

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 25 日現在

機関番号：82401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540331

研究課題名(和文)レプトン異常磁気能率の高精度理論計算

研究課題名(英文)High precision calculation of the lepton anomalous magnetic moments

研究代表者

仁尾 真紀子(Nio, Makiko)

独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・仁科センター研究員

研究者番号：80283927

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、電子およびミュー粒子(レプトン)が生来的に持つ磁気的な性質、特に異常磁気能率と呼ばれる量( $g-2$ )を、量子電磁気学(QED)理論計算により数値的に求めることを目的とした。求めた理論値と実験値で精密検証を行い、素粒子標準理論の破綻を探索し、新しい物理学のヒントを得ることが究極の目標である。

レプトン $g-2$ で高精度検証を実行するには、QEDにおいては微細構造定数の5乗、すなわち摂動の10次までの係数の値が必要となる。本研究ではこのQED摂動10次の項で未知であったものをすべてを計算した。また、電子 $g-2$ の実験値とQED理論式から微細構造定数の値を新たに決定した。

研究成果の概要(英文)：We have studied anomalous magnetic moments( $g-2$ ) of the electron and muon, which are the intrinsic properties of the leptons. We used the numerical means to compute  $g-2$ 's based on the theory of quantum electromagnetism, called QED. Obtained theoretical values should be compared to the ones obtained from the experiments in order to search break down of the standard model of the elementary particles, which might be a light spot to a new physics.

To realize the high-precision comparison between theory and experiment in the electron and muon  $g-2$ 's, QED must be known up to the 10th order of its perturbation theory, i.e. the coefficients up to the 5th-power of the fine-structure constant. In our study, we computed yet unknown 10th-order terms of QED contributions to  $g-2$  and determined the complete 10th-order coefficients for both the electron and the muon. We also derived a new value of the fine-structure constant from our fresh QED formula and the experimental value of the electron  $g-2$ .

研究分野：素粒子理論

キーワード：電子 ミュー粒子 異常磁気能率 量子電気力学 数値計算

## 1. 研究開始当初の背景

2011年に本研究を開始した当時、電子およびミュオン粒子の異常磁気能率( $g-2$ )に関する新しい実験の準備が順調に進捗しているところであった。

電子  $g-2$  は 2008 年にハーバード大学のグループが 0.24 ppb という非常に高い精度の値を得ている。新しく建設中の実験装置では、電子だけでなく陽電子の  $g-2$  も測定できるように設計され、さらに電子(陽電子)を閉じ込める金属筒のサイズを小さくすることで、100 億分の 1 の精度での  $g-2$  の値を得ることを目指している。

ミュオンの  $g-2$  として広く受け入れられている数値は、21 世紀初頭の米国国立ブルックヘブン研究所での正および負電荷ミュオンの実験結果である。電子と違いミュオン粒子は短時間で崩壊するため、一個だけを捕獲して測定するということが不可能であり、電子  $g-2$  と比較すると劣る 0.5ppm の精度が限界であった。しかし、ミュオン粒子は電子の約 200 倍の質量を持つため、約 4 万倍も未知の重い新粒子の存在を反映しやすい。現在の素粒子理論を超える物理現象の探索を理論と実験の精密検証から行う実験として、ミュオン粒子の  $g-2$  測定は最も有力な手段と考えられている。そのため、現在、米国のフェルミ研究所と日本の J-PARC の 2 組の独立な実験が 2016 年頃の測定を目指して準備をすすめている。

電子およびミュオン粒子の  $g-2$  の値は、そのほぼ 99.999%以上が電磁気力での量子的な補正効果によって説明できることが 1947 年頃から知られている。この量子電磁気学(QED)は当時に完成したものであるが、微細構造定数を展開のパラメタとして、摂動計算によって  $g-2$  の値を効率よく再現することが知られている。電子、ミュオン粒子とも既成の実験結果と同等以上の精度、さらに次の実験にも応えられるだけの精度を QED で実現するためには、 $\alpha$  の 5 乗、すなわち摂動 10 次までのすべての摂動項を知る必要がある。

すでに摂動 6 次までの係数は、複数のグループによって複数の計算方法を用いて相互検証されており揺るぎない値となっていた。しかし、摂動 8 次の項は私たちのグループの計算結果のみが存在している状況であり、さらに摂動 10 次は、私たちによって、その一部の部分的な寄与のみが知られているばかりであった。

摂動 10 次においては、通常用いる頂点関数のファインマン図の数にすると 12672 個を計算せねばならず、しかもその一個一個の寄与を与える積分は非常に複雑な多次元積分の形となる。私たちのグループでは、2003 年頃からこの 10 次のすべての項を数値計算によって求めることを目標とし、研究を続けた。

ファインマン図から導かれるファインマン規則に基づいて積分を生成し、また、そこ

に含まれる紫外発散と赤外発散の相殺項をも生成し、有限で数値積分可能な被積分関数を FORTRAN プログラムの形で自動生成するコンピュータコードを開発することに成功していた。

## 2. 研究の目的

本研究での具体的な目的は、自動生成によって作った FORTRAN プログラムを用い、実際に多次元積分を数値的に実行し、正確な値を得ることである。これによって、電子  $g-2$  の摂動 8 次の項の不確定性を半分に、10 次の項の不確定性を 0.5 以下にし、かつ、その不確定性を信頼度の高いものとして求める。

これによって、ハドロンや弱い相互作用の効果も含む電子  $g-2$  の理論からの不確定性を 0.02 ppb 以下にし、次の実験結果にも対応できるように準備する。

## 3. 研究の方法

2009 年夏に理研に導入された RICC スーパーコンピュータシステムを用いて数値計算を行った。数値計算プログラムは既に関済みの自動生成コードから作成、あるいは、それをベースに改良したものをを用いて作成した。

当初は一般的にデバッグの容易な形式でプログラムを生成し、それをを用いて、最初の数値計算を行った。さらに、RICC のメインリソースであるインテル製のチップに特化して高速化とパラメタチューニングを行い、当初プログラムの約 3 倍の高速化を達成した。これによって、当初プログラムによる計算と、高速化後のプログラムによる計算の 2 回を実行することが可能となった。

この 2 回の計算で予想外であったことは、収束が早く比較的容易に数値計算できると思われていた積分群で、2 回の計算の積分値に大きな乖離がみられたことである。解析的にはこれらの多重積分は積分変数からどのようなファインマンパラメタへの変換をとっても同等の結果を出すものである。むしろ、これを用いて、数値計算結果の検証を行ってきた。

ところが 10 次の積分の場合、被積分関数が長大で複雑であり、かつ 9 から 13 という高次元の多重積分であるため、現実的なコンピュータ資源と計算時間では、モンテカルロ積分のための統計量が不足することがある。これを補うためには、積分プログラム VEGAS の積分変数から被積分関数のファインマンパラメタへのマッピングをファインマン図の発散の構造を反映したものに選び直す必要がある。この選び方は一意に決まるものではなく、経験に基づき、試行を繰り返して決定した。

## 4. 研究成果

プログラムを高速化したため、パラメタマッピングの試行錯誤の時間を捻出すこと

が可能となり、より信頼度の高い積分値とその不確定性を得る事ができた。フェルミオンループを含むファインマン図では計算は比較的容易であり、ゲージ変換に対して不変な値を与えるファインマン図のセットごとに計算をまとめて、論文として出版した。

フェルミオンループを含まない光子だけからの量子補正を表す 6354 個のファインマン図のセットについても数年間にわたる RICC での数値計算の速報値がようやく求まり、2012 年に電子およびミュオン粒子の QED の摂動 10 次の項の値を報告した。さらに摂動 8 次と 10 次の項の不確定性を改良した値を報告することができた。これにより、電子  $g-2$  のハーバード大の 2008 年実験値が  $a_e=(g-2)/2$  として

$$a_e(\text{実験}) = 1\,159\,652\,180.73(28) \times 10^{-12}$$

であるのに対し、ハドロンや弱い相互作用の影響も含めた素粒子理論の予測値としての値は

$$a_e(\text{理論}) = 1\,159\,652\,181.64(3)(3)(2)(77) \times 10^{-12}$$

と求められ、10桁の一致をみている。ここで、理論値の不確定性はそれぞれ QED 摂動 8 次、10 次、ハドロンと弱い相互作用の寄与、そして光学格子上的ルビジウム原子の反跳から決めた微細構造定数 から来ている。

逆に、QED の摂動計算は微細構造定数のベキ展開級数として書かれており、ハドロン等の寄与が十分に小さいことから、 $a_e$  に関して理論式=実験値とおいて を解くと

$$1/\alpha = 137.035\,999\,1570(29)(27)(18)(331)$$

と得られ、世界最高の精度での微細構造定数の決定となっている。ここで、不確定性はそれぞれ QED 8 次、10 次、ハドロンと弱い相互作用、そしてハーバード大の 2008 年実験値となっている。QED 理論としての、電子  $g-2$  の次世代実験にむけた準備が整ったと言えよう。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

### 査読付き原著論文

[1] "Tenth-order electron anomalous magnetic moment: Contribution of diagrams without closed lepton loops", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. D 91, 033006 (2015) – Published 24 February 2015.

DOI: [10.1103/PhysRevD.91.033006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.033006)

[2] "Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon  $g-2$ ", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. Lett. 109, 111808 (2012) – Published 13 September 2012. DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.111808](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.111808)

[3] "Tenth-Order QED Contribution to the Electron  $g-2$  and an Improved Value of the Fine Structure Constant", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. Lett. 109, 111807 (2012) – Published 13 September 2012. DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.111807](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.111807)

[4] "Tenth-order QED contribution to the lepton anomalous magnetic moment: Sixth-order vertices containing an internal light-by-light-scattering subdiagram", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. D 85, 093013 (2012) – Published 21 May 2012. DOI: [10.1103/PhysRevD.85.093013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.093013)

[5] "Tenth-order QED lepton anomalous magnetic moment: Eighth-order vertices containing a second-order vacuum polarization", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. D 85, 033007 (2012) – Published 22 February 2012. DOI: [10.1103/PhysRevD.85.033007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.033007)

[6] "Tenth-Order Lepton Anomalous Magnetic Moment—Sixth-Order Vertices Containing Vacuum-Polarization Subdiagrams", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Phys. Rev. D 84, 053003 (2011) – Published 6 September 2011. DOI: [10.1103/PhysRevD.84.053003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.053003)

### 査読付き レビュー論文

[7] "Quantum electrodynamics calculation of lepton anomalous magnetic moments: Numerical approach to the perturbation theory of QED", Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio Progress of Theoretical and Experimental Physics, 01A107 (2012). DOI: [10.1093/ptep/pts030](https://doi.org/10.1093/ptep/pts030)

査読なし レビュー記事

[8] QED 摂動論によるレプトン異常磁気能率の計算、青山龍美，早川雅司，木下東一郎，仁尾真紀子、日本物理学会誌 第 69 巻第 6 号，376-380. 2014 年 6 月  
<http://www.jps.or.jp/books/gakkaishi/2014/06/69-06researches2.pdf>

[9] 素粒子物理の相互作用～微細構造定数～ 仁尾真紀子、数理科学 2013 年 5 月号 No.599 特集：「次元の作法」--物理を表現する心得--  
[http://www.saiensu.co.jp/?page=book\\_details&ISBN=4910054690538&YEAR=2013](http://www.saiensu.co.jp/?page=book_details&ISBN=4910054690538&YEAR=2013)

〔学会発表〕(計 3 件)

[1] QED tenth-order contribution to the electron  $g-2$  and a new value of the fine-structure constant, Makiko Nio, Invited talk, Fundamental Constants Meeting, Eltville, Germany, 1-6 February 2015.

[2] Tenth-order QED calculation of the lepton anomalous magnetic moments and precision determination of the fine-structure constant, Makiko Nio, Invited talk, 5<sup>th</sup> GCOE International symposium on Waving Science Web beyond particle-matter hierarchy, Tohoku University, Sendai, Japan, March 4-6, 2013.

[3] A tenth-order QED contribution to the lepton  $g-2$ , Makiko Nio, the 43<sup>rd</sup> annual meeting of the American Physical Society, Division of Atomic, Molecular, and Optical Physics, Invited Session: The fine structure constant, Anaheim, CA, USA June 4-8, 2012.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況 (計 0 件)

名称：

発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等  
理研広報プレスリリース(2012)  
<http://www.riken.jp/pr/press/2012/20120910/>

6. 研究組織

(1)研究代表者  
仁尾 真紀子 (Nio, Makiko)  
理化学研究所・仁科加速器研究センター・仁科センター研究員

研究者番号：80283927

(2)研究分担者  
なし ( )

研究者番号：

(3)連携研究者  
なし ( )

研究者番号：

(4)研究協力者  
木下 東一郎 (Kinoshita, Toichiro)  
Cornell University, Newman Laboratory for Elementary-particle physics,  
Goldwin-Smith Professor, Emeritus.