

平成 27 年 5 月 29 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540440

研究課題名(和文) スピングラスにおけるミクロカノニカル分布とカノニカル分布の等価性・非等価性

研究課題名(英文) Equivalence and inequivalence of microcanonical and canonical ensembles in spin glasses

研究代表者

西森 秀稔(Nishimori, Hidetoshi)

東京工業大学・理工学研究科・教授

研究者番号：70172715

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：原子のようなミクロな構成要素が多数集まったときの系の挙動を明らかにするのが統計力学である。統計力学のミクロカノニカル分布とカノニカル分布は物理量の計算において多くの場合同じ結論に導くが、長距離相互作用系などのような特異な性質を持つ場合には異なる結果になることも知られている。本研究では、長距離相互作用とランダムさの競合する系における分布の等価性や平均場理論の厳密性などの条件を解析的に明らかにした。

研究成果の概要(英文)：Statistical mechanics aims to clarify the behavior of systems with many microscopic components. Microcanonical and canonical ensembles of statistical mechanics lead to the same results in most cases, but this is known not to be the case where the system has singular properties such as long-range interactions. In the present study, we have analytically clarified conditions under which the ensembles become equivalent or the mean-field theory gives exact answers.

研究分野：統計力学

キーワード：ミクロカノニカル分布 カノニカル分布 スピングラス

1. 研究開始当初の背景

統計力学の基礎をなすミクロカノニカル分布とカノニカル分布は等価であるとされている。原理的にはどの分布で計算しても同じ結果が出るが、実用的にはカノニカル分布(場合によってはグランドカノニカル分布)が計算上便利であることが知られている。しかしながら、状況によっては2つの分布が必ずしも同じ結果が出さない場合があるということが30年ほど前から天体物理学を中心とする一部の分野で指摘されていた。10年ほど前から統計力学の問題でも、長距離相互作用を持つ系で1次転移が起きる場合には、ミクロカノニカル分布とカノニカル分布が食い違った相図を与える例が見つかった。最近数年間にいくつかの知見が得られるようになりこの分野が活性化し始めている。

無限レンジ相互作用を持つ系は長距離相互作用の極端な例であるが、ランダムさを含む系について、カノニカル分布とミクロカノニカル分布の関係は本研究以前には全く調べられてなかった。一方、典型的なランダム系であるスピングラスでは、長距離相互作用の極限である無限レンジ系が平均場理論の代替模型として極めて頻繁に活用されている。当然ながら、これまでのすべての計算はカノニカル分布を用いて実行されてきた。これらの結果が分布の性質(ミクロカノニカルかカノニカルか)に依存するのかどうかは未解明の重要な問題であった。

2. 研究の目的

ランダムさを含むスピン系においてミクロカノニカル分布とカノニカル分布が同じ結果を与えるか否かを明らかにする。特に、スピングラスおよびランダム磁場イジング模型において、これまで知られている平均場理論(無限レンジ相互作用系)のカノニカル分布による解析結果が、分布の変更によってどのような影響を受けるかを調べる。

ランダム磁場イジング模型においては、カノニカル分布に基づいた平均場理論の取り扱いによると1次転移が出現する場合があることが知られている。そこで、この模型およびそれを拡張したモデルをミクロカノニカル分布の方法を用いて解析し、カノニカル分布の結果と照合する。1次転移と長距離相互作用のある系において分布間の等価性・非等価性とどのような関係にあるかを明らかにする。

スピングラスについては、無限レンジ模型のカノニカル分布での解析は十分なされているが、ミクロカノニカル分布の方法を持ち込むことにより新たな視点を提供し、未知の性質の有無について解明することを目的とする。

3. 研究の方法

ランダムさを含むスピン系であっても相互作用が無限レンジの場合には厳密解が得られる場合があると考えられる。そこで、ランダム磁場イジング模型およびスピングラ

スの無限レンジ模型につき、従来研究されてこなかったミクロカノニカル分布の方法で解を求め、その結果をカノニカル分布の解と比較することにより、ランダムさを含む系における統計分布の等価性・非等価性の条件を明らかにする。

4. 研究成果

論文1においてランダム磁場がかけられ、かつ多体強磁性相互作用を持つイジング模型のミクロカノニカル分布による解析を行った。相互作用が2体のときはランダムさのない系について従来から知られている結果と類似の結果になったが、3体以上の場合にはこれまで知られてなかった顕著な性質(例えばマックスウェル構成が不可能であることなど)が明らかになり、ランダム磁場が分布の等価性に重大な影響を及ぼすことが分かった。

論文2においては、スピングラスのゲージ理論をミクロカノニカル分布において展開し、カノニカル分布の結果がすべて同じ形で再現されることが示された。これは系の大きさや相互作用の到達距離、さらには空間次元によらず成立する。特に、有限系であってもある物理量に関しては2つの分布で完全に同じ結果が得られたことは驚くべき事実である。

論文5においては、非線形短距離相互作用を持つ球形模型の厳密解を2つの分布で求め、1次転移の存在と分布の等価性の関係を明らかにした。短距離相互作用系においては無限レンジ系と違って空間的な構造が一樣でない場合が生じうるが、そのような構造を考えに入れると分布の等価性が成立しうることを明らかにした。

論文6においては、ランダムな無限レンジ多体相互作用を持つスピングラスを解析した。1次相転移を持つ3体以上の相互作用系の場合には、相図の構造がミクロカノニカル分布とカノニカル分布で異なることを示した。これは、ランダムな無限レンジ相互作用を持つスピン系に関する初めての系統的な研究であり、分布の非等価性がランダムさの内径とやや異なる形で発現することが明らかにされた。

論文9においては、ランダムな非線形無限レンジ相互作用を持つ球形模型の厳密解を求めた。相互作用が非線形になると転移が1次になって分布の非等価性が発現しやすいことが期待される。実際、本研究の結果によると、1次転移が生じるパラメータ領域において負の比熱や相図の異常な構造が存在することが明らかになった。

その他、論文3、4、7、8、10、11、12において関連した研究を行った。

以上の研究成果は、学術論文だけでなく多くの招待講演として広く発表の機会を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 13 件)

1. H. Nishimori, J. Tsuda and S. Knysh, Comparative study of the performance of quantum annealing and simulated annealing, Phys. Rev. E 92, 012104 (2015) 【査読あり】
2. J. Tsuda and H. Nishimori, Mean-field theory is exact for the random-field model with long-range interactions, J. Phys. Soc. Jpn. 83, 074002 (2014) 【査読あり】
3. R. Miyazaki and H. Nishimori, Real-space renormalization group approach to the random transverse-field Ising model in finite dimensions, Phys. Rev. E 87, 032154 (2013) 【査読あり】
4. J. Tsuda, Y. Yamanaka and H. Nishimori, Energy gap at first-order quantum phase transitions: An anomalous case, J. Phys. Soc. Jpn. 82, 114004 (2012) 【査読あり】
5. Y. Murata and H. Nishimori, Ensemble inequivalence in the spherical spin glass model with nonlinear interactions, J. Phys. Soc. Jpn. 81, 114008 (2012) 【査読あり】
6. B. Seoane and H. Nishimori, Many-body transverse interactions in the quantum annealing of the p-spin ferromagnet, J. Phys. A 45, 435301 (2012) 【査読あり】
7. Y. Seki and H. Nishimori, Quantum annealing with antiferromagnetic fluctuations, Phys. Rev. E 85, 051112 (2012) 【査読あり】
8. Z. Bertalan and H. Nishimori, Many-body spin glasses in the microcanonical ensemble, Phil. Mag. 92, 2 (2012) 【査読あり】
9. K. Takahashi, H. Nishimori and V. Martin-Mayor, J. Stat. Mech. P08024 (2011) 【査読あり】
10. M. Ohzeki, H. Katsuda and H. Nishimori, Nonequilibrium work on spin glasses in longitudinal and transverse fields, J. Phys. Soc. Jpn. 80, 084002 (2011) 【査読あり】
11. Y. Matsuda, H. Nishimori, L. Zdeborova and F. Krzakala, Random-field p-spin glass model on regular random graphs, J. Phys. A 44, 185002 (2011) 【査読あり】
12. H. Nishimori, Microcanonical analysis of spin glasses using gauge symmetry, J. Phys. Soc. Jpn. 80, 023002 (2011) 【査読あり】
13. Z. Bertalan, T. Kuma, Y. Matsuda and H. Nishimori, Ensemble inequivalence in the ferromagnetic p-spin model in random fields, J. Stat. Mech. P01016, 2011 【査読あり】

〔学会発表〕(計 19 件)

1. 西森 秀稔 量子アニーリングと D-Wave マシン, 第 3 回統計物理学懇談会 (慶応大,

2015 年 3 月) (招待講演)

2. 西森 秀稔 量子アニーリングと D-Wave マシン, 第 3 回統計物理学懇談会 (慶応大, 2015 年 3 月) (招待講演)
3. 西森 秀稔 量子アニーリングの基礎と応用, QUATUO 研究会 (高知工科大, 2015 年 1 月) (招待講演)
4. H. Nishimori, Relation of classical non-equilibrium dynamics and quantum annealing, Statphys-KolkataVIII (Kolkata, India, December 2014) (招待講演)
5. H. Nishimori, Theory and applications of quantum annealing, Physics of quantum information processing (Osaka, Japan, August 2014) (招待講演)
6. H. Nishimori, Overview of the theory of spin glasses and its applications to quantum codes, International Workshop on Quantum LDPC Codes, (Waterloo, Canada, July 2014) (招待講演)
7. H. Nishimori, Relation between classical dynamics and quantum Hamiltonians, Advances on Nonequilibrium Statistical Mechanics (Florence, Italy, June 2014) (招待講演)
8. H. Nishimori, Is quantum annealing equivalent to simulated annealing? Third International Workshop on Adiabatic Quantum Computing (AQC 2014) (Los Angeles, USA, June 2014) (招待講演)
9. 西森 秀稔 量子アニーリングの基礎と応用, 第 30 回量子情報技術研究会(QIT30) (名古屋大学, 2014 年 5 月) (招待講演)
10. H. Nishimori, Theory of quantum annealing, Google Tech Talk at Google LA (Los Angeles, California, USA, March 2014) (招待講演)
11. H. Nishimori, Theory of quantum annealing, Seminar at NASA Ames Research Center, (Mountain View, California, USA, March 2014) (招待講演)
12. 西森 秀稔 量子アニーリング, 量子情報の新展開 (京大基研, 2014 年 3 月) (招待講演)
13. 西森 秀稔 量子アニーリングの基礎と応用, 応用物理学会超伝導分科会研究会 (産総研, 2013 年 11 月) (招待講演)
14. H. Nishimori, Quantum annealing: Basics and beyond, Quantum Information meets Statistical Mechanics (QISM 2012) (Innsbruck, Austria, September 2012) (招待講演)
15. H. Nishimori, Ensemble inequivalence in disordered spin systems, Workshop on equilibrium and out-of-equilibrium properties of systems with long-range interactions (Lyon, France, August 2012) (招待講演)
16. H. Nishimori, Multi-dimensional quantum paths to optimization problems,

Nonequilibrium statistical physics of complex systems (Seoul, Korea, July 2012)

(招待講演)

17. H. Nishimori, Quantum annealing -- Convergence theorems and the choice of quantum terms, Workshop on Disordered Quantum Systems(Paris, France, April 2012) (招待講演)

18. H. Nishimori, Ensemble inequivalence in disordered spin systems, Unifying Concepts in Glass Physics (Paris, France, December 2011) (招待講演)

19. H. Nishimori, Equivalence and inequivalence of canonical and microcanonical ensembles, Fall Meeting of Chinese Physical Society, Hangzhou, China, (September 2011) (招待講演)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.stat.phys.titech.ac.jp/~nishimori/>

6. 研究組織

(1)研究代表者

西森 秀稔 (Nishimori, Hidetoshi)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号 : 70172715

(2)研究分担者

()

研究者番号 :

(3)連携研究者

()

研究者番号 :