様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９、Ｚ－１９　（共通）

# 科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ６ 月　 ６ 日現在

機関番号：１２１０２
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2011～2013
課題番号：２３６５３０５１

研究課題名（和文）近代効用理論における公理的基礎の再構築－統一的な公理体系の構築に向けて－

研究課題名（英文）A reconstruction of axiomatic foundations of modern utility theory: toward a construction of unified axiom systems

研究代表者
中村　豊（NAKAMURA, YUTAKA）

筑波大学・システム情報系・教授

研究者番号：８０１８０４１２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　1,500,000円、（間接経費）　450,000円

研究成果の概要（和文）：合理的経済人は代替案に対する「より好ましい」という選好判断が合理的であるという（公理として記述される）要請によりモデル化される。代替案は経済環境に応じて様々な（数学的な）表現がなされることから、モデル化もそれらに応じた公理系が考えられてきた。本研究では、代替案の様々な数学的表現がある抽象的な数学的対象として統一的に記述できることを示し、部分的にではあるが、モデル化のために公理系が統一的に記述できることを明らかにした。

研究成果の概要（英文）：A model of rational economic agent is constructed by the requirement, described as an axiom system, that his/her preferential judgments, is preferred to, for decision alternatives should be rational. In the literature, there have been proposed various axiom systems because decision alternatives are mathematically described in many different ways according to economic environments. This study proposes a unified description of decision alternatives as abstract mathematical objects and partially succeeds to develop a unified axiom system to cover many of the existing axiom systems.

研究分野：理論経済学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：効用理論　期待効用　主観的期待効用　非線形期待効用　半順序構造　単項関係　線形不等式系　２次不等式系

## １．研究開始当初の背景

近代効用理論は経済学における合理的経済人をモデル化するために必要不可欠な理論である。近代効用理論には大きく分けて、確実性下、リスク下および不確実性下の３つに類型化された意思決定問題の公理体系がある。それらにおいては、意思決定者の選好（または選択）の対象となる代替案の構造が異なることから、それらの構造の特徴を生かした公理体系が構築されてきた。確実性下では序数的効用関数、加法的効用関数、選好強度を測る基数的効用関数の存在条件と構成方法が明らかにされてきた。また、リスク下の意思決定においては期待効用理論、不確実性下の意思決定では主観的期待効用理論が合理的経済人を表現する基礎モデルを提供してきた。しかしながら、1970 年代後半までに経済人の合理性に関する様々な実証的検証とともに心理学分野における意思決定に関する膨大な実験結果から得られる知見により、従来の合理性に従う行動と実際の行動との乖離の強靭性が明らかにされてきた。それゆえに、1980 年代以降になって、従来の効用理論を一般化するモデルの必要性が認識され、現在に至るまでに上記の 3 つの公理体系のそれぞれにおいて理論的拡張に関する膨大な量の研究がなされてきている。

これらのモデルに共通な数学的構造は全体的な線形性（または加法性）から部分的な線形性への拡張である。あるいは、全体的な双線形性から部分的な双線形性への一般化を行うものもある。しかしながら、このような共通な数学的構造に着目し、統一的に公理体系を研究しようという試みはなされていない。

## ２．研究の目的

近代効用理論には 3 つの類型化(確実性下、リスク下および不確実性下の意思決定）された意思決定問題のそれぞれにおいて定式化された公理体系があり、過去半世紀以上にわたる膨大な研究成果が蓄積されている。同一の類型化に分類された問題に係る公理体系は互いに関連をもって研究されてきているが、異なった類型化における公理系どうしの類似性等の関連について明示的に研究されてこなかった。

本研究の目的は異なる類型化に関わるそれらの公理体系を統一的に研究できる枠組みを提案し、それぞれの類型化における効用モデルとそれらの一般化モデルを導出できる統一的な公理体系を構築することである。

## ３．研究の方法

本研究は 3 年間で遂行した。初年度は代替案の集合が可算である場合の単項関係、推移的二項関係に対する線形表現（線形不等式系の解）が存在するための必要十分条件が何であるかについて研究を行った。ここで、単項関係は「～を許容できる」という満足化判断をモデル化するものであり、推移的二項関係は「～はより好ましい」という選好判断をモデル化する数学的対象である。次年度においては、代替案が非可算の場合の線形表現が存在するための必要十分条件を検討した。特に、連続性や稠密性の吟味と、公理体系の行動論的、経済学的な意味づけを重視することにより、より解釈にしやすい公理体系を見出すことに重点を置いた。また、線形表現を拡張した双線形表現（二次不等式系の解）の存在に関する研究を開始した。最終年度においては、前年までのまとめと、一般的な双線形表現について研究を発展させた。

## ４．研究成果

(1)特殊な代替案の例として有限次元ベクトルの集合を考える場合の線形不等式系の解を与える必要十分条件を研究した。ここで、有限次元ベクトルが代替案を表現しており、その成分が意思決定の結果として得られるのもの表していると解釈する。また、線形不等式系の解が結果の効用を表見していると

解釈できる。その結果として、このような特殊な場合には、単調性を仮定することにより代替案の数が任意である時にも必要十分条件が得られることが明らかになった。この公理系の特徴としては、強選好関係が空集合である場合、言い換えると互いに無差別な代替案の集合のみが与えられているだけでも加法的効用関数が導出できるということが明らかになったことである。また、この研究の派生的な結果として、加法的厚生関数の構成などの理論的基礎を与える応用などが考えられることがわかった。それらの結果を Monotonic additive utility という題目でまとめた論文の執筆を行った。現在は論文内容の改定作業中である。

(2)より一般の代替案の場合、すなわち、任意の非空な集合 X 上の実数値関数で、その値がゼロとならない X の要素の数が有限であるものの部分集合 A により代替案の集合が与えられるものを考察の対象にした。ここで、Xの要素が代替案を選択したことによる結果を表している。このとき、A が可算集合の場合に、A 上に定義された単項関係や推移的二項関係の定量的表現である線形表現が存在するための必要十分条件を研究した。その結果、推移的二項関係に係る必要十分条件は単項関係のそれからの読み替えにより得られることが明確になった。それらの結果により３つの類型化によるさまざまな公理体系がどのように読み替えることにより導かれるかについて整理を行った。以上の結果を、Additive measurement on countable sets という題目で論文にまとめた。現在は論文内容の改定作業中である。

(3)代替案の集合 A が非可算集合の場合に重点を置いて、単項関係および推移的二項関係の線形表現が存在するための必要十分条件について研究を行った。可算集合から非加算集合への拡張を行うためには、連続性や稠密性の条件をアルキメデス的キャンセレーション条件に付加する必要がある。ここで、どのような連続性や稠密性を定義すればいいかが重要なステップになるので、代替案の集合 A に単調性の条件を入れることにより、連続性や稠密性のいくつかの定義のバリエーションを検討した。その結果、単調性だけではなく、joint density という強い条件を課すことが必要であることが分かった。そのために、まず、選好判断が弱順序となる場合の結果を導いた。その結果を踏まえ、選好判断が半順序の場合への拡張も考察を行った。また、同時並行的に、これまで得られた一般的な結果を推移的二項関係（弱順序、半順序）に適用することにより、様々な効用モデルを導出することができ、これらの統一的な公理体系を明示的に示せるかどうかについても検討した。しかしながら、論文に内容をまとめるための実りある理論的成果の最終的な導出までは至らなかった。代替案が非加算の場合のさらなる考察は今後の研究にゆだねられる。

(4) 代替案の集合A 上の二次不等式系の解の存在条件について、A が有限集合の場合の考察を行った。二次不等式系の解が存在するということは、例えば、結果の効用と主観的確率などのように異なる次元のスケールを同時に構成できることを意味している。このため、より広範囲の意思決定問題の公理系の研究に応用が可能となる。具体的なアプローチとしては、文献検索することにより、数理計画における二次計画法などの分野における S Lemma と呼ばれる一連の研究が参考になることと、それらとは全く異なるアプローチである数理心理学における条件付き確率の存在条件に関する研究が類似の結果をもたらすことが判明し、それらの関係を深く研究することが一つの突破口になる可能性があることが分かった。しかしながら、論文に内容をまとめるための実りある理論的成果の導出までは至らなかった。このテーマの解

決にはさらなる研究時間を必要とし、今後の課題となった。

(5)代替案の集 A 上の二次不等式系の解の存在条件については論文にまとめるだけの実りのある研究成果は得られなかったが、本研究のアプローチの有用性を議論するために、代替案の集合 A が有限集合の場合に限り、線形不等式系の解の存在に絞った場合の研究成果を Finite additive posets という題目で論文にまとめた。現在は論文内容の改定作業中である。

## ５．主な発表論文等

なし

## ６．研究組織

(1)研究代表者

中村　豊（NAKAMURA YUTAKA）
筑波大学・システム情報系・教授
研究者番号：80180412