

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 5 月 28 日現在

機関番号：18001

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23560535

研究課題名(和文)非線形制御，非線形計画法と微分方程式の数値解法の融合

研究課題名(英文) Integration of nonlinear control, nonlinear programming and methods of numerically solving ordinary differential equations.

研究代表者

半場 滋 (Hanba, Shigeru)

琉球大学・工学部・准教授

研究者番号：70284958

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、非線形制御と非線形計画法および微分方程式の数値解法の融合領域に関する研究を進めた。非線形離散時間システムに対してブロックモデル予測制御の構造を持つ新しい非線形適応安定化補償器を提案した。また、原点に可到達な非線形離散時間システムが不連続な状態フィードバックによって安定化可能であること、連続時間非線形システムにおいて、観測写像の単射性およびそのヤコビアンフルランク性から有限長の観測窓が存在することが導かれ、かつ対応するクラスK関数が構成可能であることを示した。さらに、ディスクリプタ型のシステムの非一意解の特徴付けや、 $p$ ノルムを用いたシステムのモデル予測制御について検討した。

研究成果の概要(英文)：Problems related to the crossover of nonlinear control, nonlinear programming and numerical solutions of differential equations have been investigated in this research. A new adaptive model predictive controller for a discrete-time nonlinear system that employs the structure of block model predictive control has been proposed. It has been proved that a discrete-time nonlinear system that is controllable to the origin is stabilizable by discontinuous state feedback. It has also been proved that, for a continuous-time autonomous system, the injectivity of the observation map together with its full-rankness implies the existence of a finite observation window and a corresponding K-function. Characterization problem of solutions of nonlinear descriptor systems and the problem of constructing a  $p$ -norm-based model predictive controller has been investigated as well.

研究分野：制御工学

キーワード：非線形制御 非線形計画法 モデル予測制御 適応制御 可観測性

### 1. 研究開始当初の背景

筆者は、2008 年以降、非線形制御と非線形計画法および微分方程式の数値解法を融合した領域に着目し、非線形数値オブザーバや非線形モデル予測制御系の構成法の提案およびその基礎となる非線形システムの可制御性や可観測性に関する検討、さらに制御系設計のために必要となる最適化アルゴリズムなどについて研究をおこなってきた。一方、制御理論の分野では、2000 年以降、非線形モデル予測制御系の研究の活発化に伴い、制御系の構成法や安定性に関する性質の研究および数値的最適化法、実時間実装の手法などが盛んに研究されていた。このような状況を踏まえ、非線形制御と非線形計画法および微分方程式の数値解法の融合領域における研究をさらに推し進めるために本研究を計画した。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は非線形制御と非線形計画法および微分方程式の数値解法を融合した領域における研究を推し進めることである。具体的には、数値的最適化によってリアルタイム実装可能な制御系の構成法を提案すること、その構成可能性を理論的に保証するような非線形システムの特徴づけを確立することを目的とする。

### 3. 研究の方法

非線形システムのもっとも基本的な性質である可制御や可観測性に立ち戻って、制御系の設計可能性に関連した性質を調べる。また、新しい制御系設計のアルゴリズムを開発する。さらに、数値実験などによって提案手法の有用性を検討する。

### 4. 研究成果

(1) まず非線形離散時間システムの状態フィードバックによる安定化について述べる。非線形連続時間システムの分野では、従来から、システムが漸近的に可制御であればそのシステムは不連続な状態フィードバックによって安定化可能であるという事実が知られていた。これに対し、筆者の知る限りにおいて、離散時間非線形システムの分野では、これに類似した事実は確立されていなかった。この問題に関連し、本研究では、非線形時不変の離散時間システムに対して次の 2 事実を証明した。まず第一に、 $N$  をある自然数としたとき、システムが初期値をどのように取っても  $N$  ステップで平衡点に到達可能であれば、そのシステムは不連続な状態フィードバックによって安定化可能であり、かつその状態フィードバックによって  $N$  ステップの有限整定制御が達成される。次に、システムが漸近的に平衡点に到達可能で、かつ平衡点において、適当な  $N$  に対し、 $N$  ステップ先の状態遷移写像の入力の系列に関するヤコビアンがフルランクであれば(これが線形系の

可制御性ランク条件に対応する)、やはりそのシステムは不連続な状態フィードバックによって安定化可能であり、かつ任意の初期値から出発したシステムの解は有限ステップで平衡点に到達する(ただし収束に要するステップ数は初期値によって異なる)。

(2) 次に可観測性について述べる。筆者は従来研究で離散時間非線形システムにおいて識別可能性および可観測性ランク条件の意味で可観測なシステムが有限長の観測窓を持つこと(一様可観測であること)を示し、かつ moving horizon observer の分野でしばしば使われる可観測性に関するクラス  $K$  関数が構成可能であることを示していたのであるが、連続時間非線形システムではこれに対応する事実は確立されていなかった。それに対し、本研究では、入力を持たない非線形システムに限定された議論ではあるが、離散時間の場合と同様に、識別可能性の意味で可観測性でありかつ可観測性ランク条件を満たすシステムに対して時間軸に関して有限の長さの観測窓が存在することを示した。さらに、連続時間型 moving horizon オブザーバのためのクラス  $K$  関数が前述の条件の下で構成可能であることを示した。

(3) 続いて制御系設計に関連した事項について述べる。本研究で得られた成果は非線形離散時間システムに対する適応安定化補償器の新しい構成法である。非線形システムに対して適応制御系を構成しようとする場合には、システムが pure feedback form や strict feedback などといった標準形で記述されていること、未知パラメータに関して線形な表現が得られていること、線形システムにおける高周波ゲインに対応する信号の符号が不変であること、Lyapunov 型関数の形が事前にわかっていることなどといったような条件が満たされていることを前提とすることが一般的である。ところで、線形時不変システムでは、入力信号が励起条件を満たす場合には適応安定化(極配置)が可能であるという事実が知られている。よって、非線形システムでもこれに類似した事実が成り立つことが臨ましいのであるが、このようなことが可能であるという報告は従来なされていなかった。これに対し、本研究では、筆者が従来研究で得たブロック型のモデル予測制御系の構成法 アイデアを応用することにより、状態の履歴を入力およびパラメータの関数と見たばあいに、この関数のパラメータに関するヤコビアンがフルランクであるという条件のもとで(これが線形系における励起条件に相当する)、非線形適応安定化補償器が構成可能であることを示した。提案した手法の特徴は、パラメータ推定に関する非線形最適化問題を所与の精度でリアルタイムに解くことにより安定化が達成され、励起条件および平衡点への到達可能性を除き、先に述べられたようなシステムに課される様々な条件はほぼ不要である、ということ

である。なお、非線形最適化問題が誤差なく解ける場合には上述の条件のみで適応安定化補償器が構成可能であるが、非線形最適化問題の解に誤差を見込む場合には、入力振幅および安定化のための入力の系列の長さの双方に関する上限が(状態の関数として)既知であることを仮定する必要がある。提案手法の欠点としては、計算量が極めて多いということが挙げられる。

(4) また、モデル予測制御において評価関数に  $p$  ノルムを用いた場合の制御系の性能や計算時間などについて数値実験によって特性を調べた。 $p=1$  の場合には、Abdelmalek によってシプレックス法のために提案された線形計画問題への変換法と内点法を組み合わせて使うことがもっとも有効で、Coleman と Li によって提案された affine scaling 法がこれに次ぐことが判明した。また、 $1 < p < 2$  の場合には、文献の主張と異なり、直線探索なしの IRLS アルゴリズムが相対的に優秀であった。

(5) さらに、非線形ディスクリプタシステムが必ずしも一意解を持たない場合に、解を特徴付ける方法について検討した。非レギュラーな非線形システムに対し、陰関数定理を再帰的に適用することにより、一定の条件のもとで、解の存在性の判定および非一意解の特徴付けができることを示した。

#### <引用文献>

F. H. Clarke, Y. S. Ledyaev, E. D. Sontag, and A. I. Subbotin, Asymptotic controllability implies feedback stabilization, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 42, No. 10, pp. 1394--1407, 1997.

Shigeru Hanba, Controllability to the origin implies state-feedback stabilizability for discrete-time nonlinear systems, arXiv:1505.0593 <http://arxiv.org/pdf/1505.05937v1> 2015

Shigeru Hanba, On the ``Uniform'' Observability of Discrete-Time Nonlinear Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 54, No. 8, pp. 1925-1928, 2009, doi: 10.1109/TAC.2009.2023775

Shigeru Hanba, Further results on the uniform observability of discrete-time nonlinear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 55, No. 4, pp. 1034-1038, 2010, doi: 10.1109/TAC.2010.2041983

Shigeru Hanba, Existence of an observation window of finite width for continuous-time autonomous nonlinear systems, arXiv:1505.05970 <http://arxiv.org/pdf/1505.05970v1> 2015

M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design, Wiley, 1995.

Shigeru Hanba, Robust Nonlinear Model Predictive Control With Variable Block Length, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 54, No. 7, pp. 1618-1622, 2009, doi: 10.1109/TAC.2009.2017965

Shigeru Hanba, Adaptive set-point regulation of discrete-time nonlinear systems, arXiv:1505.05967 <http://arxiv.org/pdf/1505.05967v1> 2015

N. N. Abdelmalek, A simplex algorithm for minimum fuel problems of linear discrete control systems, International Journal of Control, Vol. 26, No. 4, pp. 635--642, 1977.

T. F. Coleman and Y. Li, A globally and quadratically convergent affine scaling method for linear  $l_1$  problems, Mathematical Programming, Vol. 56, pp. 189-222, 1992.

Y. Li, A globally convergent method for  $l_p$  problems, SIAM Journal on Optimization, Vol. 3, No. 3, pp. 609-629, 1993

半場 滋,  $p$  ノルムに基づく線形システムのモデル予測制御, 第1回制御理論部門マルチシンポジウム, 2014

半場 滋, 非レギュラーなディスクリプタシステムの微分可能解の特徴付け, 第12回制御理論部門大会, 2012

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3件)

Shigeru Hanba, Existence of an observation window of finite width for continuous-time autonomous nonlinear systems, arXiv:1505.05970 (査読無) <http://arxiv.org/pdf/1505.05970v1> 2015

Shigeru Hanba, Adaptive set-point regulation of discrete-time nonlinear systems, arXiv:1505.05967 (査読無) <http://arxiv.org/pdf/1505.05967v1> 2015

Shigeru Hanba, Controllability  
to the origin implies state-feedback  
stabilizability for discrete-time  
nonlinear systems, arXiv:1505.05937  
(査読無)

<http://arxiv.org/pdf/1505.05937v1>

2015

〔学会発表〕(計 2件)

半場 滋, p ノルムに基づく線形システム  
のモデル予測制御, 第1回制御理論部  
門マルチシンポジウム, 2014

半場 滋, 非レギュラーなディス  
クリプタシステムの微分可能解の特徴  
付け, 第12回制御理論部門大会, 2012

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

半場 滋 (HANBA, Shigeru)

琉球大学・工学部電気電子工学科・准教授  
研究者番号: 70284958

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし