

科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 31 日現在

機関番号：12601
 研究種目：挑戦的萌芽研究
 研究期間：2011～2012
 課題番号：23654033
 研究課題名（和文） ストーン双対性と小宇宙原理による、モジュラーなシステム検証の一般理論
 研究課題名（英文） Foundation of Modular Verification via Stone-Like Dualities and the Microcosm Principle
 研究代表者
 蓮尾 一郎 (HASUO ICHIRO)
 東京大学・大学院情報理工学系研究科・講師
 研究者番号：60456762

研究成果の概要（和文）：小宇宙原理（システムのモジュラーな構成の数学的モデル）とストーン双対性（様相論理の数学的モデル）の組み合わせとその応用を当初目標として挙げたが、より広汎な視野で圏論・数学のシステム検証への貢献を志向した結果、ファイブレーション（圏論的論理で用いられる論理のモデル）における不動点論理の定式化とモデル検査への応用について新しい知見が得られたので、この新しい方向性の研究に注力し、最大不動点述語の圏論的構成に関する成果を得た。この成果を最小不動点を含む形に拡張すべく、研究を続行中である。

研究成果の概要（英文）：The initial objective was to combine the microcosm principle (a mathematical model of modular construction of computer systems) and Stone-like dualities (a mathematical model of modal logic) and to apply it to system verification. However, in the course of our research with interests in the application of mathematics (category theory in particular) to system verification in a broader sense, we obtained new insights on the formalization of fixed-point logics in a fibration (a mathematical model of logics, used in categorical logic) and its application to model checking. We decided to pursue this new direction, and obtained results on the categorical construction of coinductive predicates. The research is being continued now so that the framework also accommodates inductive predicates.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	2,900,000	870,000	3,770,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：システム検証, ソフトウェア学, 数学基礎論, 数理論理学, 応用数学

1. 研究開始当初の背景

(1) 計算機システムが正しく動作すること—またはそのことを検証すること—は現代社会において非常に重要であるが、システムの天文的複雑さゆえに、この目標を達成することは大きなチャレンジとなっている。

(2) 巨大化するシステムの検証にあたっては、要素還元性（モジュラリティ）が有効な道具であることはソフトウェア工学の分野

でよく知られた事実である。一方、モジュラーなシステム検証の理学的・数学的基礎については、これまで限定的にしか研究が行われなかった。

2. 研究の目的

(1) システムのモジュラーな構成の数学的モデルたる、余代数の上の小宇宙原理と、仕様記述の枠組である様相論理の数学的モデ

ルたるストーン双対性を組み合わせ、モジュラーなシステム検証のための数学的一般理論を樹立することを目標とした。

(2) 上記の具体的な獲得目標に加えて、「圏論のシステム検証への応用」というより広汎な視野から、余代数や圏論的論理といった既存の研究成果のシステム検証への応用を志向した。

3. 研究の方法

(1) 理論上の2つのトピック（小宇宙原理とストーン双対性）についてサーベイを行い、これらの融合を目指した。

(2) 応用面で、ソフトウェア工学的手法（特にコンポーネント計算）についてサーベイを行い、理論的成果の応用可能性について考察した。

(3) また、挑戦的萌芽研究の性質ゆえ、上記の具体的な目標よりも視野を広げ、より広い意味での圏論・数学のシステム検証への応用可能性について可能性を探った。

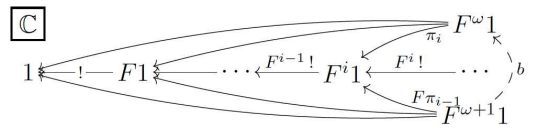
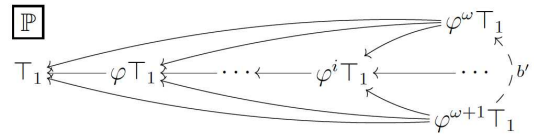
4. 研究成果

(1) 新しい研究の方向性：圏論的不動点論理

当初計画で挙げた具体的な獲得目標に関して研究を進めるうちに、次のような関連した話題に関して新しい知見が得られたゆえ、目標を変更し、この新しい研究の方向性に注力して、成果を得て論文を発表した（〔雑誌論文〕の(1)）。

この新しい方向性とはすなわち、応用面ではシステム検証における、リアクティブ・システムの仕様記述と検証のための不動点論理（LTL や μ 計算など）の重要性であり、数学面では、論理の圏論的モデルとしてストーン双対性の代替となるようなファイブレーションの概念である。

特にファイブレーションは Lawvere 以来圏論的論理の基本的構造として用いられ、ストーン双対性よりもさらに一般的な状況に適用できる。本研究ではファイブレーションの表す論理の上で余帰納的述語（主に安全性仕様の記述に用いられる）を定式化し、さらにその余帰納的述語の具体的な再帰的構成法（ ω チェインによる）と、この再帰が飽和するための一般的な十分条件を圏論の言葉で与えた（下図参照）。



(2) 数学的貢献：ファイブレーションと locally presentable category の理論の融合

この十分条件はファイブレーションと locally presentable category という、これまであまり交わりのなかった圏論の2つのトピックの融合によってもたらされたものであり、圏論の理論的インフラストラクチャが不足していたゆえ我々自身でこれを構築する必要があった。この内容自身数学の成果として意義が大きいと考える。

(3) 今後の展開：圏論的不動点論理の確立とモデル検査への応用に向けて

得られた結果を発展させる形で、（ファイブレーションに基づく）圏論的論理のもとで一般的不動点論理を定式化し、システム検証に応用する研究を現在行なっている。

この現在進行中の研究の成果は、不動点論理の数学的本質を明らかにするのみならず、圏論的論理の一般性（双模倣性などの2項関係や、構成的論理、名前付きプロセスに対する nominal logic など）ゆえに大きな応用範囲を獲得することが期待される。特に、不動点論理に関するいくつかのフォーマリズム（論理、パリティ・オートマトン、ゲームなど）を統一的な枠組で再定式化できるようになり、既存のモデル検査アルゴリズムの理論を整理して、また、新しいアルゴリズムの発見につながることを期待している。

このような「圏論的論理の上の不動点論理」の一般理論の樹立のためには、すでに得られた最大不動点に関する結果のみならず、最小不動点や、さらにこれらの組み合わせの適切な圏論的定式化が不可欠である。現在これらについて、自由モナドを用いた予備的知見を得たところである。

(4) 関連した成果：ハイブリッド・システム検証と、量子プログラミング言語の意味論

また、本研究の当初目標とはさらに遠いところにあるが関連する研究成果として、ハイブリッド・システムの超準解析的モデリングと解析に関する結果を得た（〔雑誌論文〕の(2), (3), (6)）。超準解析というモデル論的道具を使って、既存の離散的システム検証手法を

「文字通りそのまま」連続系・ハイブリッド系に移転する方法論は唯一無二のものであり、広い意味での数学のシステム検証への応用になっているだけでなく、特に〔雑誌論文〕の(2)の成果には余代数が応用可能である(現在研究が進行中)。

さらに、〔雑誌論文〕の(7)では、余代数の一般性を活かして既存のプログラミング意味論の手法(Geometry of Interaction)を量子プログラミングへ移転した。

(5) まとめ

以上のように、研究成果は当初計画の具体的な目標とは方向の違うものになったが、計算機システムの品質保証への圏論・数学の貢献というより広汎な視点に立てば、かえって重要性の高いものになったと考える。また、当初計画の中であって今回の成果の中で考察されなかったモジュラー性については、今回の成果に組み合わせることでさらなる研究が期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計7件)

(1) Ichiro Hasuo, Kenta Cho, Toshiki Kataoka, and Bart Jacobs. Coinductive Predicates and Final Sequences in a Fibration. To appear in Proc. MFPS XXIX. Electr. Notes in Theoretical Computer Science, 2013. 査読有, 採録決定済み.

(2) Kohei Suenaga, Hiroyoshi Sekine, and Ichiro Hasuo. Hyperstream Processing Systems: Nonstandard Modeling of Continuous-Time Signals. Proc. POPL 2013, p. 417-430. ACM. 査読有. 10.1145/2429069.2429120

(3) Ichiro Hasuo and Kohei Suenaga. Exercises in Nonstandard Static Analysis of Hybrid Systems. Proc. CAV 2012. Lecture Notes in Computer Science, vol. 7358, p. 462-478. Springer-Verlag. 査読有. 10.1007/978-3-642-31424-7_34

(4) Ichiro Hasuo and Bart Jacobs. Traces for Coalgebraic Components. Mathematical Structures in Computer Science, 21:267-320, 2011. 査読有. 10.1017/S0960129510000551

(5) Ichiro Hasuo. The Microcosm Principle and Compositionality of GSOS-Based Component Calculi. Proc. CALCO 2011. Lecture Notes in Computer Science, vol. 6859, p. 222-236. Springer-Verlag. 査読有. 10.1007/978-3-642-22944-2_16

(6) Kohei Suenaga and Ichiro Hasuo. Programming with Infinitesimals: A While-Language for Hybrid System Modeling. Proc. ICALP 2011, Track B. Lecture Notes in Computer Science, vol. 6756, p. 392-403. Springer-Verlag. 査読有. 10.1007/978-3-642-22012-8_31

(7) Ichiro Hasuo and Naohiko Hoshino. Semantics of Higher-Order Quantum Computation via Geometry of Interaction. Proc. LICS 2011. p. 237-246. IEEE Computer Society. 査読有. 10.1109/LICS.2011.26

〔学会発表〕(計6件)

(1) Ichiro Hasuo, Categorical Geometry of Interaction and Quantum Programming, 国際ワークショップ GALOP2013, 2013/7/18, Imperial College London, UK (招待講演, 予定)

(2) Ichiro Hasuo, Coinductive Predicates and Final Sequences in a Fibration, 国際会議 MFPS XXIX, 2013/6, Tulane University, USA (予定)

(3) Ichiro Hasuo, Hyperstream Processing Systems: Nonstandard Modeling of Continuous-Time Signals, 国際会議 POPL2013, 2013/1/25, Hotel Parco dei Principi, Rome, Italy.

(4) Ichiro Hasuo, Nonstandard Static Analysis: Discrete Verification Methodologies Transferred to Hybrid Applications, 国際ワークショップ ICE2012, 2012/6/16, KTH Stockholm, Sweden (招待講演)

(5) Ichiro Hasuo, Exercises in Nonstandard Static Analysis of Hybrid Systems, 国際会議 CAV2012, 2012/7/12, UC Berkeley, USA

(6) Ichiro Hasuo, The Microcosm Principle and Compositionality of GSOS-Based Component Calculi, 国際会議 CALCO2011, 2011/9/11, University of Winchester, UK

(7) Naohiko Hoshino, Semantics of Higher-Order Quantum Computation via Geometry of Interaction, 国際会議 LICS2011, 2011/6/23, University of Toronto, Canada (共著論文を共著者が発表)

(8) Kohei Suenaga, Programming with Infinitesimals: A While-Language for Hybrid System Modeling, 国際会議 ICALP2011, 2011/7/7, ETH Zurich, Switzerland (共著論文を共著者が発表)

[図書] (計1件)

西浦廉政 編, 越境する数学, 岩波書店, 2013.
全 230 ページ, 188-227 ページを執筆.

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等

<http://www-mmm.is.s.u-tokyo.ac.jp/~ichiro/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

蓮尾 一郎 (HASUO ICHIRO)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・講師

研究者番号: 60456762

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし