

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 31 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23540242

研究課題名(和文) 複素力学系と C^* 環の研究研究課題名(英文) Research of complex dynamical systems and C^* -algebras

研究代表者

梶原 毅 (Kajiwara, Tsuyoshi)

岡山大学・その他の研究科・教授

研究者番号：50169447

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000 円

研究成果の概要(和文)：有限グラフがsinkを持つ場合に、連続的な KMS state に加えてsink に対応する有限型の KMS state を持つことを示した。また有理関数力学系に付随する C^* -環の KMS state の情報から、分岐点の逆像の情報を復元できることを示した。

また、自己相似写像に対して分岐点についての技術的な仮定のもとで、付随する C^* -環のゲージ作用に関する不動点環、すなわちコアの有限トレースの分類を行った。さらに同じ仮定のもとで有限コアの行列表現の記述を行い、それを応用してコアのイデアルの分類を行った。

研究成果の概要(英文)：We showed that graph C^* -algebras have finite type KMS states associated with sinks of the graphs. We showed that we can recover the information of the backward orbits of branched points from KMS states of the C^* -algebras associated with the dynamics of rational functions on the Riemannian sphere.

We classified finite traces on the cores of the C^* -algebras associated with self-similar maps under a technical assumption for branched points. Moreover, we described the matrix representation of the finite cores of the C^* -algebras associated with self-similar maps, and using the matrix representation, we classified ideals of the core of the C^* -algebras associated with self-similar maps under the same assumption.

研究分野：作用素環論

キーワード： C^* -環 複素力学系 自己相似写像 双加群 トレース イデアル KMS 状態

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の本研究の背景は、以下の通りである。

(1) 分岐点を持つ非可逆力学系に対して、分岐点を取り込みながらヒルベルト C^* -双加群を構成し、それをを用いて C^* -環を構成して研究していた。Groupoid を用いないため、分岐点を含む例を適切に扱うことができていた。このような観点での研究は、他では行われていない。

(2) 分岐点を持つ非可逆力学系の典型例であるリーマン球面上の有理関数力学系、およびコンパクト距離空間上の自己相似写像に付随した C^* -環に対して、一般的に単純性、核型性などを証明し、 K -群の計算も行った。

(3) 有理関数力学系、および自己相似写像に付随した C^* -環のゲージ作用に関する KMS state の完全な分類を行っている。特に有理関数力学系の場合には、力学系の多くの情報を復元している。なお、分岐点によって KMS state が現れることはそれまで認識されていなかった。

(4) 有理関数力学系の一般化である代数 correspondence に対してもヒルベルト C^* -双加群によって C^* -環を構成し、いくつかの例に対して単純性を証明し、 K -群の計算も行っていった。

以上のように、本研究に進む準備は整っていた。

2. 研究の目的

申請時における本研究の目的は、以下の通りである。

(1) 以前の期間に、Cuntz-Pimsner 環の KMS state の分類定理をより一般的な relative Cuntz-Pimsner 環に拡張していた。有限グラフから作られる C^* -環を relative Cuntz-Pimsner 環として実現し、KMS state の分類を行う。

(2) 以前の期間において複素力学系に付随する C^* -環の KMS state の分類および、次数、分岐点の数などの復元を行った。本研究ではさらに KMS state の情報からもとの力学系の分岐点の逆像に関する情報も復元する。

(3) 有理関数力学系および自己相似写像に付随する C^* -環のゲージ作用不動点環、すなわちコアは、もとの力学系の情報を多く含んでいると考えられるので、コアの解析を行う。特に、有限トレース、イデアルの分類を行う。

(4) 有理関数力学系および自己相似写像のコアの具体的な表示を求め、それをを用いてコアの K -群の計算を行う。また、コアのトレースなどへの作用の性質を調べる。

(5) 記号力学系において知られている結果を踏まえて有理関数力学系の軌道同型の概念を定義し、有理関数に付随する C^* -環の極大可換環を保つ同型などとの関係を調べる。

(6) 力学系から C^* -環の例を構成すること、得られ C^* -環の情報からもとの力学系の情報

を復元することに加え、作用素環から力学系の研究へのフィードバックを行うことも目指してきたが、さらに推進したい。

3. 研究の方法

本研究の方法は、以下の通りである

(1) Pimsner 環の一般化に対して、以前から行ってきた KMS state の分類定理を用いて有限グラフから作られる C^* -環上の KMS state の分類を行い、これまでに知られているものに加え、新たに KMS state が存在することを示し、論文の形で公表する。

(2) 有理関数力学系に付随する C^* -環の有限型 KMS state を用いて、分岐点の逆像を復元する計算を行い、できる限り計算できる対象を増やす。

(3) トレースの拡張定理を有効に用いて、有理関数力学系および自己相似写像に付随する C^* -環のコアへのモデルトレースの構成、および有限トレースの分類を行う。自己相似写像に対しては技術的な条件を付すが、研究の進展に従ってできるだけ緩める。

(4) 自己相似写像に付随する C^* -環の有限コアの行列表現の具体的な記述を行い、それをを用いて自己相似写像に付随する C^* -環のコアのイデアルの分類、およびコアの K -群の計算などにつなげる。

(5) 記号力学系において既に得られている軌道同型についての結果を踏まえ、有理関数力学系の軌道同型、付随する C^* -環のさまざまな同型についての一般論を研究するとともに、意味のある例についても調べる。

4. 研究成果

本研究の研究成果は、以下の通りである。

(1) sink を含む有限グラフから生成される C^* -環を Cuntz-Pimsner 環を含むより一般的なカテゴリに実現し、すでに示していた KMS state の構成、分類定理を適用して調べた。従来から知られている連続的な KMS state に加えて、sink に対応する有限型の KMS state が新たに存在することを示し、有限グラフと有理関数力学系などの以外な類似性を明らかにした。この結果は、論文の形で公表した。

(2) 以前の研究において、複素力学系に付随する C^* -環のゲージ作用に関する KMS-state の情報から、有理関数の次数、分岐点の個数、例外点のパターンなどを復元することができていたが、分岐点の連鎖などの情報については復元できていなかった。理由としては、有理関数上の連続関数環が、ゲージ作用によって特定できないことがあった。そこで、連続関数環の代わりにコアを係数環とし、より大きな C^* -correspondence を考え、その上の Perron-Frobenius 作用素と KMS state を考えることによって、有理関数力学系に付随する C^* -環とゲージ作用だけによって、分

岐点の逆像についての情報を復元することができた。これによって分岐点の連鎖についても情報を得ることができる。この結果は、論文の形で公表した。

(3) 記号力学系においてすでに得られている結果を踏まえ、有理関数力学系および自己相似写像に付随する C^* -環のゲージ作用に関する不動点環、すなわちコアの解析を行った自己相似写像に対して分岐点についての技術的な条件を付して、有限トレースの分類を完成させることができた。その際、以前 KMS state の分類において用いた trace 拡大についての補題を有効に用いている。この結果は、論文の形で公表した。有理関数力学系に付随する C^* -環に対しては、離散トレースの分類を完成させ、日本数学会で口頭発表を行った。また、コアの離散トレースへの作用を構成することによって、分岐点についての情報を、さらにわかりやすく復元した。またコアの離散トレースの分類から、有限型 KMS state の分類を自然に導いた。これらについても、日本数学会で口頭発表を行っている。有理関数力学系の場合はジュリア集合上の拡大性が自己相似写像よりも複雑であること、またファトウ集合も現れることより困難な状況がある。ジュリア集合およびファトウ集合上での作用をさらに調べて有理関数力学系に付随する C^* -環のコアの有限トレースの分類を完成させることは、今後の課題である。

(4) 自己相似写像および有理関数力学系のコアのイデアルの分類においては、有限トレースよりもさらに困難があり、付随する C^* -環の有限コアの行列表示を用いることでこれを克服することが可能になる。自己相似写像については、有限トレースの場合と同様の技術的な仮定のもとで、付随する C^* -環のコアのイデアルの分類を行うことができた。この結果は論文の形で公表した。また、有限トレースの分類結果と合わせて、作用素論・作用素環論研究集会で口頭発表している。また、有限コアの行列表示を用いてコアの K -群の具体的な記述、また分岐点がある場合の K -群への次元群作用の計算も行っている。一方、有理関数力学系の場合には大域的な切断が一般には取れないことにより行列表示を行うことが困難であり、イデアルの分類については十分な結果が得られておらず、今後の課題である。

(5) 自己相似写像に対してこれまで付してきた分岐点についての技術的な仮定を緩める試みも行った。1次元テント写像の直積、さらに Sierpinski carpet など分岐点集合が高次元になる自己相似写像に対しても、有限トレースの分類、有限コアの行列表示などを行った。さらに、1次元テント写像の任意個の直積に付随する C^* -環がすべて無限生成

の Cuntz 環になることより、無限生成 Cuntz 環に互いに共役でない加算無限個の極大可換環を構成できることも示した。これらの結果は日本数学会で口頭発表を行っており、さらに今後の課題である。

(6) 有理関数力学系に付随する C^* -環において、リーマン球面上の連続関数環が極大可換環であることを示している。さらに、ジュリア集合が1次元トーラスになる場合において、軌道同型に関連するさまざまな C^* -環の同型についての同値性について明らかにした。この結果は、日本数学会で口頭発表を行った。有理関数力学系、自己相似写像は記号力学系と位相的な性質が異なり、軌道同型の様相も大きくことなることが予想されており、今後の課題である。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計4件)

T. Kajiwara and Y. Watatani,

Ideals of the cores of the C^* -algebras constructed from self-similar maps, *Journal of Operator Theory*, 75(2016), 1225-1255, 査読付き

T. Kajiwara and Y. Watatani,

Traces on cores of C^* -algebras associated with self-similar maps, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, 34(2014), 1964-1989, 査読付き.

T. Kajiwara and Y. Watatani,

C^* -algebras associated with complex dynamical systems and backward orbit structure, *Complex Analysis and Operator Theory*, 8(2014), 243-254., 査読付き

T. Kajiwara and Y. Watatani,

KMS states of finite-graph algebras, *Kyushu Journal of Mathematics*, 67(2013), 83-104, 査読付き

[学会発表] (計9件)

梶原 毅 (代表) 綿谷安男

2次元自己相似写像に付随する C^* -環の解析、日本数学会年会、2016年3月18日、筑波大学、茨城県つくば市

梶原 毅 (代表) 綿谷安男

非可逆力学系から作られる C^* -環のコアの解析、日本数学会年会、2015年3月23日、明治大学、東京都

綿谷安男 (代表) 梶原 毅

複素力学系から作られる C^* -環の極大可換環と連続軌道同型、日本数学会

秋季総合分科会、2014年9月27日、
広島大学、広島県東広島市
梶原 毅(代表)、綿谷安男
自己相似写像から作られる C^* -環の
コアの行列表示と K -群、日本数学会
年会、2014年3月17日、学習院大学、
東京都

梶原 毅(代表)、綿谷安男
複素力学系から作られる C^* -環の
コアの離散トレース、日本数学会
秋季総合分科会、2013年9月26日、
愛媛大学愛媛県松山市

梶原 毅(代表)、綿谷安男
複素力学系から作られる C -環の
コアのトレース、日本数学会年会、
2013年3月22日、京都大学、京
都府京都市

梶原 毅(代表)、綿谷安男
自己相似写像から作られる C^* -
環のコアのイデアル、日本数学会
秋季総合分科会、2012年9月20
日、九州大学、福岡県福岡市

梶原 毅(代表)、綿谷安男
自己相似写像から作られる C^* -
環のコアの行列表示、日本数学会
年会、2012年3月28日、東京理
科大学、東京都

梶原 毅(代表)、綿谷安男
自己相似写像から作られる C^* -
環のコアの解析、日本数学会秋季
総合分科会、2011年9月30日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(0件)

取得状況(0件)

〔その他〕

ホームページ等

http://www.ems.okayama-u.ac.jp/ems_2/kajiwara/homeJapan.html

6. 研究組織

(1) 研究代表者

梶原 毅 (KAJIWARA, Tsuyoshi)

岡山大学・大学院環境生命科学研究科・
教授

研究者番号 50169447

(2) 連携研究者

綿谷 安男 (WATATANI, Yasuo)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号 00175077