

平成 28 年 4 月 12 日現在

機関番号：13701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23560066

研究課題名(和文)固有値問題の高速かつ高品質な精度保証付き数値計算法の研究

研究課題名(英文) Study on fast and effective numerical verification algorithms in eigenvalue problems

研究代表者

宮島 信也 (Miyajima, Shinya)

岐阜大学・工学部・准教授

研究者番号：20367072

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：理工学においては、現象を理解するために数理モデルが作られ、これらのモデルを解くことによって、未知の現象の予測や新たな工学的製品の設計等が可能となる。これらのモデルは解析的な手法で解くことが困難であるため、計算機を用いた数値計算により解かれることが多い。

計算機を用いた数値計算では、その計算は正確には行われない。計算結果から正しい結論を得るためには、計算結果の誤差評価を行って厳密解の存在範囲を確定する必要がある。計算機上でこれを行う方法が精度保証付き数値計算法である。本研究課題では、行列の固有値問題及びその関連分野において、高速かつ高品質な精度保証付き数値計算法を確立した。

研究成果の概要(英文)：In science and engineering, mathematical models are developed for understanding phenomena. By solving these models, forecasting unknown phenomena and designing new industrial goods are possible. These models are frequently solved by numerical computations, since solving them analytically is difficult.

In general, results of numerical computations do not coincide with exact solutions, since some kinds of errors are included. In order to obtain exact conclusions from the numerical results, we need to estimate the errors and compute sets enclosing the exact solutions. The numerical verification algorithms have been developed for this purpose. In this study, we established fast and effective numerical verification algorithms in matrix eigenvalue problems and related topics.

研究分野：数値解析

キーワード：精度保証付き数値計算

1. 研究開始当初の背景

行列の固有値問題の解に対する精度保証付き数値計算については、これまでにいくつかの方法が提案されていた。一方、これらの方法は必ずしも高速かつ高品質な結果を与えるものではなかった。

2. 研究の目的

本研究の目的は行列の固有値問題並びに関連する問題において、高速かつ高品質な結果を与える精度保証付き数値計算法を確立することである。

3. 研究の方法

まず、既存の数値計算法により得られた結果の誤差限界を計算するための理論を構築する。そして、構築した理論に基づいたプログラムを作成する。

4. 研究成果

以下の問題において、高速かつ高品質な結果を与える精度保証付き数値計算法を確立した。

- ・標準固有値問題
- ・一般化固有値問題
- ・連立一次方程式
- ・行列多項式関数値の計算
- ・シルベスター方程式
- ・一般化シルベスター方程式
- ・最小二乗問題
- ・一般化最小二乗問題
- ・劣決定問題
- ・特異値問題
- ・一般化特異値問題
- ・行列逆平方根
- ・連続時間代数リカッチ方程式

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計14件)

1. Shinya Miyajima, Fast verified computation for solutions of continuous-time algebraic Riccati equations, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Volume 32, pp. 529-544, 2015, 査読有, DOI 10.1007/s13160-015-0178-4

2. Shinya Miyajima, Fast enclosure for the minimum norm least squares solution of the matrix equation $AXB = C$, Numerical Linear Algebra with Applications, Volume 22, pp. 548-563, 2015, 査読有, DOI 10.1002/nla.1971

3. Shinya Miyajima, A sharp error bound of the approximate solutions for saddle point linear systems, Journal of Computational

and Applied Mathematics, Volume 277, pp. 36-46, 2015, 査読有, DOI 10.1016/j.cam.2014.09.003

4. Shinya Miyajima, Fast enclosure for solutions of generalized least squares problems, Reliable Computing, Volume 20, pp. 89-112, 2015, 査読有, <http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/volume-20/reliable-computing-20-pp-089-112.pdf>

5. Shinya Miyajima, Fast enclosure for a matrix inverse square root, Linear Algebra and its Applications, Volume 467, pp. 116-135, 2015, 査読有, DOI 10.1016/j.laa.2014.11.007

6. Shinya Miyajima, Verified bounds for all the singular values of matrix, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Volume 31, pp. 513-539, 2014, 査読有, DOI 10.1007/s13160-014-0145-5

7. Shinya Miyajima, Fast enclosure for all eigenvalues and invariant subspaces in generalized eigenvalue problems, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, Volume 35, pp. 1205-1225, 2014, 査読有, DOI 10.1137/140953150

8. Shinya Miyajima, Fast enclosure for solutions of generalized Sylvester equations, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Volume 31, pp. 293-304, 2014, 査読有, DOI 10.1007/s13160-014-0139-3

9. Shinya Miyajima, Componentwise enclosure for solutions of least squares problems and underdetermined systems, Linear Algebra and its Applications, Volume 444, pp. 28-41, 2014, 査読有, DOI 10.1016/j.laa.2013.11.044

10. Shinya Miyajima, Fast enclosure for solutions of Sylvester equations, Linear Algebra and its Applications, Volume 439, pp. 856-878, 2013, 査読有, DOI 10.1016/j.laa.2012.07.001

11. Shinya Miyajima, Fast enclosure of matrix polynomials, Reliable Computing, Volume 18, pp. 9-14, 2013, 査読有, <http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/volume-18/reliable-computing-18-pp-009-014.pdf>

12. Shinya Miyajima, The relation between two types of error bounds for computed

matrix eigenvalues, *Reliable Computing*, Volume 16, pp. 107-113, 2012, 査読有, <http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/volume-16/reliable-computing-16-pp-107-113.pdf>

13. Shinya Miyajima, Componentwise error estimates for solutions obtained by stationary iterative methods, *Reliable Computing*, Volume 16, pp. 102-106, 2012, 査読有, <http://interval.louisiana.edu/reliable-computing-journal/volume-16/reliable-computing-16-pp-102-106.pdf>

14. Shinya Miyajima, Numerical enclosure for each eigenvalue in generalized eigenvalue problem, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 236, pp. 2545-2552, 2012, 査読有, DOI 10.1016/j.cam.2011.12.013

[学会発表](計 21 件)

1. 宮島信也, Fast verified computation for solutions of nonsymmetric algebraic Riccati equations arising in transport theory, 日本応用数学会平成 28 年研究部会連合発表会, 2016 年 3 月 4 日, 神戸学院大学 (兵庫県神戸市)

2. Shinya Miyajima, Verified solutions of delay eigenvalue problems with multiple eigenvalues, *SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, October 28 2015, Atlanta (US)

3. 宮島信也, Validated solutions of delay eigenvalue problems with multiple eigenvalues, 日本応用数学会 2015 年度年会, 2015 年 9 月 10 日, 金沢大学 (石川県金沢市)

4. 宮島信也, Validated solutions of delay eigenvalue problems, 第 44 回数値解析シンポジウム, 2015 年 6 月 10 日, ぶどうの丘 (山梨県甲州市)

5. 宮島信也, 行列のすべての固有値と不変部分空間に対する数値的検証法, 日本応用数学会平成 27 年研究部会連合発表会, 2015 年 3 月 6 日, 明治大学 (東京都中野区)

6. Shinya Miyajima, Enclosing solutions of the delay eigenvalue problem, 2015 Australia and New Zealand Industrial and Applied Mathematics Conference, February 5 2015, Gold Coast (Australia)

7. Shinya Miyajima, Fast inclusion for the matrix inverse square root, 16th GAMM -

IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, September 23 2014, Würzburg (Germany)

8. Shinya Miyajima, Verified solutions of saddle point linear systems, 16th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, September 22 2014, Würzburg (Germany)

9. 宮島信也, 連続時間代数リカッチ方程式の解に対する簡便かつ高速な数値的検証法, 日本応用数学会 2013 年度年会, 2013 年 9 月 9 日, アクロス福岡 (福岡県福岡市)

10. Shinya Miyajima, Fast verified computation for solutions of generalized least squares problems, 2013 The European Numerical Mathematics and Advanced Applications Conference, August 27 2013, Lausanne (Switzerland)

11. 宮島信也, Fast inclusion for solutions of generalized least squares problems, 第 42 回数値解析シンポジウム, 2013 年 6 月 12 日, 四国道後館 (愛媛県松山市)

12. Shinya Miyajima, Fast enclosure for solutions of continuous-time algebraic Riccati equations, The 9th East Asia SIAM Conference - The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, June 19 2013, Bandung (Indonesia)

13. Shinya Miyajima, Fast inclusion for the minimum norm least squares solutions of the matrix equations $AXB = C$, The 9th East Asia SIAM Conference - The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, June 19 2013, Bandung (Indonesia)

14. Shinya Miyajima, Componentwise inclusion for solutions in least squares problems and underdetermined systems, 15th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, September 27 2012, Novosibirsk (Russia)

15. Shinya Miyajima, Verified computations for all generalized singular values, 15th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, September 27 2012, Novosibirsk (Russia)

16. 宮島信也, シルベスター方程式の解に対する高速な数値的検証法, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 2011 年 9 月 15 日, 同志社大学 (京都府京都市)

17. Shinya Miyajima, Enclosing solutions in Sylvester equations, The 17th International Linear Algebra Society Conference, August 22 2011, Braunschweig (Germany)

18. Shinya Miyajima, Error estimation for solutions obtained by stationary iterative methods, 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, July 19 2011, Vancouver (Canada)

19. Shinya Miyajima, The relation between two algorithms for enclosing matrix eigenvalues, 24th Biennial Conference on Numerical Analysis, June 30 2011, Glasgow (Scotland)

20. 宮島信也, Error bounds for solutions obtained by stationary iterative methods, 第 40 回数値解析シンポジウム, 2011 年 6 月 20 日, 鳥羽シーサイドホテル (三重県鳥羽市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮島 信也 (Miyajima Shinya)

岐阜大学・工学部・准教授

研究者番号: 20367072