

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 29 日現在

機関番号：15501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540208

研究課題名(和文) 古典系および量子系における種々のエントロピーに関連した不等式についての研究

研究課題名(英文) Research on inequalities related to several entropies in classical or quantum system

研究代表者

柳 研二郎 (YANAGI, KENJIRO)

山口大学・理工学研究科・教授

研究者番号：90108267

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円、(間接経費) 1,140,000円

研究成果の概要(和文)：量子情報科学のなかのメインテーマの1つに不確定性関係があることは周知のことである。通常は分散あるいは標準偏差を用いて表現されているが、この研究では分散より小さい歪情報量を用いた表現に着目し特に歪情報量を一般化した metric adjusted skew information や metric adjusted correlation measure に関連した Heisenberg 型や Schrodinger 型の不確定性関係の拡張が種々の設定で得られた。

研究成果の概要(英文)：We obtained several uncertainty relations for generalized metric adjusted skew information or generalized metric adjusted correlation measure.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：量子情報理論 エントロピー 不確定性関係 作用素不等式

1. 研究開始当初の背景

1948年にShannonによって創設された情報理論は今まで理論中心の役に立たない学問という印象が強かったが、ここ4半世紀に爆発的なスピードで開発されてきた小型化・大容量化に伴った携帯電話や高性能小型パソコン等の出現で情報理論の役割はますます重要になってきている。また量子コンピュータの出現で現在使われているRSA暗号の安全性が損なわれる可能性があることが全世界の最大危機感の1つにもなっている。そこで量子情報理論の早急なる理論体系の整備が求められている。一方不確定性関係の拡張が多く、量子情報理論研究者によって行われてきた。作用素単調関数を用いて純粋数学との関連も明らかになってきた。このような背景のもと、上記の研究課題が提案された。

2. 研究の目的

古典系のエントロピーは特にガウス型の雑音をもつ通信路の容量を表現するのに重要な手段の1つである。フィードバックをもつ場合の容量は今まで特別な場合を除き与えられていなかったが、近年Kimによってstationary Gaussian channelにおいて精密な形として与えられた。そこでこの結果を深く理解しある凸性についてのconjectureが成り立つかどうかの検証を行う。また古典-量子通信路における符号化定理はHolevoによって証明されたが、その中でも信頼性関数の補助関数の凹性はすでに我々によって $[0,1]$ の場合に完全に証明されたが、 $(-1,0)$ の場合は未解決問題として残されている。さらにWigner-Yanase skew informationの場合についての様々な観点からの性質を調べることも重要になってきている。特に不確定性関係がWigner-Yanase-Dyson skew informationの場合にはどのようなか等々たいへん興味深い問題である。そこで我々はWigner-Yanase-Dyson skew informationの場合にパラメータ拡張したときにも不確定性関係が成り立つことを独創的な方法で証明した。さらにもう1つのパラメータを導入して一般化されたWigner-Yanase-Dyson skew informationに対しても同様な不確定性関係が成り立つかどうかを検証することが必要になってくる。これらが研究の目的の具体的な事項である。古典系の符号理論を詳しく深めることにより量子系の符号理論に応用することも重要な研究目的の1つでもある。またHansenによって導入されたmetric adjusted skew informationについての不確定性関係をさらに拡張し数学的な整合性のとれた定理を得ることも研究目的に加えている。

3. 研究の方法

(1) 一般化されたWigner-Yanase skew informationの満たす不確定性関係を表わす不等式を様々な角度から追及する。

(2) 一般化されたWigner-Yanase-Dyson skew informationの満たす不確定性関係をoperator monotone functionを導入してさらなる拡張を試みる。

(3) 量子Cramer-Rao inequalityを拡張してFisher informationとの関係を求める。

(4) 古典-量子通信路における信頼性関数の補助関数の凹性を s が $(-1,0)$ のときに解明する。

(5) Kimの結果を利用して容量がある種の凸性を満たすかどうかの解明を試みる。

(6) 古典系の符号理論を量子系の符号理論に応用するために専門家の知識を借りて定式化する。

(7) 数学的な問題としてある種のトレース不等式が成り立つことの厳密な証明を与える。

(8) entropy power inequalityが離散型の場合には一般的には成り立たないことが知られているが、成り立つ場合はどのようなときかを調べる。

4. 研究成果

(1) フィードバックをもつガウス型通信路の容量についてReviewという形で1編の論文にまとめた。

(2) ある補助平均関数のパラメータに関して凹性を示すことにより一般化されたmetric adjusted skew informationについてのHeisenberg型の不確定性関係の具体的な例が与えられたので1編の論文にまとめた。

(3) metric adjusted skew informationについてのHeisenberg型の不確定性関係を求めた結果、ある成果が得られたので3編の論文にまとめた。

(4) metric adjusted correlation measureについてのSchrodinger型の不確定性関係を求めた結果、ある成果が得られたので3編の論文にまとめた。

(5) monotone pairの関係を満たす関数を用いてskew informationについてのHeisenberg型の不確定性関係を求めた結果、ある成果が得られたので4編の論文にまとめた。

(6) 対数平均についてのある不等式を作用素不等式として拡張した結果、ある成果が得られたので1編の論文にまとめた。

(7) 一般化されたmetric adjusted skew informationについてのHeisenberg型の不確定性関係および一般化されたmetric adjusted correlation measureについてのSchrodinger型の不確定性関係を求めた結果、ある成果が得られたので4編の論文にまとめた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計19件)

Kenjiro Yanagi

Generalized metric adjusted skew information and uncertainty relation, Proceedings of the International Symposium on Banach and Function Spaces IV, 査読有
2014, 435-442,

Kenjiro Yanagi

Review on capacity of Gaussian channel with or without feedback, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無
vol.1852, 2013, 113-126,

Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama

ある補助平均函数の凹性と一般化情報量の不確定性関係, Proceedings of the 36 th Symposium on Information Theory and its Application, 査読無
vol.36, 2013, 376-381,

Kenjiro Yanagi

Wigner-Yanase-Dyson 歪情報量に関連した不確定性関係, 作用素論・作用素環論研究集会報告集, 査読無
2013, 103-114,

Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama

Concavity of an auxiliary mean function and its application, 実解析学シンポジウム報告集, 査読無
vol.45, 2013, 99-103,

Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama

Uncertainty relations for generalized metric adjusted skew information and metric adjusted correlation measure, Journal of Uncertainty Analysis and Applications, 査読有
vol.1, no.12, 2013, 1-11

Shigeru Furuichi and Kenjiro Yanagi

Bounds of logarithmic mean, Journal of Inequalities and Applications, 査読有
vol.2013, no.535, 2013, 1-11,

R. Ohno and Hiroshi Yanagihara

On a coefficient body for concave function, Computational Methods and Function Theory, 査読有
vol.13, 2013, 237-251,

Kenjiro Yanagi and Satoshi Kajihara

Monotone 又は anti-monotone pair skew information に関連した不確定性関係の一般化について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無
vol.1820, 2012, 130-137,

Kenjiro Yanagi and Yoshiaki Tanaka

Wigner-Yanase-Dyson skew information の一般化と関連する trace 不等式について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無
vol.1820, 2012, 171-182,

Kenjiro Yanagi

一般化された歪情報量についての不確定性関係, 実解析学シンポジウム報告集, 査読無
vol.44, 2012, 99-104,

Kenjiro Yanagi

Monotone pair 歪情報量についての不確定性関係, Proceedings of the 35 th Symposium on Information Theory and its Applications, 査読無
vol.35, 2012, 129-133,

Kenjiro Yanagi and Satoshi Kajihara

Generalized uncertainty relation associated with a monotone or anti-monotone pair skew information, Research and Communications in Mathematics and Mathematical Sciences, 査読有
vol.1, no.1, 2012, 1-18,

Shigeru Furuichi and Kenjiro Yanagi

Schrodinger uncertainty relation, Wigner-Yanase-Dyson skew information and metric adjusted correlation Measure, Journal of Mathematical Analysis and Application, 査読有
vol.388, no.2, 2012, 1147-1156,

Shigeru Furuichi and Kenjiro Yanagi

Skew information に関するシュレディンガー型の不確定性関係, Proceedings of the 34 th Symposium on Information Theory and its Applications, 査読無
vol.34, 2011, 423-426,

Kenjiro Yanagi

Metric adjusted skew information, metric adjusted correlation measure and uncertainty relation, 実解析学シンポジウム報告集, 査読無
vol.43, 2011, 64-68,

Kenjiro Yanagi

Some inequalities of generalized Wigner-Yanase skew informations, Proceedings of the International Symposium on Banach and Function Spaces , 査読有
2011, 317-324,

Kenjiro Yanagi and Shigeru Furuichi

Metric adjusted skew information and metric adjusted correlation measure,

Advances in Intelligent and soft Computing, 査読有
vol.100, no.2, 2011, 888-892,

S.Ponnusamy and H.Yamamoto and Hiroshi Yanagihara

Variability regions for certain families of harmonic univalent mappings,

Complex Variables and Elliptic Equations, 査読有
vol.57, 2011, 1-12,

[学会発表](計 23 件)

柳 研二郎

一般化歪情報量の非エルミート拡張と不確定性関係,
日本数学会函数解析学分会,
2014.3.18, 学習院大学(東京都豊島区)

古市 茂, 柳 研二郎

対数平均の上界と下界について,
第 17 回環瀬戸内応用数理研究部会シンポジウム,
2014.1.11, 愛媛大学(松山市)

柳 研二郎

不確定性関係の非エルミート拡張について,
京都大学数理解析研究所・研究集会「不確かさと曖昧さの数理」,
2014.1.9, 京都大学(京都市)

Kenjiro Yanagi

Non-hermitian extension of uncertainty relation,
The International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization,
2013.12.20, National Sun Yat-sen University(Kaohsiung, Taiwan)

柳 研二郎, 古市 茂, 栗山 憲

ある補助平均函数の凹性と一般化歪情報量の不確定性関係,
第 36 回情報理論とその応用シンポジウム,
2013.11.28, 伊東ホテル聚楽(伊東市)

柳 研二郎

Wigner-Yanase-Dyson 歪情報量に関連した不確定性関係,
作用素論・作用素環論研究集会,
2013.11.24, お茶の水女子大学(東京都文京区)

柳 研二郎, 古市 茂, 栗山 憲

ある補助平均函数の凹性とその応用,
実解析学シンポジウム,
2013.11.4, 岡山大学(岡山市)

柳 研二郎, 古市 茂, 栗山 憲

一般化歪情報量に関する不確定性関係,
日本数学会函数解析学分会,
2013.9.27, 愛媛大学(松山市)

Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi and Ken Kuriyama

Generalizations of uncertainty relations with skew information,
The 8 th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis,
2013.8.3, 弘前大学(弘前市)

柳 研二郎

Monotone pair 歪情報量についての不確定性関係,
第 35 回情報理論とその応用シンポジウム,
2012.12.12, 別府湾ロイヤルホテル(大分県速見郡日出町)

柳 研二郎

Review of capacity of Gaussian channel with or without feedback,
京都大学数理解析研究所・研究集会「函数解析学による一般化エントロピーの新展開」,
2012.11.13, 京都大学(京都市)

柳 研二郎

一般化された歪情報量についての不確定性関係,
実解析学シンポジウム,
2012.10.28, 茨城大学(水戸市)

柳 研二郎

量子情報理論のすすめ - 古典情報から量子情報へ -,
日本数学会企画特別講演,
2012.9.20, 九州大学(福岡市)

Kenjiro Yanagi

Generalized metric adjusted skew information and uncertainty relation,
International Symposium on Banach and Function Spaces,

2012.9.14, 九州工業大学(北九州市)

柳 研二郎

Monotone pair skew information に関連した不確定性関係の一般化, 日本数学会函数解析学分会, 2012.3.27, 東京理科大学(東京都新宿区)

Kenjiro Yanagi

Trace inequalities related to generalized uncertainty relations, International Workshop on Anomalous Statistics, Generalized Entropies and Information Geometry, 2012.3.8, 奈良女子大学(奈良市)

柳 研二郎, 梶原 聡

Monotone 又は anti-monotone pair skew information に関連した不確定性関係の一般化について, 京都大学数理解析研究所・研究集会「独立性と従属性の数理 - 代数と確率の出会い - 」, 2011.12.21, 京都大学(京都市)

古市 茂, 柳 研二郎

Skew information に関するシュレディンガー型の不確定性関係, 第 34 回情報理論とその応用シンポジウム, 2011.12.1, ホテル森の風鷺宿(岩手県岩手郡雫石町)

柳 研二郎

Metric adjusted skew information, metric adjusted correlation measure and uncertainty relations, 実解析学シンポジウム, 2011.11.5, 信州大学(長野市)

柳 研二郎, 古市 茂

Metric adjusted skew information と metric adjusted correlation measure に関連した不確定性関係, 日本数学会函数解析学分会, 2011.9.30, 信州大学(松本市)

- ⑲ Kenjiro Yanagi, Shigeru Furuichi
Metric adjusted skew information and metric adjusted correlation measure, International Conference on Nonlinear Mathematics for Uncertainty and its Applications, 2011.9.9, Beijing University of Technology(Beijing, China)

- ⑳ Kenjiro Yanagi
Trace inequalities on quantum Fisher information,

The Seventh International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2011.8.3, Pukyong National University (Pusan, Korea)

- ㉑ Shigeru Furuichi, Kenjiro Yanagi
Uncertainty relations for metric adjusted skew information and correlation measure, The 22 nd International Workshop on Operator Theory and its Applications, 2011.7.5, University of Sevilla (Sevilla, Spain)

〔図書〕(計 1 件)

加藤 幹雄, 柳 研二郎
線形代数概論
サイエンス社,
2011.6.10, 167(96-167)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等
<http://ds0.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~yanagi/index.html>

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
柳 研二郎
山口大学大学院理工学研究科(教授)
研究者番号: 90108267
- (2) 研究分担者
柳原 宏
山口大学大学院理工学研究科(准教授)
研究者番号: 30200538

岡田 真理

山口大学大学院理工学研究科（准教授）
研究者番号：40201389

(3)連携研究者

古市 茂
日本大学文理学部（教授）
研究者番号：50299327

栗山 憲
佛教大学教育学部（教授）
研究者番号：10116717