

機関番号：17102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2013

課題番号：23654028

研究課題名(和文)可微分写像の構造安定性と形態形成

研究課題名(英文)Structural Stability and Morphogenesis of Differentiable Maps

研究代表者

佐伯 修 (SAEKI, OSAMU)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

研究者番号：30201510

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円、(間接経費) 870,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、写像や多様体の不変量を、より大きな枠組みで新たな観点から定式化することであった。そこで、様々な特異点や特異ファイバーの分類毎にVassiliev複体を考え、不変量の研究を進めた。そして境界付き3次元多様体から平面への安定写像の特異ファイバーの完全な分類を得ることに成功した。また特異ファイバーに対するVassiliev複体のコホモロジー群を計算し、新しい同境不変量を発見した。さらにこうした特異ファイバーの研究を多値関数のデータ可視化へ応用し、データに内在する微分位相幾何学的特徴抽出に使えることを明らかにできたことは大きな成果の一つである。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research project was to formulate invariants of manifolds and maps from a new viewpoint using a universal framework. For this, we considered Vassiliev complex for each classification of singularities or singular fibers and studied their invariants. Furthermore, we completely classified singular fibers of stable maps of 3-manifolds with boundary into the plane. We then calculated the cohomology groups of the associated Vassiliev complex and discovered new cobordism invariants. Moreover, we applied this kind of study to the visualization of multivariate data, and we showed that this kind of techniques can be very useful for clarifying differential topological features of a given set of big data.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：写像空間 Vassiliev型不変量 映像理論 多値関数 データ可視化 特異ファイバー

1. 研究開始当初の背景

René Thom は著書「構造安定性と形態形成」において、与えられた C 級多様体間の C 級写像全体がなす無限次元空間

$$V = C(M, N)$$

の中の分岐集合、特にその滑層分割 (stratification) の研究の重要性を強調している。この研究指針は、まず写像の特異点の局所理論 (写像芽空間・ジェット空間) において豊かな成果に結びついた (1970~80 年代)。写像の大域的問題においては、関数空間 $C(M, \mathbf{R})$ を扱った Cerf 理論 (その発展形の Igusa 理論) や、Vassiliev による写像空間 $C(S^1, \mathbf{R}^3)$ の分岐集合と結び目不変量の研究 (1989 年) が顕著な成功例として挙げられよう。

2. 研究の目的

本研究では、上述のような理論進展の背景を踏まえた上で、特異点の分類理論と研究代表者・分担者の今までの研究成果を下敷きにして、写像空間の滑層分割のトポロジー・組合せ論の一般論を展開し、今まで定式化できていなかった高次の Vassiliev 型不変量や、一般次元の多様体の有限型不変量を新たな観点から定式化することにあつた。さらに、曲面の可視化や映像理論、DNA 結び目解析への具体的応用に向けた足がかりを築くことも目的の 1 つであつた。

より具体的には以下が目的であつた。

- (1) $V = C(M, \mathbf{R}^n)$ の分岐集合の解析、構造安定写像の高次 Vassiliev 型不変量の一般論の展開
- (2) Pontrjagin-Thom 構成を通して多様体の有限型不変量を定式化、既存の量子不変量等との関係を明確化
- (3) 微分同相群 Diff^*M の表現空間としての $V = C(M, \mathbf{R}^n)$ の研究
- (4) 可微分写像のトポロジーの、図形認識問題 (映像理論) への応用、DNA 結び目の解析への応用

3. 研究の方法

以下に述べる Vassiliev 複体とスペクトル系列の手法に基づき、Vassiliev 型不変量の定式化に関する検討を進める。

M^n, N^n を C 級多様体、 $V = C_{pr}(M, N)$ を固有な C 級写像の空間とし Whitney 位相を入れる。 $A_{M,N} := \text{Diff } M \times \text{Diff } N$ とおき、 V への作用を $(\sigma, \tau) \cdot f := \tau \circ f \circ \sigma^{-1}$ で定める。 $f \in V$ が C 構造安定写像であるとは、軌道 $A_{M,N} \cdot f$ が V の開集合であるときをいう。 (m, n) がいわゆる nice dimensions のとき、構造安定写像全体は V の稠密な開集合となる (J. Mather)。この場合、構造不安定な写像全体は (無限次元の) 余次元 1 “判別超曲面” Γ を形成する。さらに、有限確定特異点の分類により、余次元によるフィルトレーション $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \dots \cup \Gamma_k \cup \dots \cup \Gamma_\infty$ が自然に入り、特に開集合の増大列 $U = \{V$

$\cup \Gamma_k\}$ を得る。このフィルターに関するスペクトル系列を考える。無限次元 Frechet 多様体 V に対する Alexander 双対性 (J. Eells) を経由して、その E_1 -項の部分加群として局所的な特異点型 (あるいは特異ファイバーのタイプ) α で名前付けられた strata Γ_α で生成されるものを A-多重芽に関する Vassiliev 複体と呼ぶ：

$$0 \rightarrow C^1(A) \rightarrow C^2(A) \rightarrow \dots \rightarrow C^s(A) \rightarrow \dots$$

準同型 $\iota_A : H^*(C(A)) \rightarrow H^*(V; \mathbf{Z})$ を次の合成射とする： $H^s(C(A)) \rightarrow E^{s,0}_2(U) \rightarrow E^{s,0}_\infty(U) \rightarrow H^s(V, V - \Gamma) \rightarrow H^s(V)$ 。特に $H^*(V) = 0$ の場合、 $H^s(C(A)) \rightarrow H^{-s-1}(V - \Gamma)$ が構成できる。 $s = 1$ の場合、この像の元を構造安定写像 $f : M \rightarrow N$ の局所次数 1 不変量と定義する。例えば、 $(m, n) = (2, 2)$ のとき $H^1(C(A))$ は \mathbf{Z} 上階数 3 の自由 Abel 群であり、局所次数 1 不変量全体は、 \mathbf{Q} 上で構造安定写像 f の cusp の個数、double fold の個数、特異値曲線の “Bennequin 型不変量” で生成される (Aicardi-Ohmoto)。

なお、上で述べた ι_A の構成は、同変コホモロジー $H^*_A(V; \mathbf{Z})$ に値を取る形にできる。特に $N = \mathbf{R}^n$ の場合、 V は可縮であるから、微分同相群のコホモロジーへの対応を得る：

$$\iota_A : H^*(C(A)) \rightarrow H^*_A(V; \mathbf{Z}) = H^*(B \text{ Diff } M; \mathbf{Z})$$

今、多様体 X 上の M をファイバーにもつ C 束 $\xi : E \rightarrow X$ から自明束 $F = \mathbf{R}^n \times X$ へのファイバーを保つ写像 $f : E \rightarrow F$ を考えよう。特異点型 $\alpha \in C^s(A)$ に対して、 f を generic に取れば、 $\alpha(f) = \{x \in X \mid f_x : E_x \cong M \rightarrow \mathbf{R}^n \text{ は特異点型 } \alpha \text{ を有する}\}$ は、余次元 s 局所閉部分多様体である。その閉包が代表するコホモロジー類 $\text{Dual} [\alpha(f)] \in H^*(X; \mathbf{Z})$ はファイバー束の特性類 $\iota_A([\alpha](\xi))$ に他ならない。例えば M が有向閉曲面の場合、Morita-Miller-Mumford 類のこのような特異点型による表示が知られている (Saeki-T.Yamamoto, Ohmoto)。この種のアプローチで E の面白い整係数特性類を見出せるか考察してゆく。

高次 Vassiliev 型不変量の定式化に関しては、手始めに特異点の A-分類が比較的良好に研究されている $(m, n) = (2, 3), (2, 2)$ の場合において考察を進め、Goryunov 不変量や Aicardi-Ohmoto 不変量 (共にある種の Bennequin 型不変量) の一般化を考えてゆく。さらに、ファイバー束の特性類に関する検討を理論化してゆく。

また、一般次元の多様体の Vassiliev 型不変量を、Thom 空間 MO への写像のなす空間の有限型不変量として定式化する。これには特異点の分類やスペクトル系列の計算が威力を発揮することが大いに期待される。特にホモロジー 3 球面の場合に詳しく調べ、既存の Ohtsuki 不変量等との関係を重点的に研究する。

さらに、以上の研究の工学等の他分野への応用について検討を始める。閉曲面から平面への構造安定写像 $M^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ の輪郭線、すなわち特異値集合の位置解析は、自然な射影を通

した曲面 $M^2 \subset \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ の視覚化 (映像理論) において応用上意味がある. Vassiliev 型不変量の観点においても, Computer Vision Theory や PDE の研究者 (Polini-Bellettini 等) により, 輪郭線の Aicardi-Ohmoto 次数 1 不変量の具体的計算プログラミングおよび応用がなされている. こうした応用面に明るい研究者との研究交流や, 応用・理論にまたがった基本的な学術文献の整備が求められており, 本研究においてそれを実行する.

4. 研究成果

本研究の目的は, 写像空間の滑層分割のトポロジー・組合せ論の一般論を展開し, 今まで定式化できていなかった, 写像や多様体に対する高次の Vassiliev 型不変量や, 一般次元の多様体の有限型不変量を, 新たな観点から定式化することであった. さらに, 曲面の可視化や映像理論, DNA 結び目解析への具体的応用に向けた足がかりを築くことも目的の 1 つであった. そのためまず, Vassiliev 複体とスペクトル系列の手法に基づき, Vassiliev 型不変量の定式化に関する検討を進めた. 具体的には, 様々な特異点や特異ファイバーの分類毎に Vassiliev 複体を考え, 研究分担者である大本亨, 山本卓宏の協力のもと, 次数 1 不変量の研究を進めた. さらに国内外の研究者との交流・連携を進めた. 具体的には, 山本稔と球面の裏返しの特異点論的表現法について, 映像理論との関連も含めて議論を行い, 一定の成果を収めた.

特に高瀬将道とは, スペシャル・ジェネリック写像という特異写像のはめ込みリフトについて研究を進め, 微分トポロジー的手法を駆使することにより, 余次元 1 のはめ込みリフトが存在するため条件を, 値域の次元が小さい場合に完全に決定することができた. これは, 古典的な Smale-Hirsch によるはめ込み理論を初め, はめ込み・埋め込みのなす空間のトポロジー, 位相的はめ込みと可微分はめ込みのなす空間の関係, 球面の裏返し, 球面の可微分構造, 球面の微分同相群, 球面への自由群 (Schottky 群) 作用等々, 微分トポロジーの種々の対象が交錯する大変興味深い結果である. こうした研究については結果ももちろん大事ではあるが, その手法が斬新であることから, 当該分野に与えたインパクトには大きなものがあると言える.

また Blanœil と特異点のまわりに現れる結び目の同境について研究し, その手法がより一般の exact な絡み目の状況にも拡張できることを示した. また, ある種の擬斉次多項式の重みと同境不変であることを示すことにも成功した. また, 多様体上の多様体束を考え, その上の可微分写像の特異点を用いて, 多様体束の特性類の定式化を目指すため, 特異ファイバーの研究を進めた.

さらにブラジルの Hiratuka との共同研究で, 一般的な写像の Reeb 複体が三角形分割可能であることを示し, 応用としていくつか

のオイラー標数公式を得た. また, 可微分写像の正則値の逆像は多様体となるが, その各成分がゼロ同境となるかどうかについて調べ, Reeb 複体の最高次元ホモロジー群が消えれば, そうした逆像はすべてゼロ同境となることを, 上記の三角形分割可能定理の応用として示した.

さらに, 境界付き 3 次元多様体から平面への安定写像の特異ファイバーの分類を山本卓宏の協力のもと進め, 完全な分類を得ることに成功した. 境界付き多様体上の安定写像についての研究はこれまでにほとんどなく, さらにその特異ファイバーについての研究は, 境界の近傍で非特異である場合など, 限られた場合にしかなかった. 今回の結果はそういった意味で, 当該分野に与えた影響が大きい. またその応用として, 特異ファイバーに対する Vassiliev 型複体のコホモロジー群を計算し, ある種の同境不変量を発見した. 境界付き多様体上の写像に対するこうした同境, あるいは同境不変量の研究はこれまでにまったくなく, 今回の結果はそういった意味で大変貴重で意義のあるものである. さらにこうした特異ファイバーの研究を多値関数のデータ可視化へ応用し, データに内在する微分位相幾何的特徴抽出に使えることも明らかにできた. このことは本研究の大きな成果の一つである.

今後はこうした萌芽的研究の成果, そして具体的な成果には未だにつなげていないけれども, これまでになかった新しい視点, 観点をもとに, 可微分写像の構造安定性と形態形成の研究を発展させてゆく.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

O. Saeki, S. Takahashi, D. Sakurai, Hsiang-Yun Wu, K. Kikuchi, H. Carr, D. Duke, and T. Yamamoto, Visualizing multivariate data using singularity theory, The Impact of Applications on Mathematics, Proceedings of Forum "Math-for-Industry" 2013, Springer, 査読有, 印刷中, 2014

O. Saeki and S. Takahashi, Visual data mining based on differential topology: a survey, Pacific Journal of Mathematics for Industry, 査読有, 印刷中, 2014

T. Yoshida, Y. Kabata and T. Ohmoto, Bifurcation of plane-to-plane map-germs of corank two, Quarterly Jour. Mathematics, 査読有, 印刷中, 2014

T. Ohmoto, Singularities of Maps and Characteristic Classes, Advanced Studies in Pure Mathematics (Proc. Real and Complex Singularities, Sao

Carlos, 2012)、査読有、印刷中、2014
T. Yamamoto、Survey of apparent contours of stable maps between surfaces、Advanced Studies in Pure Mathematics (Proc. Real and Complex Singularities, São Carlos, 2012)、査読有、印刷中、2014

J.T. Hiratuka and O. Saeki、Connected components of regular fibers of differentiable maps、Topics on Real and Complex Singularities, Proceedings of the 4th Japanese-Australian Workshop (JARCS4), Kobe 2011, World Scientific、査読有、2014、61-73

O. Saeki and M. Takase、Desingularizing special generic maps、Journal of Gökova Geometry Topology、査読有、7巻、2013、1-24

J.T. Hiratuka and O. Saeki、Triangulating Stein factorizations of generic maps and Euler characteristic formulas、RIMS Kokyūroku Bessatsu、査読有、B38巻、2013、61-89

L. Maxim, S. Cappell, T. Ohmoto, J. Schürmann, and S. Yokura、Characteristic classes of Hilbert schemes of points via symmetric products、Geometry & Topology、査読有、17巻、2013、1165-1198

V. Blanlœuil and O. Saeki、Cobordism of exact links、Algebraic and Geometric Topology、査読有、12巻、2012、1443-1455
T. Ohmoto、Vassiliev type invariants for generic maps, revisited、Contemporary Math., Amer. Math. Soc.、査読有、569巻、2012、143-160

T. Ohmoto、A note on Chern-Schwartz-MacPherson class、IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics, European Math.Soc.、査読有、20巻、2012、117-132

V. Blanlœuil and O. Saeki、Cobordism of algebraic knots defined by Brieskorn polynomials、Tokyo J. Math.、査読有、34巻、2011、429-443

L.A. Lucas and O. Saeki、Fox property for codimension one embeddings of product of three spheres into spheres、Algebraic and Geometric Topology、査読有、11巻、2011、3034-3064

T. Fukuda and T. Yamamoto、Apparent contours of stable maps into the sphere、Journal of Singularities、査読有、3巻、2011、113-125

[学会発表](計49件)

O. Saeki、Singular fibers of differentiable maps and low dimensional topology II、Visiting

Lecture at Center for Advanced Studies (招待講演) 2014年3月25日、Warsaw University of Technology, Poland

O. Saeki、Desingularizing special generic maps、Visiting Lecture at Institute of Mathematics(招待講演) 2014年3月20日、Polish Academy of Science, Poland

O. Saeki、Singular fibers of differentiable maps and low dimensional topology I、Visiting Lecture at Center for Advanced Studies (招待講演) 2014年3月18日、Warsaw University of Technology, Poland

T. Ohmoto、Chern Classes of Image and Discriminant of Stable Maps, Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2014(招待講演) 2014年3月9日、広島大学理学部

山本卓宏、境界付き多様体上の安定写像芽について、第130回日本数学会九州支部会、2014年2月15日、琉球大学

O. Saeki、Topology of manifolds and global theory of singularities、One day workshop on hypersurface singularity and its link manifolds(招待講演) 2014年1月23日、東京理科大学

山本卓宏、境界付き多様体上の安定写像とその特異ファイバー、接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺、2014年1月9日、高知市文化プラザかるぽーと
佐伯修、現代のトップテクノロジー、トポロジーを使ったデータ構造の解析～トポロジー技術を用いた分子構造解析とデータ可視化～、「数学メガネからみたイノベーション」(招待講演) 2013年12月12日、稲盛財団記念館(九州大学伊都キャンパス)

O. Saeki、Topology of manifolds and global theory of singularities、「可微分写像の特異点論とその周辺」(招待講演) 2013年11月25日、京都大学数理解析研究所

大本亨、Image and Discriminant Chern Classes of Stable Maps、筑波大学大学院数理物質科学研究科数学教室談話会(招待講演) 2013年11月7日、筑波大学

O. Saeki、Visualizing multivariate data using singularity theory、Forum “Math-for-Industry” 2013 -The Impact of Applications on Mathematics-(招待講演) 2013年11月4日、Nishijin Plaza, Kyushu University

山本卓宏、境界付き3次元多様体から平面への安定写像の特異ファイバーとその応用、第129回日本数学会九州支部会、2013年10月26日、宮崎大学

- 大本亨、Image and Discriminant Chern Classes of Stable Maps、埼玉大学大学院理学研究科数学教室談話会(招待講演)、2013年10月17日、埼玉大学
- O. Saeki、Desingularizing special generic maps、The 1st Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities (and The 7th Franco-Japanese Symposium on Singularities)(招待講演)、2013年9月20日、Laboratoire J. A. Dieudonné, Université de Nice Sophia Antipolis, France
- T. Ohmoto、Shoji Yokura's works and Kagoshima、1st Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities of the CNRS-VAST-JSPS(招待講演)、2013年9月17日、ニース大学デュドンネ数学研究所(ニース, フランス)
- O. Saeki、On study group activities、Seminarios do LMCC(招待講演)、2013年8月14日、ICMC-USP, Brazil
- O. Saeki、Topology of quasi-homogeneous isolated hypersurface singularities、Seminarios de Singularidades(招待講演)、2013年8月13日、ICMC-USP, Brazil
- T. Ohmoto、Image and Discriminant Chern Classes of Stable Maps、Mini-workshop on singularities 2013(招待講演)、2013年7月21日、東京理科大学(東京都新宿区)
- 佐伯修、マス・フォア・インダストリ活動について、Kobe Studio Seminar for Mathematics(招待講演)、2013年7月10日、神戸大学発達科学部
- 佐伯修、モース関数とそのレーブグラフ入門、Kobe Studio Seminar for Mathematics(招待講演)、2013年7月10日、神戸大学発達科学部
- ②① O. Saeki、Broken Lefschetz fibrations and their moves、Special Session "Singularities in Geometry and Topology", The Second Pacific Rim Mathematical Association Congress (PRIMA2013)(招待講演)、2013年6月27日、Shanghai Jiao Tong Univ., China
- ②② O. Saeki、Desingularizing special generic maps、Topology Seminar, Fudan University(招待講演)、2013年6月27日、Fudan University, Shanghai, China
- ②③ O. Saeki、Broken Lefschetz fibrations and their moves、Geometry and topology of smooth 4-manifolds(招待講演)、2013年6月6日、Max Planck Institute for Mathematics, Germany
- ②④ 大本亨、Geometry of plane-to-plane map-germs、可微分写像の特異点論とその応用(招待講演)、2012年12月12日、日本大学文理学部
- ②⑤ 山本卓宏、Geography of the singularities of stable maps of closed surfaces、可微分写像の特異点論とその応用、2012年12月11日、日本大学文理学部
- ②⑥ 佐伯修、Topology of quasi-homogeneous isolated hypersurface singularities、可微分写像の特異点論とその応用(招待講演)、2012年12月10日、日本大学文理学部
- ②⑦ O. Saeki、Novas aplicações das matemáticas na indústria、Palestra, ICMC-USP(招待講演)、2012年11月28日、ICMC-USP, Brazil
- ②⑧ O. Saeki、Desingularizar aplicações genéricas especiais、Seminário de Singularidades(招待講演)、2012年11月27日、ICMC-USP, Brazil
- ②⑨ 佐伯修、Desingularizing special generic maps、東京工業大学 大岡山談話会(招待講演)、2012年11月7日、東京工業大学
- ③⑩ 山本卓宏、Geography of the singularities of stable maps of closed surfaces into the plane、第127回日本数学会九州支部会、2012年10月27日、大分大学
- ③⑪ 佐伯修、Broken Lefschetz fibrations and their moves、第59回トポロジーシンポジウム(招待講演)、2012年8月13日、佐賀大学
- ③⑫ T. Yamamoto、Topology of the set of singular values of stable maps、The 12th International Workshop on Real and Complex Singularities、2012年7月24日、ICMC-USP, Brazil
- ③⑬ T. Ohmoto、Singularities and Characteristic Classes for Differentiable Maps I, II, III (course lecture)、The 12th International Workshop on Real and Complex Singularities(招待講演)、2012年7月23日~2012年7月25日、ICMC-USP, Brazil
- ③⑭ 佐伯修、Broken Lefschetz fibrations with embedded fold image、特異点論と幾何構造、2012年5月30日、長野市生涯学習センター
- ③⑮ 佐伯修、Cobordism of knots associated with complex hypersurface singularities、トポロジー金曜セミナー、九州大学(招待講演)、2012年4月13日、九州大学伊都キャンパス
- ③⑯ O. Saeki、Topology of definite fold singularities、Geometric Topology Seminar(招待講演)、2012年3月26日、Max Planck Institute for Mathematics, Bonn, Germany
- ③⑰ O. Saeki、Topology of definite fold singularities、Seminaire GT3(招待講演)、2012年3月13日、University of

- Strasbourg, France
- ③⑧ O. Saeki, Topology of definite fold singularities, Topology Seminar (招待講演) 2012年3月6日、University of Cambridge, Great Britain
- ③⑨ O. Saeki, Desingularizing special generic maps, The 7th Kagoshima Algebra-Analysis-Geometry Seminar(招待講演) 2012年2月17日、鹿児島大学理学部
- ④⑩ T. Ohmoto, Singular Chern class and degree formula, The 7th Kagoshima Algebra-Analysis-Geometry Seminar(招待講演) 2012年2月15日、鹿児島大学理学部
- ④⑪ 山本卓宏, Topology of the singular value sets of stable maps, The 7th Kagoshima Algebra-Analysis-Geometry Seminar(招待講演) 2012年2月14日、鹿児島大学理学部
- ④⑫ O. Saeki, Topology of definite fold singularities, The 4th Japanese-Australian Workshop on Real and Complex Singularities(招待講演) 2011年11月24日、Kobe Satellite of Hyogo University of Teacher Education
- ④⑬ O. Saeki, Cobordism of knots defined by Brieskorn polynomials, The 19th TAPU Seminar on Knots and Related Topics (招待講演) 2011年9月16日、Seacloud Hotel, Haeundae, Busan, Korea
- ④⑭ Osamu Saeki, Survey on knots associated with complex hypersurface singularities, The 19th TAPU Seminar on Knots and Related Topics (招待講演) 2011年9月15日、Seacloud Hotel, Haeundae, Busan, Korea
- ④⑮ 山本卓宏, 安定な可微分写像の特異点と特異値集合について、トポロジーシンポジウム(招待講演) 2011年8月10日、筑波大学
- ④⑯ 佐伯修, 定値折り目特異点の消去と特異レフシェッツ束、近畿大学数学教室講演会(招待講演) 2011年7月8日、近畿大学理工学部
- ④⑰ 佐伯修, 定値折り目特異点の消去と特異レフシェッツ束、大阪大学数学教室談話会(招待講演) 2011年6月6日、大阪大学理学部
- ④⑱ 佐伯修, Lifting special generic maps, 特異点論とその応用, 2011年5月31日、大分工業高等専門学校
- ④⑲ T. Ohmoto, Thom polynomial associated to the Milnor number of isolated complete intersections, Banach Center Conference: Workshop on Singularities in Geometry and Application (招待講演) 2011年5月21日、Banach center, Bendlewo, Poland

〔図書〕(計1件)

V. Blanlœil, T. Ohmoto (eds.), European Math. Soc., Singularities in Geometry and Topology - Strasbourg 2009, IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics, Vol.20, 2012, 362 pages

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
 発明者：
 権利者：
 種類：
 番号：
 出願年月日：
 国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
 発明者：
 権利者：
 種類：
 番号：
 取得年月日：
 国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://imi.kyushu-u.ac.jp/~saeki/index-j.html>

6. 研究組織

(1)研究代表者

佐伯 修 (SAEKI, Osamu)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

研究者番号：30201510

(2)研究分担者

大本 亨 (OHMOTO, Toru)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：20264400

山本 卓宏 (YAMAMOTO, Takahiro)

九州産業大学・工学部・講師

研究者番号：60435972

(3)連携研究者

高瀬将道 (TAKASE, Masamichi)

成蹊大学・理工学部・准教授

研究者番号：30447718

山本稔 (YAMAMOTO, Minoru)

弘前大学・教育学部・准教授

研究者番号：40435475