

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 30 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540310

研究課題名(和文) ラージN極限におけるツイストされた時空縮約モデルの研究

研究課題名(英文) Study of twisted space-time reduced model in the large N limit

研究代表者

大川 正典 (Okawa, Masanori)

広島大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：00168874

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円、(間接経費) 1,140,000円

研究成果の概要(和文)：SU(N)格子ゲージ理論は、Nを無限に持っていった極限で時空の自由度を内部空間に吸収できてしまう可能性がある。本研究では1の4乗格子上で定義された時空縮約モデルをツイストされた境界条件のもとで研究した。

1) 時空縮約モデルを用い弦定数を精度良く求め、計算結果が通常のSU(N)ゲージ理論でNを無限大にした外挿値と完全に一致していることを示し、理論の正しさを証明した。

2) 2つのアジョイントフェルミオンを持つ時空縮約モデルが、赤外固定点で支配されるコンフォーマル理論の特徴を示すこと、および1つのアジョイントフェルミオンを持つ時空縮約モデルが、コンファイニングな理論の性質を持つことを示した。

研究成果の概要(英文)：In the large N limit of the SU(N) lattice gauge theory, there is a possibility that the space-time degrees of freedom are absorbed into the SU(N) internal degrees of freedom. In this work, I study the space-time reduced model defined on a one to the fourth lattice with twisted boundary condition.

1) The precise calculation of the string tension is made using the space-time reduced model. String tension is also calculated in the usual SU(N) lattice gauge theory and results are extrapolated to large N. The extrapolated value perfectly coincides with that obtained directly by space-time reduced model, thus demonstrating the correctness of the reduced model.

2) The space-time reduced model having two adjoint fermions is shown to have properties which are characteristic to the conformal theory governed by an infrared fixed point. I also show that the theory having a single adjoint fermion has the properties which support that this theory is a confining theory.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：素粒子理論

1. 研究開始当初の背景

素粒子の標準モデルは、その基礎を SU(N) 非可換ゲージ理論においている。具体的には、強い相互作用を媒介するカラー電荷は SU(3) 非可換群によって記述されており、また弱電相互作用は SU(2) 群がもたらす弱電 2 重項が本質的な役割を果たす。一般に SU(N) 非可換ゲージ理論は非常に複雑な構造を持っているが、1974 年、't Hooft は SU(N) 群の次元 N を大きくした時、理論が簡単になることを発見した。実際、ゲージ相互作用定数 g^2 と N の積 $b = g^2 N$ を一定に保ったまま N を無限大に持ってゆくと、摂動論の各次数でプランナー・ダイアグラムと呼ばれる限られたファインマン・ダイアグラムしか寄与しない。その後 ラージ N ゲージ理論を摂動論を超えて非摂動論的に研究することが試みられたが、非摂動論的解析には、時空を離散化し 4 次元格子上に理論を構築する格子ゲージ理論を考えるのが常道手段である。

1982 年江口と川合は、SU(N) 格子ゲージ理論は N を無限にしたとき、理論のもつ 4 次元時空の自由度が縮約できる可能性があることを示した。通常の格子ゲージ理論は 4 次元的に広がりをもつ 4 次元格子上で定義される。江口・川合は格子点が 1 点しかない時空縮約理論を考えた。現在この理論は江口・川合モデル(EK-model)と呼ばれている。EK-model には Z(N) 対称性があり、この対称性が破れていなければ、4 次元格子上で SU(N) ゲージ理論と EK-model は N を無限に持っていった極限で同等である。しかしこの対称性は弱結合相および中間結合相で自発的に破れてしまい、2 つの理論は等しくない。この困難を解決するために、Gonzalez-Arroyo と私は、EK-model にツイストされた境界条件を課した twisted EK-model (TEK-model) を提案した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、TEK-model で代表される ラージ N 極限でのツイストされた時空縮約モデルの大規模数値シミュレーションを行い、これらのモデルの正しさを非摂動論的に示すとともに、ラージ N 極限での物理量を計算することにある。

(1) TEK-mode が正しく SU(N) 格子ゲージ理論を再現するのであれば、ラージ N 極限での弦定数が計算できるはずである。ラージ N ゲージ理論は有限な N の理論に比べ構造は著しく簡単化されるが、いまだに非摂動論的な物理量の計算が行われたことはない。本研究の大きな目的は、TEK-model を用いてラージ N ゲージ理論の弦定数の計算を世界に先駆けて行うことである。弦定数を求めることにより、理論に物理的なスケールが導入できるのでこの研究は非常に重要である。

(2) 近年、アジジョイント表現に属するフェルミオンを伴った SU(N) ゲージ理論が大きな関

心を呼んでいる。その理由のひとつに、AdS/CFT 対応がある。これによると、4 次元超対称ゲージ理論と、Anti de Sitter 時空を背景にもつ 5 次元超弦理論が対応している。特にゲージ理論でラージ N 極限をとると、対応する理論は古典的な超重力理論となる。アジジョイント・フェルミオンを持つラージ N ゲージ理論も時空を縮約したモデルを考えることができる。

アジジョイント・フェルミオンが 2 つある理論 (2 フレーバー理論) は N の値に関係なく、コンフォーマルな理論であると考えられている。実際、くりこみ群のベータ関数の 1 次と 2 次の係数は N によらず、また $N=2$ の理論は色々な研究者により詳細な解析がなされ、コンフォーマルな理論であることがわかっていて、これに対し、アジジョイント・フェルミオンが 1 つの理論 (1 フレーバー理論) は N の値に関係なく、閉じ込め (コンファインメント) な理論であると考えられている。フレーバー数が 2 および 1 の理論の、ラージ N 極限での性質をツイストされた時空縮約理論を用いて調べる。

3. 研究の方法

研究はスーパーコンピューターを用いた大規模数値シミュレーションによって行う。

(1) TEK-model での弦定数の計算

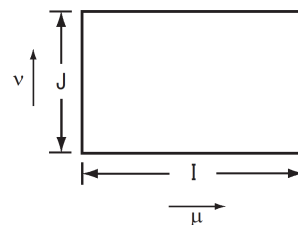


図 1

4 次元格子ゲージ理論のゲージ不変な物理量は閉曲線にそってリンク変数をかけた Wilson loop である。図 1 にあるように μ, v 方向に大きさ $I \times J$ の Wilson loop $W(I, J)$ を考える。Wilson loop から Creutz の χ ratio

$$\chi(I, J) = -\log \left[\frac{W(I, J)W(I-1, J-1)}{W(I, J-1)W(J-1, I)} \right]$$

を作ると、十分大きい $I=J$ のとき

$$\chi(I, I) = \sigma + c / (I - 0.5)^2$$

となり、弦定数 σ が求まる。

連続理論での弦定数の値を求めるには、結合定数を変えながら格子上的弦定数を計算し、格子間隔を 0 に持ってゆく外挿をしなければならない。SU($N=L^2$) の TEK-model は、 L^4 の格子点をもつ 4 次元格子ゲージ理論と $O(1/N^2)$ の補正項を除き等価である。通常の格子ゲージ理論で連続理論への外挿をするには、格子の大きさは 32^4 程度が必要である。

したがって TEK-model では $N = L^2 = 29^2 = 841$ の $SU(N)$ 群を考えれば良くこの計算を行った。(2)アジョイント・フェルミオンをもつラージ N ゲージ理論の時空縮約モデルの研究

TEK-model は N^2 の自由度をもつゲージ場の理論である。素粒子の標準モデルに現れる、ファンダメンタル・フェルミオンは自由度が N であり、ラージ N 極限では寄与しない。しかし超対称理論に現れるアジョイント・フェルミオンは N^2 の自由度をもちラージ N 極限でも存在する。格子上的アジョイント・フェルミオンをもつラージ N ゲージ理論も時空縮約モデルを考えることができる。最近の研究により、この場合はツイストされた境界条件を導入しなくても $Z(N)$ 対称性は破れないが、有限の N のとき、ラージ N 極限からのずれが $O(1/N)$ と大きいのに対し、ツイストされた境界条件を導入すると、ずれが $O(1/N^2)$ と劇的に減少することが報告されている。フェルミオンの動的効果を取り入れたシミュレーションをするには、フェルミオン作用の行列式を評価する必要があるが、直接的に行列式を計算するのは時間がかかりすぎ現実的ではない。申請者は過去 20 年間、強い相互作用を記述する格子色力学の動的クォーク効果の研究をハイブリッド・モンテカルロ法を用いて世界の第一線でやってきた。この経験をもとに、種々のフェルミオンを含む時空縮約モデルの数値シミュレーションアルゴリズムをハイブリッド・モンテカルロ(HMC)法により開発する。これにより、 $N=25$ 程度でしか行われていないシミュレーションを $N=289(L=17)$ でできるようにし研究を進めてゆく。

4. 研究成果

(1)

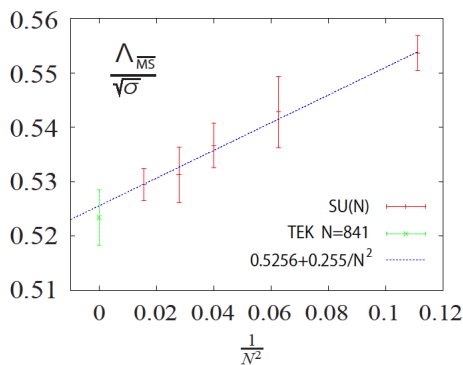


図 2

高エネルギー加速器研究機構および京都大学基礎物理学研究所に設置された HITAC-SR16000 スーパーコンピュータを用い、ゲージ場の結合定数 b を 7 つの値にとり、連続理論での弦定数の精度良い計算を行った。図 2 にその結果を示す。緑のデータが $N=841$ の TEK モデルで連続理論の弦定数を求めたものである。赤のデータは通常の

ゲージ理論で、 $N=3, 4, 5, 6, 8$ として連続理論の弦定数を求めたものであり、弦定数の N 依存性は明らかに $1/N^2$ である。青の直線はゲージ理論の弦定数の N 無限大への外挿を示しており、外挿値は TEK モデルで弦定数を直接計算した値と完全に一致している。TEK モデルの正しさが証明されたと同時に、ラージ N ゲージ理論の弦定数が外挿せずに直接求めたことになる。

(2)

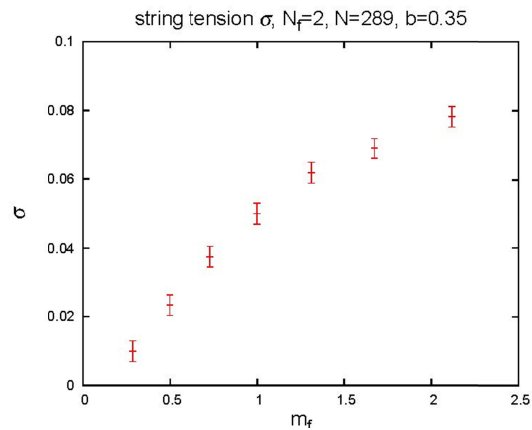


図 3

2 フレーバーのアジョイントフェルミオンを含む理論は N の値に関係なく、コンフォーマルな理論であると考えられている。フェルミオン質量がゼロのコンフォーマルな理論の特徴は、質量の次元をもつ物理パラメータがないことであり、必然的に質量の 2 乗の次元をもつ弦定数はゼロになる。本研究では、 $N=289$ として弦定数をフェルミオン質量の関数として計算を行なった。図 3 に結果を示す。計算は $b=0.35$ で行った。横軸のフェルミオン質量 m_f は正定値エルミート Wilson-Dirac 演算子の最低固有値 λ から $m_f = \sqrt{\lambda/2\kappa}$ として求めたものである。 κ は Wilson フェルミオンのホッピングパラメータである。 m_f を小さくしてゆくと弦定数は急速にゼロに近づき、 $m_f=0$ でゼロになるように見える。理論が質量異常次元 γ_s の赤外固定点で支配されているとすると弦定数は $m_f^{2/(1+\gamma_s)}$ と振る舞うはずであるが、現時点での計算結果からは、質量異常次元の値を正しく評価するには至っていない。今後の研究の最重要の目的は、より多くのホッピングパラメータ κ での計算を行い、弦定数やフェルミオン行列の固有値分布から、質量異常次元の精度良い決定を行うことである。

1 フレーバー理論はラージ N 極限で、完全反対称表現の 2 フレーバーファンダメンタル・フェルミオン理論と等価であると考えられており、さらに後者はカラー $SU(3)$ の 2 フレーバーファンダメンタル・フェルミオンと関係しており、現象論的にも非常に注目されている。フレーバー数が 2 の場合には、HMC アルゴリズムが使えるコード開発は比較的簡

単であったが、1フレーバーの場合は RHMC アルゴリズムを使う必要がありこのコード開発をし、シミュレーションを行った。現時

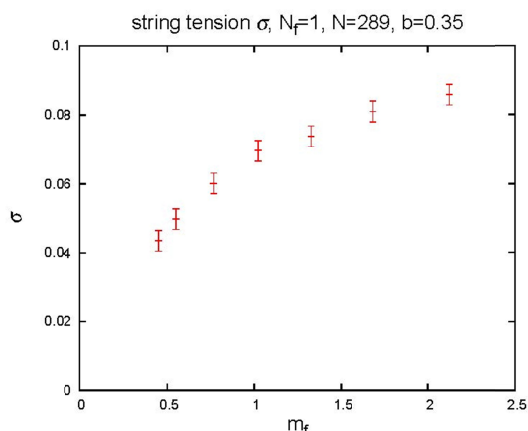


図 4

点での結果を図 4 に示す。2 フレーバー理論の場合と異なり、フェルミオン質量 m_f を小さくしても弦定数は有限の値にとどまり、理論はコンファイングなように見える。確定的な結論を出すには、2 フレーバー理論と同様に、より多くのホッピングパラメータ κ での計算が必要であり、今後の課題である。

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 件)

A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, The string tension from smeared Wilson loops at large N, Phys. Lett. B718 (2013) 1524-1528, 査読有.

DOI:10.1016/j.physletb.2012.12.027.

A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Twisted space-time reduced model of large N QCD with two adjoint Wilson fermions, Phys. Rev. D88 (2013) 014514 1-9, 査読有.

DOI:10.1103/PhysRevD.88.014514.

M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Spatial volume dependence for 2+1 dimensional SU(N) Yang-Mills theory, JHEP 1309 (2013) 003 1-62, 査読有.

DOI:10.1007/JHEP09(2013)003.

[学会発表](計 6 件)

M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan(発表者), M. Okawa, Mass anomalous dimension from large N twisted volume reduction, 31st International Symposium on Lattice Field Theory, Mainz, Germany, July 29-August 3, 2013, PoS Lattice2013 (2013) 098.

A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa(発表者), Twisted reduction in large N QCD with

adjoint Wilson fermions, 31st International Symposium on Lattice Field Theory, Mainz, Germany, July 29-August 3, 2013, PoS LATTICE2013 (2013) 099.

M. Garcia Perez(発表者), A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Perturbative analysis of twisted volume reduced theories, 31st International Symposium on Lattice Field Theory, Mainz, Germany, July 29-August 3, 2013, PoS LATTICE2013 (2013) 342.

A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa(発表者), Twisted reduction in large N QCD with two adjoint Wilson fermions, 30th International Symposium on Lattice Field Theory, Cairns, Australia, June 24-29, 2012, PoS LATTICE2012 (2012) 046.

M. Garcia Perez(発表者), A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, Volume dependence in 2+1 Yang-Mills theory, 30th International Symposium on Lattice Field Theory, Cairns, Australia, June 24-29, 2012, PoS LATTICE2012 (2012) 219.

A. Gonzalez-Arroyo(発表者), M. Okawa, The string tension for Large N gauge theory from smeared Wilson loops, 30th International Symposium on Lattice Field Theory, Cairns, Australia, June 24-29, 2012, PoS LATTICE2012 (2012) 221.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

大川 正典 (OKAWA, Masanori)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：00168874