

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 18 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23560472

研究課題名(和文) 精度保証付計算アルゴリズムの性能検証のための極端にたちの悪い行列及び回路の生成

研究課題名(英文) Generation of extremely ill-conditioned matrices and illconditioned circuits

研究代表者

西 哲生 (NISHI, TETSUO)

早稲田大学・理工学術院・招聘研究員

研究者番号：40037908

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円、(間接経費) 1,230,000円

研究成果の概要(和文)：数値計算アルゴリズムの`良さ`は、解きにくい問題、すなわち、小さな計算誤差により解が大きく変わる問題を解かせることで評価できる。連立1次方程式の場合には、非常に大きな条件数の行列を係数行列とする問題を解かせればよい。また非線形方程式の場合には、解が狭い解空間に密集する場合などである。

本研究では、極端に大きな条件数をもつ行列の生成および条件数の上界について検討し、ほぼ上界に近い条件数の実現の可能性を明らかにした。また、トランジスタ由来の非線形方程式について、この解曲線方程式に関する極めて顕著な特徴を見出した。

研究成果の概要(英文)：The quality of numerical algorithms can be evaluated by solving extremely ill-conditioned problems; For example, linear simultaneous equations having a coefficient matrix with extremely large condition number and nonlinear equations possessing infinitely many solutions. For this purpose we studied on the generation of extremely ill-conditioned matrices and on an upper bound of the condition number of a matrix and showed the possibility that the upper bound of the condition number derived by Guggenheimer, et al may approximately be achieved.

We also investigate a nonlinear equation derived originally from transistor circuits and found some interesting properties of solution curve equations derived from it.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電子通信工学・非線形回路

キーワード：たちの悪い行列の生成 行列の条件数 非線形方程式 解の個数 行列 アダマール行列

1. 研究開始当初の背景

数値計算の分野において精度保証付き計算の手法が急速に発展し(下記の文献[a1]-[a3]), この観点からの各計算法の良さの評価が必要となり, この評価には極めて解きにくい問題を解かせるとよい. 一口に解きにくい問題といっても対象とする問題の種類により異なる. 本研究課題では, 最も典型的な連立1次方程式に関わる行列の条件数と非線形連立方程式について検討している. 以下にこの二つのテーマの背景について述べる.

(1) 大きな条件数をもつ行列の生成

n 変数の連立1次方程式 $Ax = b$ の解にくさは n 次行列 $A = [a_{ij}]$ の条件数 ($\|A\| \|A^{-1}\|$; たちの悪さの指標) で決まる. 極端に大きな条件数の行列の生成には非常にデリケートな計算が要求されるので, A をまず整数行列として生成し, 最後に実数化する. 生成には Rump 法 [a4] がよく知られ, Matlab(Intlab) 上で実装され, 実用的には専らこれが用いられている. Rump 法は, 第1のステップで

$$V = \begin{bmatrix} P & kQ \\ Q & P \end{bmatrix}, \quad (k \text{ は小さな正整数}) \quad (1)$$

を満たす非常に大きな整数 P, Q をペル (Pell) 方程式 $P^2 - kQ^2 = 1$ の解として定める. 第2ステップではこの P, Q をもとにして, スパースではあるが条件数の極めて大きな行列を作り, 第3ステップではこの行列をある変換により密な行列に変換するという3ステップで生成するが, 次の短所をもつ. 1) ペル方程式の解はそれほど多くないので, ステップ1, 2で生成できる行列の個数は多くない, 2) ステップ3での変換の性質があまりはっきりしない, 3) 得られる行列はベンチマーク行列としては必ずしも望ましくない(研究成果の論文 [b4] 参照). さらに条件数に関しては, Guggenheimer らによる上界 [a6] が示されているが, この上界は従来法 (Rump 法など) による実現値と $n^{n/2}$ 倍という大きなギャップがあり, 実際に到達できるか否かの明確な結果がない. 以上の問題点に対して, 研究代表者は以前 Rump 法の拡張を行った [a5][b4].

行列要素の桁数(大きさ)の増加に伴い大きな条件数が実現できることは明らかなので

仮定 1: μ を正整数とし, $A = [a_{ij}]$ は $|a_{ij}| \leq \mu$ を満たす整数行列

という前提で議論する. Rump 法の第1ステップで, 式(1)の代わりに

$$V = \begin{bmatrix} P & F \\ Q & G \end{bmatrix}, \quad (|V| = PG - QF = 1) \quad (2)$$

を満たす μ^n 程度の大きさの P, Q, F, G を求めることを提案した [b4]. すなわち, 互いに素な整数 P, Q からユークリッドの互除法により F, G を求めるもので, Rump 法でのペル方程式の解よりも遙かに多くの解が得られる.

(2) 非線形方程式の解曲線

本課題で検討対象とする n 変数の非線形連立方程式は, トランジスタ回路由来の $f(x) + Ax = b$ という形の方程式である. ここで, 非線形関数ベクトル $f(x)$ は第 i 要素が x_i のみの非線形関数であり, A は n 次実行列である. $f_i(x_i)$ は回路的にはトランジスタの非線形特性に対応して x_i の単調増加な指数関数であるが, 単純化のため従来の理論では次の仮定をする.

仮定 2: $f_i(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$; $f_i(0) = 0$) は次の(i)(ii)を満たす任意の関数とする.

$$(i) \quad f_i(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \text{ は, 十分滑らかでかつ } R^1 \text{ から } R^1 \text{ への全単射関数} \quad (3)$$

$$(ii) \quad \frac{d}{dx_i} f_i(x_i) > 0 \text{ for } \forall x_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

Sandberg-Willson はこの方程式について解の存在性・一意性条件を求めた. 後にこれからトランジスタ回路の極めて重要な結果が多数導かれた.

上記の方程式に対しては一般に, 解の存在性・解の一意性・解の個数が最も基本的問題であるが, 仮定2のみのもとでは解の個数については何らの結論も導けない. そこで, 20年程前 Nishi-Kawane は, より現実的な次の仮定3のもとで, 解の個数が有限個であるための必要十分条件を導びいた [a7].

仮定 3: $f_i(x_i)$ は, 仮定2の条件(i)(ii)の他に次の(iii)をも満たす任意の関数とする.

$$(iii) \quad \frac{d^2}{dx_i^2} f_i(x_i) > 0 \text{ for } \forall x_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5)$$

[a7]の結果の導出に当たり, 前提条件である解曲線(後述)の取り扱いに関して本質的な欠陥があることに数年前に気付いた. この欠陥に関する再検討が本研究の一つであり, その結果として Nishi-Kawane の結果 [a7] は正しかったことが分かった(研究の目的および研究成果の項参照).

研究開始以前の関連深い文献

[a1] 大石進一, 精度保証付き数値計算, コロナ社, 2000.

[a2] S.M. Rump, Verification methods: Rigorous results using floating-point arithmetic, Acta Numerica, 19:287-449, 2010.

[a3] 中尾充宏, 渡部善隆, 実例で学ぶ精度保証付き計算—理論と実装—, サイエンス社, 2011.

[a4] S.M. Rump, "A class of arbitrarily ill conditioned floating-point matrices", SIAM Matrix Anal. Appl. vol.12, no.4. pp.645-653, Oct. 1991.

[a5] T. Nishi, T. Ogita, S. Oishi, and S. Rump, "A Method for the Generation of a Class of Ill-conditioned Matrices", Proc. International Symposium on Nonlinear Theory and

its Applications, September 2008.

- [a6] H.W. Guggenheimer, et al., “A simple estimate of the condition number of a linear system”, The College Mathematical Journal, vol.26(1), pp.2–5, January 1995.
- [a7] T. Nishi and Y. Kawane, “On the number of solutions of nonlinear resistive circuits”, IEICE Trans. on Fundamentals, vol. E74, no. 3, pp. 479–487, 1991.

2. 研究の目的

研究目的は一言でいえば、解きにくい問題の生成であり、研究開始当初の背景欄で述べた従来法の問題点に関し、特に次の3項目について検討する。

- (1) 極端に大きな条件数をもつ多様な行列の生成
- (2) 条件数の上界に関する検討
- (3) トランジスタ回路由来の基本的非線形方程式の解曲線の特徴付けと、これを利用した解きにくい方程式の生成

3. 研究の方法

(1) 理論的解析

本研究全体は理論的研究が主である。

(2) 連携研究者および研究室での討論

九州大学大学院准教授であった高橋規一 (2013年から岡山大学教授) を連携研究者として頻りに議論を行った。また研究室での討論のほか、ハンブルグ工科大学の S. Rump 教授 (早稲田大学教授でもある) ともしばしば研究討論を行った。

(3) 国際会議および国内研究会での発表および討論 主な発表論文の項参照。

4. 研究成果

(1) 発表論文 [b4] に基づく多様な行列生成プログラムの実装による確認

発表論文 [b4] で提案した方法を Matlab 上で実装し、Rump 法におけるペル方程式の解の個数が意外に少ないことを数値計算により確認し、また [b4] の方法を実装してその有効性を確認した。ただし、プログラムの基本的枠組みは Rump によるプログラムを流用したため、独立したプログラムとしては作成しなかった。

(2) 条件数の上界に関する検討

研究開始当初の背景欄で述べた Guggenheimer らによる条件数の上界に近い条件数が実際に生成できるか否かについて検討し、Rump 法よりも n^2 程度大きな条件数をもつ n 次行列の例を見出した。さらに特殊な n に対してではあるが、Guggenheimer らの上界値に極めて近い行列生成の可能性を示した。詳細を以下の (i)-(iv) に述べる。

(i) Guggenheimer らによる上界

研究開始以前の背景欄の仮定 1 のもとで、2 ノルムにおける条件数 $\text{Cond}_2(A)$ に関し次の定理が知

られている。

定理 1 : 仮定 1 のもとで

$$\text{Cond}_2(A) \leq \frac{2}{\text{abs } |A|} \left(\frac{n^2 \mu^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

式 (6) を考慮し、以下では $\text{abs } |A| = 1$ を課す。

(ii) 上界に近い条件数の生成の考え方

発表論文の [c3][c5] の結果を参考にして、 A を次の形で検討する。すなわち、 n 次の整数行列 $H = [h_{ij}]$, $E = [e_{ij}]$ を、1) $h_{ij} = \pm 1$, 2) H の $n-1$ 次小行列式の一つは非常に大きな値、3) e_{ij} は 0 または h_{ij} と同符号の小さな整数、と選び、 A を次のように選ぶ。

$$A \triangleq \mu H - E \quad (7)$$

$$|A| \equiv 1 \quad (\mu \text{ の値に拘わらず}) \quad (8)$$

式 (8) を満たすには $|H| = 0$, $|E| = \pm 1$ が必要。

(iii) 従来法の n^2 倍の条件数をもつ行列

発見的ではあるが、 H を

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

E は対角項が ± 1 の下三角行列にとり、式 (8) を満たす e_{ij} の解析的求め方を与えた。その結果、従来法 (μ^n 程度) よりもかなり大きな条件数 ($n^2 \mu^n$ 程度) が得られたが、これは式 (6) の上界よりもまだ相当小さい。

(iv) 2^k 次のアダマール行列を縁取りした行列 H の場合

以下では 2^k 次のアダマール行列 H_{2^k} が重要な役割を果たすが、念のため定義を挙げておく。

$$H_1 = [1], \quad H_2 \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_{2^k} \triangleq H_{2^{k-1}} \otimes H_2 \quad (k = 2, 3, \dots)$$

ここで、 \otimes はクロネッカー積を表す。

予想 1 : アダマール行列を縁取りした行列 H に対して補題 1 の式 (7), (8) を満たす E が求まれば、Guggenheimer らの上界に近い条件数が得られる。

予想 1 に関し $n = 5$ の場合の例を挙げておく。4 次のアダマール行列を縁取りした 5 次の行列 H :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

に対して、式 (8) を満たす整数行列 E を解析的に求めることができた. (μ を与えて) 生成された A の条件数と Guggenheimer らによる上界値を比較すると次表のようになり、この場合にはほぼこの上界値が達成できていることが分かる.

μ	特異値 s_i	条件数 $\frac{s_1}{s_3}$	上界値
10	31.4, 22.7, 19.31 18.1, $0.40D^{-5}$	$0.78D^7$	$1.12D^7$
100	334, 236, 199 198, $3.2D^{-10}$	$1.05D^{12}$	$1.12D^{12}$
1000	3370, 2371, 20000 1998, $8.15D^{-14}$	$4.13D^{16}$	$1.12D^{17}$

表 3 $n = 5$ の場合での上界値と実現値との比較

$n = 1000$ の結果が少しおかしいのは計算精度 (倍長 10^{17}) に因る.

上記のことは、一般の k に対して解析的に検証でき、次の結果が導けた ($n = 2^k + 1$).

$$2n^{\frac{n}{2}}\mu^n > \text{Cond}_2(A) > 2\frac{n}{\sqrt{n-1}}\mu^n(n-1)^{\frac{n-1}{2}} \quad (11)$$

上式の両辺の比を計算すると

$$\frac{2\frac{n}{\sqrt{n-1}}\mu^n(n-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2n^{\frac{n}{2}}\mu^n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\frac{n-2}{2}} \quad (12)$$

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\frac{n-2}{2}} = \begin{cases} 0.6666667 & n = 3 \\ 0.7155418 & n = 5 \\ 0.6621649 & n = 9 \\ 0.6065307 & n = \infty \end{cases} \quad (13)$$

定理 2 : 2^k 次のアダマール行列を縁取りした H に対して $|\mu H - E| \equiv 1$ となる整数行列 E が存在すれば、この A の条件数は (大きな μ に対して) Guggenheimer らの上界に極めて近い.

(3) 非線形方程式の解曲線に関する検討

以下の (i)–(vi) の順に問題および成果を説明する.

(i) 非線形方程式

研究対象とするトランジスタ回路由来の非線形方程式 $f(x) + Ax = b$ は詳しくは次のように書ける.

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ \vdots \\ f_n(x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

(ii) Ω 行列の定義

式 (14) の解の個数に関しては、本研究代表者が以前提案した Ω 行列という概念が重要で、これは“正値行列”、“ P 行列”という周知の概念の一般化になっている. 以下に Ω 行列の定義および重要な性質について簡単に述べる.

定義 1 (Ω 符号条件) : 正方行列 $A = [a_{ij}]$ の各行について次の条件を満たすとき、行列 A は“ Ω 符号条

件を満たす” という.

$$a_{ii} < 0 \Rightarrow a_{ij} \leq 0 \quad \text{for } \forall j (\neq i) \quad (15)$$

定義 2 (Ω 行列) : 既約行列 A が、 $|A + D| \neq 0$ となる任意の正値対角行列 $D (> 0)$ に対して $(A + D)^{-1}$ が常に Ω 符号条件を満足するとき、 A を Ω 行列といい $A \in \Omega$ と書く. また、 A が可約行列の場合、 A の行および列を同時置換によりブロック対角行列に変換したとき、(既約) 対角ブロックがすべて Ω 行列のとき、 A を Ω 行列という.

Ω 行列の種々な性質については省略するが、 $A + D$ (D は正値対角行列) の主座小行列式 ($|A + D|$ 自身も含む) がすべて非負であれば、 A は Ω 行列であるから、次の重要なことが分かる.

定理 3 :

$$\text{正値行列} \subset P \text{ 行列} \subset \Omega \text{ 行列} \quad (16)$$

$$\text{非負値行列} \subset P_0 \text{ 行列} \subset \Omega \text{ 行列} \quad (17)$$

(iii) 解曲線と解曲線方程式

式 (14) の第 1 式を除いた n 個の変数をもつ $n-1$ 個の式:

$$\begin{bmatrix} f_2(x_2) \\ \vdots \\ f_n(x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

式 (18) の解集合は、これが 1 次元曲線の集まりである場合に限っても、解集合の様相は一般には極めて複雑であり得る. 式 (18) の右辺を左辺に移項し、式 (18) を $H(x) \equiv H(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ と書くとき、 $H(x)$ のヤコビ行列 $J_0(x)$ は次式で与えられる.

$$J_0 \triangleq \frac{\partial H}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial x_1} & \frac{\partial h_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} a_{21} & a'_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a'_{n,n} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} a_{\cdot 1} & A'_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

ここで

$$a'_{ii} = d_i + a_{ii}, \quad d_i \equiv \frac{df_i}{dx_i} (> 0) \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (22)$$

$$A'_0 (= A + D) = \begin{bmatrix} a'_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2} & \cdots & a'_{nn} \end{bmatrix} \quad (23)$$

d_i は一般には x_i の関数であり値は未知であるが、研究の背景欄の仮定 2 により正数である. 式 (23) で用いた記号 a'_{ii} は a_{ii} に d_i が加わっていることを表し、同様に A'_0 は A_0 の対角要素が a'_{ii} で置き換

えられた行列を表す。

$H(x)$ に関しては、次の陰関数定理とパス定理が基本的である。

定理 4 (陰関数定理): $x_* = (x_{1*}, x_{2*}, \dots, x_{n*})$ を $H = 0$ の解の一つとする。すなわち $H(x_*) = 0$ 。このとき x_* での式 (20) の“ヤコビ行列 $J_0(x_*)$ の階数”がフルランクすなわち $\text{rank } J_0(x_*) = n - 1$ であれば、 x_* の近傍で $H(x) = 0$ を満たす点 x の集合は、 x_* を通る連続微分可能なパス (1 次元曲線) 上の点である。また特に

定理 5 (パス定理): x_* において式 (23) の A'_i が正則であれば、 $x_i (i = 2, 3, \dots, n)$ は x_* の近傍で x_1 の連続微分可能関数 $x_i = x_i(x_1)$ として表せる。

(iv) A が Ω 行列の場合のヤコビ行列の性質

ところでまったく幸いなことに、 Ω 行列と式 (20) のヤコビ行列 J_0 との間には次の定理が成り立つ。もちろんこの定理は $A \in P$ (したがってもちろん A が正値行列の場合) の場合に定理 4 が成り立つことは周知のことである。

定理 6: A が既約な Ω 行列であれば、 J_0 は n 次元空間の任意の x でフルランク (すなわち、 $\text{rank } J_0(x) = n - 1$) である。

定理 6 は次の定理 7-9 のようにも書き換えられる。

定理 7 (定理 4 の双対): ヤコビ行列 J_0 のランクが

$$\text{rank } J_0 < n - 1 \text{ for } \exists D > 0 \quad (24)$$

であれば、 $A \notin \Omega$ であるかまたは A は可約である。

定理 8 ある正値対角行列 $D > 0$ に対して $\text{rank } J_0 < n - 1$ かつ $A \in \Omega$ であれば、 A は可約である。

定理 9 ある正値対角行列 $D > 0$ に対して $\text{rank } J_0 < n - 1$ かつ A が既約であれば、 $A \notin \Omega$ 。

(v) $A \in \Omega$ の場合の解曲線の一般形

これらの定理から、式 (18) の解集合はなめらかで、端点や交差点を含まない 1 次元曲線の集まりであることがいえ、式 (18) を解曲線方程式と呼ぶ。しかしながら、以上のことだけでもまだ解曲線の振る舞いは相当複雑で、典型的な解曲線の様子は図 1 のようになる。ただしこの図で、 X_0 は (x_2, \dots, x_n) の $n - 1$ 次元空間を表す。

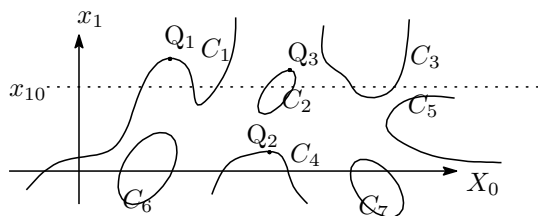


図 1 解曲線群の例

(vi) 解曲線 C 上の停留点と解曲線の特徴

解の最大個数を求めるには、孤立解曲線 $C_k (k = 1, 2, \dots)$ を列挙し、各 C_k 上の点で式 (14) の第 1 式

を満たす点があるか否かを調べる。このためには C_k の個数が有限であることが必要である

ところで、解曲線上には“ x_1 方向に関する”停留点 (図 2 の極小点、極大点、変曲点) が存在しうる。これに関して以下の重要な定理が成り立つ。

定理 10: A が既約な Ω 行列の場合、解曲線は変数 x_1 に関して極大点も変曲点も持たない。

定理 10 系 1: 定理 10 の条件の下では、解曲線はループを含まない。

したがって図 1 のループ C_2, C_6, C_7 や極大点をもつ C_4, C_5 は存在しない。また、 C_1 において Q_1 のような極大点も存在してはならない。

これらの定理から次の結論を得る。

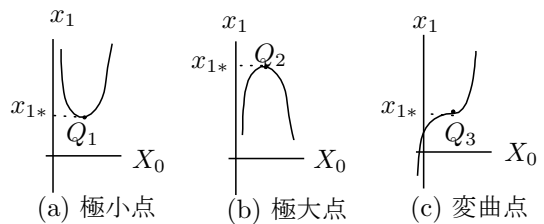


図 2 変数 x_1 に関する停留点

定理 11: 定理 10 の条件の下では、解曲線は図 3 に示すような二つのタイプのみからなる。すなわち、一つは、変数 x_1 に関して $-\infty$ から $+\infty$ の間を単調に変化する解曲線 (例えば、図 3 の C_1, C_2 および C_4)。もう一つは図 3 の C_3 と C_5 のような x_1 方向に大域的な最小値をもつ (単峰な) 曲線である。

図 3 の C_3, C_5 のような x_1 方向に関して単峰な曲線 C_k を便宜上最小点で左の半分 C_{k1} と右の半分 C_{k2} に分け、それぞれを“単純解曲線”と呼ぶことにする。したがって、図 3 の解曲線群は 8 個の単純解曲線からなると見る。

単純解曲線は x_1 の正方向にはどこまでも大きくなるので、結局次のことがいえる。

定理 12: 十分大きな x_1 に対する式 (14) の解の個数は単純解曲線の個数以下である。

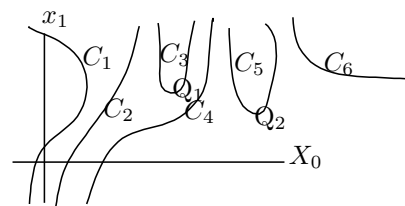


図 3 $A \in \Omega$ の場合の解曲線の例

定理 11, 12 という解曲線に関する極めて簡潔な特徴付けが、研究開始当初の背景欄に述べた“解曲線”の不十分な点に関する検討結果であり、この結果として、Nishi-Kawane の結果 [a7] は大筋として正しかったことが判明した。

(4) たちの悪い非線形方程式の例の生成

たちの悪い非線形方程式の特徴付けは連立 1 次方程式ほど明確でないが、ここでは、トランジスタ

回路が連続無限個の解をもちうる場合は解きにくい方程式の代表と考える。このためには、 $A \notin \Omega$ が必要条件である。このため、発表論文の [c2] の結果を得た。

5. 主な発表論文等

【雑誌論文】 (4 件)

[b1]] T. Nishi, S. Oishi, N. Takahashi, “Explicit proof of an inequality related to the Omega-matrix,” 査読有, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, vol.4, no.4, pp.430-450, October 2013. DOI: 10.1587/nolta.4.430

[b2]] 西 哲生, “非線形方程式の解の個数・解曲線と Ω 行列の役割”, 査読有, Fundamental Review, vol. 7, no. 2, pp. 103–115, 2-13-10, 2013.

https://www.jstage.jst.go.jp/article/essfr/7/2/7_103/_pdf

[b3]] T. Nishi, S. Oishi and N. Takahashi, “Some properties of solution curves of a class of nonlinear equations and the number of solutions”, 査読有, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE Vol. 3 (2012) No. 3, pp.301-335 .July, 2012. DOI 10.1588/nolta.3.301

[b4]] T. Nishi, S. Rump, and S. Oishi, “On the generation of very ill-conditioned integer matrices”, 査読有, Nonlinear Theory and Its Appl., IEICE Vol. 2, No. 2, pp. 226-245, April 2011. DOI 10.1588/nolta.2.226

【学会発表】 (9 件)

[c1]] 西 哲生, S. Rump, 高橋規一, “行列の条件数の最大値に関する考察”, IEICE NLP Tech. Rept., NLP2013-179, pp.85-90, March 2014, 上智大学

[c2]] 高橋規一, 西 哲生, “ Ω 行列の系統的構成法に関する一考察”, IEICE NLP Tech. Rept., NLP2013-106, pp.193-198, Oct. 2013 サンポートホール高松

[c3]] T. Nishi, S. Rump, S. Oishi, “A consideration on the condition number of extremely

ill-conditioned matrices”, Proc. 2013 European Conference on Circuit Theory and Appl., Sept. 8–12, 2013, Dresden, Germany

[c4]] T. Nishi, S. Rump, S. Oishi, “Generation of ill-conditioned matrices of order n ”, IEICE NLP Tech. Rept., NLP2013-8, pp.41-46, April 2013, 中京大学

[c5]] T. Nishi, S. Rump, S. Oishi, “A consideration on the generation of extremely ill-conditioned matrices”, IEICE NLP Tech. Rept., NLP2012-149, pp. 27-32, March 2013, 千葉大学

[c6]] T. Nishi, S. Oishi, N. Takahashi, “A theorem on a solution curve of a class of nonlinear equations”, Proc. 2012 Internat'l Symp. on Nonlinear Theory and its Appl. (NOLTA2012), pp.288–291, Palma, Majorca, Spain, October 22-26, 2012.

[c7]] T. Nishi, S. Oishi, N. Takahashi, “Proof of an inequality related to the Omega-matrix”, IEICE CAS & NLP Tech. Rept., CAS2012-42 & NLP2012-68, pp.65-70, Sept. 2012, 高知県立大学

[c8]] T. Nishi, S. Oishi, N. Takahashi, “Some properties of extremal points of solution curves for a class of nonlinear equations”, IEICE NLP Tech. Rept., NLP2012-52, pp. 79-84, July, 2012, 鹿児島県産業会館

[c9]] T. Nishi, S. Oishi, N. Takahashi, “On the Rank of a Jacobian Matrix of a Class of Nonlinear Equations”, IEICE CAS Tech. Rept., CAS2011-127, pp.115-120, March 2012, 新潟大学駅南キャンパス

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西 哲生 (NISHI, Tetsuo)

早稲田大学・理工学術院・招聘研究員

研究者番号：40037908

(2) 連携研究者

高橋 規一 (TAKAHASHI, Norikazu)

岡山大学・大学院自然科学研究科・教授

研究者番号：60284551