

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 6 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23540322

研究課題名(和文) 共形場理論による非自明な背景上の超弦理論の解析とその素粒子模型への応用

研究課題名(英文) Studies of Superstrings on Non-trivial Backgrounds by Conformal Field Theory and Applications to Elementary Particle Physics

研究代表者

菅原 祐二 (Sugawara, Yuji)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：70291333

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の主要な目的は、様々な幾何学的あるいは非幾何学的な非自明な背景における超弦理論に対し、世界面上の共形場理論のアプローチに基づいて包括的な研究を行うことであった。特に本研究において、非コンパクトな超共形場理論に焦点を当て、物理的及び数理的な視点から、これらの模型に特徴的な「正則アノマリー」という興味深い性質を明らかにした。

また、様々な非幾何学的な超弦真空について研究を行い、「非対称オービフォルド」に基づく超対称性が破れた新しいタイプのシンプルな超弦真空の構成に成功した。この成果は、我々の宇宙における「宇宙定数問題」の解決に寄与し得るものであり、非常に意義深いものと考えられる。

研究成果の概要(英文)：The main purpose of this research project was to present inclusive studies of superstrings on various non-trivial backgrounds, which would be geometrical or non-geometrical, based on the approach by the conformal field theory on string world-sheets. I have especially focused on detailed aspects of some non-compact superconformal theories, and uncovered their characteristic features of the 'holomorphic anomalies' from physical and mathematical viewpoints.

I have also investigated various non-geometric superstring vacua, and above all, succeeded in constructing the new simple models of non-supersymmetric vacua based on the 'asymmetric orbifolds'. This result would be of great significance, since it may contribute to solving the issue of very small cosmological constant (or dark energy) in our universe.

研究分野：素粒子論

キーワード：共形場理論 超弦理論 モックモジュラー形式 非幾何学的背景

1. 研究開始当初の背景

素粒子物理学の究極のテーマは、すべての素粒子と相互作用の統一理論を構築することであり、その最も有望な候補は超弦理論である。LHC 等の加速器実験によって重要な発見がなされることが期待されているなか、超弦理論の研究において、現実的な素粒子模型や宇宙論の模型の構築に関する研究がますます重要度を増してくることは間違いない。更に近年の精密な観測に我々の宇宙が非常に小さな正の宇宙定数（または暗黒エネルギー）を持ち、加速膨張するド・ジッター的な時空であることが示唆されており、そうした曲がった非定常な時空上の超弦理論を研究することも大きなテーマであると言える。

超弦理論に基づく素粒子模型の研究においては、多くの場合、低エネルギー有効理論である超重力理論や、重力を decouple させた超対称ゲージ理論を用いた解析が主流である。しかしながら、こうした目的的研究において、超重力近似を超えた α' -exact なレベルの解析は、今後ますます重要度が増すであろう。超対称性の破れの機構や、超対称性が破れた後の非常に小さな宇宙定数（ダークエネルギー）の起源を論ずることは極めて重要であるが、超重力理論や超対称ゲージ理論を用いた多くの研究は、この問題に対し不十分であると言わざるを得ない。更に宇宙論の模型を研究する際には非定常な系を対象にしなければならぬが、非常に重い粒子の生成に起因する超弦理論に特有のハゲドーンの紫外発散が生ずる可能性があるため、超重力理論による近似が有効かどうかは常に検討を要する問題である。

AdS/CFT 対応やまたその基本となっている様々なブレーンのダイナミクスの研究も、多くの場合低エネルギー有効理論の立場で解析されているに過ぎず、そのために基礎的な弦理論の枠組みにおいて厳密な解析を目指すことが非常に重要であると考えている。

2. 研究の目的

本研究計画の目的は、非自明な背景時空上の超弦理論及びブレーンのダイナミクスに対し、世界面上の共形場理論の立場から包括的な研究を行い、素粒子模型や宇宙論モデルへの超重力理論を超えたアプローチを行うことである。同時に、共形場理論における数理的な諸問題への研究を通じて、超弦理論の本質的な理解を目指すものである。

共形場理論に基づくアプローチは超弦理論の研究における伝統的な手法であるが、現在も変わらぬ重要性を有し、弦の場の理論や行列理論とは双補的な役割を果たしている。特に α' -補正が無視できないストリング・スケールにおける曲がった背景時空や、幾何学的なターゲット時空としての解釈を持たな

い「非幾何学的背景」上の弦理論に対しては、共形場理論の手法は、現在のところ最も有効な解析手段であると言えるだろう。

3. 研究の方法

大規模な数値計算等を必要としない純理論的な研究であり、「研究目的」に従い、世界面上の共形場理論の手法を用いて、超弦理論の α' -exact な解析を中心とした研究を行った。

本研究課題の具体的なテーマは以下の通りであった：

- (1) 非有理超共形場理論と非コンパクト、あるいは特異性を持った特殊ホロノミー多様体上の超弦理論と D ブレーンの物理的及び数理的性質。特に新たな非正則モジュラー型式を用いた手法の開拓。
- (2) 非幾何学的背景上の弦理論と D ブレーンの性質、及び現実の素粒子模型への応用の可能性の模索。

まず(1)について述べると、非有理共形場理論では、依然として多くの未解決問題が存在し、超弦理論の理論的基礎付け、あるいは数理論理学においても興味深い研究対象である。近年、数学分野でモック・モジュラー型式や非正則ヤコビ形式の研究に進展が見られるが、これらの新しい数学概念が非コンパクト共形場理論と深い関係にあることが認識されつつある。非正則モジュラー型式による非コンパクト共形場理論の研究は、超弦理論の分野において新たなフロンティアとなり得るテーマであり、その点を強く意識して研究を行った。

次に(2)についてであるが、非幾何学的背景上の超弦理論では、通常の幾何学的な超弦真空では実現されない興味深い低エネルギーの物理を導く可能性がある。本研究計画で掲げる共形場理論に基づくアプローチでは、非幾何学的背景上の超弦理論も幾何学的なターゲット空間を持つ超弦真空と理論上同列に扱うことができ、とりわけ α' -exact な解析が可能となる点が大きな advantage となる。この方向性の研究はまだまだ数が少なく、今後ますます発展が期待できるであろう。

4. 研究成果

以下、本研究計画の研究期間内に得られた主要な研究成果について要約する。

- (1) 非コンパクトな背景上の超弦理論と非有理超共形場理論：

SL(2)/U(1)-超対称コセット模型は、シンブ

ルな構造ながら、非コンパクト・カラビヤウ空間（またはより一般の特殊ホロノミー多様体）を背景とする超弦理論の building block としての重要性を持ち、未だ多くの未解決問題を有する非有理超共形場理論の代表例として興味深い研究対象である。当該研究期間において、この模型における「正則アノマリー」、及びそれに深く関連する超共形代数の指標の「モジュラー完備化」に焦点を当て、系統的な一連の研究を行った。以下、得られた主要な成果についてまとめる：

指標のモジュラー完備化が、 $SL(2)/U(1)$ 模型のトーラス分配関数や楕円種数を経路積分によって評価することによって物理的に自然な形で導出されることを明らかにした。

「スペクトラル・フロー展開」を利用することにより、モジュラー完備化のポアンカレ級数と類似した簡明かつモジュラー変換性が明白な表式を得ることに成功した。同時に、得られた「非正則」ポアンカレ級数の経路積分に基づく物理的な導出を明らかにした。

モジュラー完備化の非正則性を相殺する線型結合が、 $N=2$ ミニマル模型の指標と類似した性質を持つことを明らかにした。更に、対応する超共形場模型に対し、 $N=2$ ミニマル模型のある種の「解析接続」としての解釈や、「非幾何学的オービフォルド」としての解釈について議論した。

A 型の孤立特異点を持つ ALE 空間上の超弦理論の楕円種数を解析し、それと「双対」な関係にある「 $N=4$ リュービル理論」の楕円種数が自然に $N=4$ 超共形代数の指標のモジュラー完備化で自然に表現されることを示した。これは、上記の $SL(2)/U(1)$ -模型についての研究の $N=4$ リュービル理論への拡張と位置付けられる。更に、得られた解析結果を利用し、数理物理学上の非常に興味深い現象として知られる「ウンブラル・ムーンシャイン」の物理的な解釈について論じた。

ここまでの主としてモジュラー完備化に関わる研究成果であるが、その他、 $SL(2)/U(1)$ 模型のブラックホール背景への応用として、以下の研究成果を上げる：

非コンパクトなターゲット空間の代表例である non-extremal $NS5$ プレーン背景上の超弦理論のトーラス分配関数を詳細に解析し、特にホーキング温度の値に関わらず「有効的なハゲドーンの不安定性」という興味深い現象が見られることを明らかにした。有効的なハゲドーン

現象は、超重力理論による近似では理解し得ない現象であり、その意味で興味深い研究成果であると考えられる。

(2) 非幾何学的背景上の超弦理論：

次に、非幾何学的背景上の超弦理論についての主要な研究成果について述べる：

「界面」を持つ世界面上の共形場理論に基づき、「非幾何学的背景」上の弦理論を記述する新たなモジュラー不変な弦理論の真空のモデルを提案し、模型の「ユニタリー化」とその界面演算子による物理的な解釈を明らかにした。

非幾何学的背景の代表例である非対称オービフォルド上の超弦理論について研究し、時空の超対称性を完全に破りながら、1-ループの宇宙定数が消えている新しいタイプの超弦真空を構成した。これはオービフォルド群がただ一つの生成元を持ち、従来知られていた同様の性質を持つ模型に比べ非常に単純な構成となっている。更に提案した超弦真空がユニタリー性を持ち、かつ超対称性を完全に破っているにも関わらずタキオン不安定性が現れないことを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

T. Eguchi and Y. Sugawara, “Duality in $N=4$ Liouville Theory and Moonshine Phenomena”, Prog. Theor. Exp. Phys. 2016, in press, 査読有, p1-40

Y. Satoh, Y. Sugawara and T. Wada, “Non-supersymmetric Asymmetric Orbifolds with Vanishing Cosmological Constant”, Journal of High Energy Physics, 2016, JHEP1602(2016)184, 査読有, p1-26, DOI 10.1007/JHEP02(2016)184

Y. Satoh and Y. Sugawara, “Non-geometric Backgrounds Based on Topological Interfaces”, Journal of High Energy Physics, 2015, JHEP1507(2015)022, 査読有, p1-32, DOI 10.1007/JHEP07(2015)022

T. Eguchi and Y. Sugawara, “ Compact Formulas for the Completed Mock Modular Forms ”, Journal of High Energy Physics, 2014, JHEP1411(2014)156, 査読有 ,p1-28, DOI 10.1007/JHEP11(2014)156

Y. Sugawara, “ ‘ Analytic Continuation' of N=2 Minimal Model ”, Prog. Theor. Exp. Phys. 2014, No.4 ,043B02, 査読有 ,p1-23, DOI: 10.1093/ptep/ptu033

Y. Sugawara, “ Thermodynamics of Superstring on Near-extremal NS5 and Effective Hagedorn Behavior ”, Journal of High Energy Physics, 2012, JHEP1210(2012)159, 査読有 ,p1-27, DOI 10.1007/JHEP10(2012)159

Y. Sugawara, “ Comments on Non-holomorphic Modular Forms and Non-compact Superconformal Field Theories ”, Journal of High Energy Physics, 2012, JHEP1201(2012)098, 査読有 ,p1-38, DOI: 10.1007/JHEP01(2012)098

T. Eguchi, Y. Sugawara and A. Taormina, “ Modular Forms and Elliptic Genera for ALE Spaces, Advanced Studies in Pure Mathematics 61, 2011, Exploring New Structures , 査読有 ,p125-129,

T. Eguchi and Y. Sugawara, “ Non-holomorphic Modular Forms and $SL(2, R)/U(1)$ Superconformal Field Theory ”, Journal of High Energy Physics, 2011, JHEP1103(2011)107, 査読有 ,p1-36, DOI:10.1007/JHEP03(2011)107

[学会発表](計 17 件)

菅原 祐二, “ CFT Approach to Non-geometric String Backgrounds ”, 素粒子理論研究会 2016 ~ 量子場理論・超弦理論の進展 ~, 立教大学, 東京都, 2016 年 3 月 16 日.

菅原 祐二, “ N=4 Liouville Theory and Modular Completions ”, 日本物理学会, 大阪市立大学, 大阪府, 2015 年 9 月 25 日.

佐藤 勇二, 菅原 祐二, “ Non-Geometric Backgrounds based on Topological Interfaces ”, 日本物理学会, 早稲田大学, 東京都, 2015 年 3 月 24 日.

菅原 祐二, “ Non-holomorphic Poincare Series and Mock Modular Forms ”, International Workshop, String, Lattice and Moonshine”, 立教大学, 東京都, 2014 年 12 月 5 日.

菅原 祐二, “ $SL(2)/U(1)$ -Supercoset Theory and Modular Completions ”, (series of 3 lectures) International Workshop, APCTP Focus Program, Liouville, Integrability and Branes (10) ”, Asia Pacific Center of Theoretical Physics (APCTP), POSTECH, Pohang, Korea 2014 年 9 月 5-6 日.

菅原 祐二, “ Modular Completions as Non-holomorphic Eisenstein-like Series ”, International Workshop, Mock Modular Forms and Physics”, Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai, India 2014 年 4 月 14 日

菅原 祐二, “ Some Topics on the Modular Completions in $SL(2)/U(1)$ Supercoset Theory ”, JSPS/RFBR 研究会, 立命館大学, 滋賀県, 2014 年 3 月 7 日

菅原 祐二, “ Modular Completions as Non-holomorphic Eisenstein Series ”, 研究会「頂点作用素代数と超弦理論」, 立教大学, 東京都, 2014 年 2 月 1 日.

菅原 祐二, “ A Non-compact Analogue of N=2 Minimal Model ”, 日本物理学会, 広島大学, 広島県, 2013 年 3 月 26 日.

菅原 祐二, “ N=2 および N=4 超共形場理論における modular completion について ”, 信州大学研究会 「場の数理とトポロジー」, 信州大学, 長野県, 2013 年 2 月 6 日.

菅原祐二, “非正則モジュラー型式と非コンパクト超共形場理論”, 立教研究会「弦理論と場の理論における非摂動的的手法」, 立教大学, 東京都, 2012年2月18日.

菅原祐二, “非正則モジュラー型式と非コンパクト超共形場理論”, 大阪素粒子セミナー, 大阪第2ビル, 大阪府, 2011年10月27日

6. 研究組織

(1) 研究代表者

菅原 祐二 (SUGAWARA, Yuji)
立命館大学・理工学部・教授
研究者番号: 70291333

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

和田大樹 (WADA, Taiki)
立命館大学・大学院理工学研究科・大学院生