

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 27 日現在

機関番号：12608

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2013

課題番号：23654024

研究課題名(和文) タイヒミュラー理論によるレフシェッツファイバーの研究の新展開

研究課題名(英文) New development of the research of Lefschetz fibrations by Teichmuller theory

研究代表者

志賀 啓成 (SHIGA, Hiroshige)

東京工業大学・理工学研究科・教授

研究者番号：10154189

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円、(間接経費) 630,000円

研究成果の概要(和文)：志賀はリーマン面の正則族の個数を具体的に評価し、タイヒミュラー曲線について剛性と有限性を示した。宮地との共同研究でLefschetz fibrationのholonomyとslope不等式の関係を研究した。

宮地はタイヒミュラー距離の境界挙動を明らかにした。

遠藤は T. Mark, J. Van Horn-Morrisらと、様々な有理ブローダウンのモノドロミー置換を発見し、Lefschetzファイバー空間を有限グラフを用いて研究する方法を開発した。

研究成果の概要(英文)：Shiga obtained effective bounds of holomorphic families of Riemann surfaces, and also showed the rigidity and the finiteness of Teichmuller curves. In a joint work with Miyachi, Shiga studied relations of the holonomy and the slope inequality of Lefschetz fibrations.

Miyachi clarified the boundary behavior of the Teichmuller distance.

In a joint work with T. Mark and J. Van Horn-Morris, Endo found monodromy permutations for rational blow-downs and developed some method to study Lefschetz fibrations by using finite graphs.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：レフシェッツファイバー空間 タイヒミュラー空間

1. 研究開始当初の背景

Lefschetz fibration の可微分構造が holonomy 表現によって決定されることが知られていた。また、Lefschetz fibration が複素構造を持つことの必要条件として slope 不等式が知られており、一般の曲面バンドルが複素構造を持つことについては holonomy 群の既約性という必要条件が知られていた。

2. 研究の目的

Lefschetz fibration の複素構造について Teichmüller 理論を用いてより深く研究し、その性質などを明らかにする。

3. 研究の方法

- (1) Global holonomy を研究する。
- (2) ディオファンタス問題およびリーマン面の正則族へのアプローチを試みる。
- (3) Veech 群からのアプローチをおこなう。

4. 研究成果

- (1) リーマン面のモジュライ空間の1点の単射半径をその点を表すリーマン面の双曲構造を用いて下から評価した。
- (2) Lefschetz fibration の holonomy と slope 不等式の関係について新たな知見を得た。
- (3) Lefschetz ファイバー空間のモノドロミーの置き換えと一般化された有理ブローダウンとの関係を明らかにした。
- (4) リーマン面の正則族についてその個数を底空間の幾何構造を用いて具体的に評価した。
- (5) Veech 群から得られるタイヒミュラー曲線についてその剛性と有限性について新たな知見を得た。
- (6) 球面上の超楕円的 Lefschetz fibration に対して、ファイバー和に関する安定化定理を証明した。また、安定化の具体例をすべての種数において複数構成した。

さらに、奇種数の超楕円的 Lefschetz fibration に対して新しい不変量を定義し、超楕円的 Lefschetz fibration の安定同型類の完全不変量を見出した。

- (7) Klein 群の擬等角変形空間の複素構造について、Klein 群の不連続成分の形状がその変形空間の構造に大きく影響を与え、様々な複素解析的性質が変化することを証明した。
- (8) タイヒミュラー空間において距離空間に作用する新しい写像の概念を導入し、距離空間の一般論を展開した。それを用いて写像類群の新しい特徴付けを与えた。
- (9) 単位円板からタイヒミュラー空間への正則写像について研究して新しい剛性定理を得た。
- (10) 超楕円的な Lefschetz fibration の安定化定理を証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

1. H. Endo and S. Kamada, Chart description for hyperelliptic Lefschetz fibrations and their stabilization, *Topology and its Applications*, 査読有, 掲載決定 <http://arxiv.org/pdf/1306.2707.pdf>
2. H. Miyachi, A differential formula for Extremal length, In the tradition of Ahlfors-Bers, VI, *Contemp. Math.*, AMS, 590 (2013), 137-152, 査読有 <http://dx.doi.org/10.1090/conm/590>
3. H. Shiga, On the number of holomorphic families of Riemann surfaces, *Contemp.*

Math., AMS, 575 (2012), 331-342, 査読有

<http://dx.doi.org/10.1090/conm/575>

4. M. Beck, Y. Jiang, S. Mitra and H. Shiga, Extending holomorphic motions and monodromy, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 37 (2012), 53-67, 査読有
DOI:10.5186/aasfm.2012.3713
5. H. Miyachi and H. Shiga, Holonomies and the slope inequality of Lefschetz fibrations, Proc. Amer. Math. Soc. 139 (2011), 1299-1307, 査読有
DOI: 10.1090/S0002-9939-2010-10563-4
6. H. Endo, Thomas E. Mark, Jeremy Van Horn-Morris, Monodromy substitutions and rational blowdowns, Journal of Topology 4 (2011), 227-253, 査読有
DOI: 10.1112/jtopol/jtq041

[学会発表] (計 43 件)

1. H. Endo, Chart description for hyperelliptic Lefschetz fibrations and their stabilization, Seminaire de topologie et de geometrie algebrique, March 13, 2014, Universite de Nantes, France (招待講演)
2. H. Shiga, Complex analytic properties of deformation spaces of Kleinian groups, New Trends in Teichmüller Theory and Mapping Class Groups, February 10, 2014, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany (招待講演)
3. H. Miyachi, Isometry of Teichmüller space, Advanced School and discussion meeting on Knot theory and its application, December 12, 2013, IISER Mohali, India (招待講演)
4. H. Miyachi, Bers-Thurston Classification of the mapping class group, Advanced School and discussion meeting on Knot theory and its application, December 11, 2013, IISER Mohali, India (招待講演)
5. H. Miyachi, Introduction to Teichmüller space, Advanced School and discussion meeting on Knot theory and its application, December 10, 2013, IISER Mohali, India (招待講演)
6. H. Shiga, On some analytic properties of deformation spaces of Kleinian groups, Conformal Geometry and Riemann Surfaces, October 27, 2013, Queens College, City University of New York, USA (招待講演)
7. H. Endo, Chart description for hyperelliptic Lefschetz fibrations and their stabilization, International Conference on Topology and Geometry 2013, Joint with the 6th Japan-Mexico Topology Symposium, September 2, 2013, Shimane University, Matsue (鳥根県) (招待講演)
8. H. Endo, Chart description for hyperelliptic Lefschetz fibrations and their stabilization, Workshop and Conference on the Topology and Invariants of Smooth 4-Manifolds, August 8, 2013, University of Minnesota, Twin Cities, Minneapolis,

- USA (招待講演)
9. H. Miyachi, Geometry on Teichmüller space via extremal length, The XXIIth Rolf Nevanlinna Colloquium, August 6, 2013, University of Helsinki, Finland (招待講演)
 10. H. Endo, Lefschetz fibrations and the signature cocycle, Conference on interactions between low dimensional topology and mapping class groups, July 5, 2013, Max Plank Institute for Mathematics, Bonn, Germany (招待講演)
 11. H. Shiga, On some analytic properties of deformation spaces of Kleinian groups, Analysis and Geometry of Riemann Surfaces and Related Topics, June 22, 2013, 東京工業大学 (東京都) (招待講演)
 12. H. Miyachi, Geometry of Teichmüller distance, Analysis and Geometry of Riemann Surfaces and Related Topics, June 21, 2013, 東京工業大学 (東京都) (招待講演)
 13. H. Miyachi, Geometry on Extremal length in Teichmüller theory, AMS Sectional meeting : Special Session on Analysis, April 28, 2013, Iowa State University, USA (招待講演)
 14. H. Miyachi, The geometry of extremal length, I, II, III, Special Program on Teichmüller Theory, March 19 & 20, 2013, The Erwin Schrodinger International Institute for Mathematical Physics, Wien, Austria (招待講演)
 15. H. Shiga, Holomorphic families of Riemann surfaces and their degenerations, Dynamics and Geometry Seminar, September 26, 2012, Harvard University, USA (招待講演)
 16. H. Shiga, Some geometric properties of configuration spaces and moduli spaces, QGM Seminar, August 17, 2012, Centre for Quantum Geometry of Moduli Spaces (QGM), Science and Technology, Aarhus University, Denmark (招待講演)
 17. H. Miyachi, Extremal length geometry of Teichmüller space, Progress in Low-dimensional topology : Teichmüller theory and 3-manifold groups, August 11, 2012, Centre for Quantum Geometry of Moduli Spaces (QGM), Science and Technology, Aarhus University, Denmark (招待講演)
 18. H. Shiga, On holomorphic families of Kleinian groups, Group actions and applications in Geometry, Topology and Analysis, July 24, 2012, Kunming University of Science and Technology, China (招待講演)
 19. H. Shiga, On holomorphic families of Kleinian groups, Colloquium of Complex Analysis, May 22, 2012, Fudan University, China (招待講演)
 20. H. Shiga, On holomorphic families of Kleinian groups, Complex Analysis seminar, May 18, 2012, Shenzhen University, China (招待講演)

21. H. Shiga, On geometric properties of configuration spaces and moduli spaces, Colloquium of Mathematical Department of Gouzhou University, May 17, 2012, 中山大学数学教室 (中国) (招待講演)
22. H. Miyachi, Geometry of limit sets of Kleinian surface groups, BOREL SEMINAR 2011, Topics in Real and Complex Hyperbolic Geometry, August 24, 2011, Maison des Congrès, Les Diablerets, Switzerland (招待講演)
23. H. Shiga, On the boundary behavior of Cauchy integrals on Riemann surface, International Conference on Analysis, August 16, 2011, Academy of Mathematics and System Science, Chinese Academy of Sciences, China (招待講演)
24. H. Shiga, Kleinian groups and geometric function theory, Complex Analysis Seminar, August 12, 2011, Morinig Center of Mathematics, Beijing, China (招待講演)
25. H. Shiga, Teichmüller spaces and configuration spaces, Complex Analysis Seminar, August 11, 2011, Morinig Center of Mathematics, Beijing, China (招待講演)
26. H. Miyachi, Limits of geodesic rays and non-visible points of Teichmüller space, Aspects of hyperbolicity in geometry, topology, and dynamics, July 26, 2011, University of Warwick, UK (招待講演)
27. H. Shiga, On generalizations of Plemelj's theorem on Cauchy integrals, XVIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, June 28, 2011, Institute of Mathematics and Computer Science of the State School of Higher Education in Chelm, Poland (招待講演)
28. 宮地 秀樹, Lipschitz algebra on Teichmüller space, Geometric and analytic approaches to representations of a group and representation spaces, 2011年6月21日, 京都大学数理解析研究所 (京都府) (招待講演)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

志賀 啓成 (SHIGA, Hiroshige)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号 : 10154189

(2) 研究分担者

宮地 秀樹 (MIYACHI, Hideki)
大阪大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号 : 40385480

遠藤 久顕 (ENDO, Hisaaki)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号 : 20323777

以上