of integral equations related to inverse problems of quasilinear ordinary differential equations, 偏微分方程式の逆問題とその周辺に関する研究, 2012年11月20日, 京都大学数理解析研究所(京都市)

宇佐美広介, 単調でない非線型項を持つ常微分方程式の減衰解, 日本数学会年会函数方程式論分科会, 2012年3月26日, 東京理科大学(東京都)

宇佐美広介, Global stability in a two-dimensional nonautonomous competition system, 関数方程式の定性的理論の新展開, 2011年11月10日, 京都大学数理解析研究所(京都市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宇佐美 広介 (USAMI, Hiroyuki)

岐阜大学・工学部・教授

研究者番号: 90192509

(2)連携研究者

内藤 学 (NAITO, Manabu)
愛媛大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：00106791

(3)連携研究者

加茂 憲一 (KAMO, Ken-ichi)
札幌医科大学・医療人育成センター
・准教授
研究者番号：10404740

(4)連携研究者

谷川 智幸 (TANIGAWA, Tomoyuki)
熊本大学・教育学部・准教授
研究者番号：10332008

(5)連携研究者

寺本 智光 (TERAMOTO, Tomomitsu)
尾道大学・経済情報学部・助教
研究者番号：20398465