

平成 26 年 6 月 3 日現在

機関番号：17104

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2013

課題番号：23654038

研究課題名(和文) 相互依存型決定過程の創出

研究課題名(英文) Mutually Dependent Decision Processes

研究代表者

藤田 敏治 (Toshiharu, Fujita)

九州工業大学・工学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：60295003

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円、(間接経費) 810,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、これまでにない新しい型の決定過程を創出した。それは決定過程群が相互に再帰的な依存関係を持つもので、相互依存型決定過程と呼ばれる。このモデルは、一般に複数の決定過程からなり、各決定過程における各期の利得関数が、他の決定過程問題の最適値の関数として定まるものである。この相互依存型決定過程モデルを、離散・有限で考え、動的計画法による相互依存型再帰式を導いた。推移法則は、確定および確率の双方を扱っている。本モデルは、ある種の複雑な構造を持つ決定過程問題に対し、その扱いを容易にすることができる。

研究成果の概要(英文)：In this study, we introduced a new framework for decision process model. It is called mutually dependent decision processes (MDMDP) that exhibit recursive mutual dependence. Our model is structured upon more than two types of finite-stage decision processes. For simplicity, we describe a case that two types of finite-stage decision processes: main-process and sub-process. At each stage, the reward in one process is given by the optimal value of the alternative process problem. Those structure recursively appears in MDMDP. We formulated some MDMDP models with deterministic and stochastic transition systems and derived mutually dependent recursive equations by dynamic programming. The models enable easier treatment of some classes of complex multi-stage decision processes.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：動的計画 相互依存型決定過程 マルコフ決定過程 非直列推移システム

1. 研究開始当初の背景

多段決定過程についての歴史は古く、有限/無限、離散/連続、確定/確率的推移、加法型/非加法型評価など、様々な状況に対応する決定過程が取り扱われてきた。一方、多段決定過程問題に対する解法の中核をなすものとして動的計画法がある。動的計画法とは、最適性の原理をその基本原理とし、Bellman 方程式(最適方程式、再帰式)により様々な問題の求解を実現する枠組みである。DP の理論は R. E. Bellman により提案され、理学、工学はもとより、経済学なども含め非常に幅広い分野において研究・応用がなされてきた。特に我々は、評価系・制約部の拡張および非決定性推移の導入、それらに伴う政策概念の拡大など、新たな決定過程モデルや概念、およびそれらに対する理論や解法を提案し続けてきた経緯があり、DP の無限の可能性を強く感じている。

動的計画法は、本質的に多段決定過程の形に定式化できるあらゆる問題を対象としており、最適方程式という強力な武器により解法を与えている。決定過程と動的計画法とはモデルとその解法という関係にあるのだが、実は少なくない文献において、モデルが正確に記述されることなく最適方程式が導かれていることが確認できる。目的関数が正確に明示されていなかったり、実行可能解としての政策の定義があいまいであったり、場合によっては状態推移の規則さえはつきりしないまま「動的計画法により」という枕詞のもとで最適方程式が与えられているのである。そして、まれに誤った結果ともいえるものを目にもすることもまた事実である。このような状況に対し、我々はモデルの正確な記述の重要性を認識し、各モデルに対する最適方程式の導出を行ってきた。様々な問題を扱う中では、従来になかった政策クラスや推移法則の導入が必要となる場面にも遭遇し、実際に導入することで、解法となる最適方程式を証明してきたのである。

この流れの中で新たに必要となったものが相互依存型決定過程であった。これは、某企業と行った搬送系スケジューリングに関する共同研究の中で、従来の枠組みでは問題構造を記述することができないという壁に直面した際、注意深い問題解析の末に考え出されたものである。

この新しい概念については、少し説明を加えておく。ここでは簡単のため決定過程が2つの場合について述べるが、以下の考え方は3つ以上の場合についても直ちに一般化が可能である。まず、解くべき決定過程問題(以後、これを主過程とよぶ)がある。主過程の利得関数は、主過程とは異なる決定過程問題(以後、これを副過程とよぶ)の最適値に依存する。具体的には、主過程における各期の状態と決定に依存した副過程の初期状態が定まり、この初期状態に対し副過程問題が解

かれ、その最適値に(場合によっては最適政策にも)依存して主過程の利得関数値が定まるのである。さらに副過程の利得関数については、その値が主過程問題の最適値に依存して定まる。この場合も、副過程におけるその時点の状態と決定に依存して解かれるべき主過程の初期状態が与えられる。このような関係がいずれかの過程の終端状態に達するまで続く。すなわち、再帰的に相互に依存した決定過程構造をなすのである。過去、状態推移のみについてであれば、様々な構造に言及した文献はあるものの、この種の相互依存構造を持つモデルが扱われた形跡はなく、全く新しい決定過程の枠組みであると考えられる。実際に適用されうるモデルも存在し、本格的に研究を推し進める必要性を感じたのである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、相互依存型決定過程という全く新しい型の多段決定過程構造の創出である。相互依存型決定過程とは、複数の決定過程が各々の各期の利得関数を通して互いに再帰的に依存している決定過程である。長期的な目標はこの相互依存型決定過程の確立であり、本研究では基本的概念を定め、相互依存型決定過程の基礎を築くことを目指す。具体的には、離散・有限のもとで相互依存型決定過程問題を一般的に定式化し、動的計画による再帰的解法を導くための基本的考え方を確立する。また、この新しい枠組みの普及のため、典型的な適用例の収集にも努める。

3. 研究の方法

本研究期間中に扱う相互依存型決定過程のモデルは、有限期間かつ状態空間・決定空間ともに有限集合の場合に絞る。ただし、状態推移は確定的推移を手始めに、確率的推移等にも対応させ、評価関数についても結合型評価を含む一般的な目的関数まで可能な限りひろげる。研究初期においては、比較的単純なモデルの構築から始め、相互依存構造の本質を見定めることを優先する。既存モデルとの差異、あるいは類似点等についても考察する。その後、より汎用的な一般モデルを構築し、動的計画法による最適方程式の導出方法について探究する。そして、現実問題への適用を視野に入れながら、適用例についても考える。研究方法の詳細な流れは以下の通りである。

(1) 決定過程に対する相互依存構造について解析し、相互依存の概念を明確化する。各期の利得関数を通じた相互依存関係が対象であり、様々な観点から考察し、相互依存構造について検討を行う。最初に扱うモデルは、確定的推移システム上での2つの決定過程

を対象とした加法型単純依存型過程とする。これは一方の決定過程の利得関数値が対応するもう一方の決定過程の最適値になっていて、かつ目的関数が加法型(利得関数の和)で与えられる問題である。このモデルに対して、必要となる政策クラスにも注意を払いながら最適方程式を導きだす。その後、利得関数をより一般に最適値の関数と考え、目的関数については結合型評価(利得関数を結び付ける演算子を一般化したもの)および結合型評価の関数まで広げた問題に対し、最適方程式の導出を目指す。そして、3つ以上の決定過程からなる相互依存型決定過程へと結果を拡張する。

(2) 相互依存型決定過程の有用性を示すため、典型的な例題の提示や実問題への適用を試みる。問題例を挙げることは、新しい枠組みである相互依存型決定過程のさらなる活用へ結びついていくと期待される。また、計算機上での数値実験をおこない、汎用ソルバーについて検討する。

(3) 確率的推移システム上で相互依存型決定過程を展開する。ここでも目的関数の一般化に伴い、政策クラスの吟味等注意を要する。過去の研究結果から、不変埋没の考え方をを用いた拡張状態空間がそのカギを握っていると予想される。

4. 研究成果

研究期間内に、主として、確定的推移のもとでの相互依存型決定過程および確率的推移のもとでの相互依存型決定過程について、対応する利得関数や目的関数(利得の評価式)の多様化などにより、適用可能な問題を拡大してきた。またいくつかの適用例により、相互依存型決定過程の有用性を示した。

(1) 基本モデルとして、確定的推移システム上での相互依存型決定過程を定式化し、解法を導いた。実際、加法型評価を持つ2つの決定過程からなる相互依存構造について解析し、動的計画法による相互依存型再帰式を導いた。

(2) 基本モデルに対し、結合型評価(結合律を満たす一般の2項演算子により利得関数が結び付けられた評価)をもつ相互依存型決定過程を扱った。さらには、目的関数を結合型評価の関数にまでひろげた。この際、その問題自体の最適値を必要とする元の問題における利得関数をより一般に最適値の関数と考えた。この種の問題では、単純に部分問題を構成するだけでは最適方程式を導くことができなかつた。そこで不変埋没の概念を用いることにより、最適方程式の導出に成功した。この場合、もはや最適政策のマルコフ性は成り立たず、一般政策まで広げて考える必

要が生じた。もちろん最適一般政策の構成方法についても与えた。

(3) ある種の非決定性動的計画問題が、相互依存型決定過程の枠組みで捉えなおすことにより、明快にモデル化されることを示した。典型的な例題が、S. Wagon が提出した問題 The Egg Drop である。この問題は、落下試験回数最適化問題の一種と考えられるもので、状態の推移と評価を相互依存決定過程構造で表現し、再帰式を導いた。また問題が取り扱える状況を一般化した形では、より複雑な構造を示したが、相互依存型決定過程により容易に処理することができた。

(4) 折り紙ユニットで作成可能な多面体にはどのようなものがあり、いくつあるのか、という問題に対し、相互依存型決定過程を適用することで解を導いた。この問題は、本質的には A. Lubiw と J. O'Rourke の扱った“多角形からの凸多面体構成問題”と解釈されるが、これが一般の評価を持つ確定的推移システム上での相互依存型決定過程として定式化されることを示した。なお、この問題は相互依存構造特有の性質をもつものであり、相互依存型決定過程の有用性を示すよい例である。新しい概念である相互依存型決定過程の知名度を上げ、普及を図っていくためにも、身近な折り紙を題材とした内容は有効であり、学会機関誌へ読み物としての掲載も決定している。

(5) マルコフ決定過程上に相互依存型決定過程を構築し、確率環境下でも再帰的な決定過程構造を持つ問題へ対応可能とした。さらに評価関数として、結合型評価を確率システム上に導入し、一般政策全体に関する最大化問題として定式化し、解析を行った。埋め込み法と動的計画法による再帰式を導くことができ、最適一般政策の構成法についても与えた。

今後は、より複雑な構造への対応を図るべく、相互依存構造を他の推移システム上へも対応させる必要がある。また、無限期間問題等については今後の課題として、是非取り組むべきものと認識している。なお、計算機による数値実験も行ったが、動的計画法には、避けては通ることのできない「次元の呪い」が存在し、やはり問題の規模が大きくなると容易に解が求まらなかつた。それでも厳密解が必要とされる状況は存在するはずで、実問題へ適用するうえでの汎用ソルバー構築も必要と考える。実際、研究期間中にある程度の構築は試みたが、実用面では今後の更なる研究が望まれる。

本研究は、対象とするモデルが新しいものであるという点はもちろん、その概念が、モデルの非常に基礎的な部分を定めている点

が特色といえる。すなわち本研究の成果は、動的計画の分野に新たな研究対象を与え、幅広い観点からの関連研究の需要を引き起こす可能性を秘めている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

Toshiharu Fujita and Akifumi Kira, Mutually Dependent Markov Decision Processes, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 査読有, 掲載決定

藤田敏治, 長友健太郎, 折り紙ユニットを用いた凸多面体の構成 - 相互依存型決定過程によるアプローチ -, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 掲載決定

Seiichi Iwamoto, Yutaka Kimura and Toshiharu Fujita, A Golden Complementary Duality in Quadratic Optimization Problem, Proceedings of the Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (NAO2012), 査読有, pp. 115-125, 2014, 掲載決定

藤田敏治, 中野多恵, 長友健太郎, 折り紙ユニットにより作成可能な凸多面体, オペレーションズ・リサーチ, 査読無, Vol. 59, No. 7, 2014年7月, 掲載決定

藤田敏治, 結合型評価をもつ相互依存型決定過程, 京都大学数理解析研究所講究録 1802, 査読無, 2012年7月, pp. 78-84
Akifumi Kira, Takayuki Ueno and Toshiharu Fujita, Threshold probability of non-terminal type in finite horizon Markov decision processes, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 査読有, Vol. 386, February, 2012, pp. 461-472, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2011.08.006>

[学会発表](計18件)

藤田敏治, 相互依存型決定過程で探る折り紙ユニット多面体, 最適化法とその応用 第5回研究集会, 2013.12.13-14, 弘前大学

藤田敏治, 折り紙ユニットを用いた凸多面体の構成 - 相互依存型決定過程によるアプローチ -, 京都大学数理解析研究所研究集会: 不確実性の下での数理的意思決定の理論と応用, 2013.11.11-13, 京都大学数理解析研究所

藤田敏治, 折り紙正方ユニットにより構成可能な凸多面体について, 第10回DP研究会+OR学会研究グループ「不確実環

境下での柔構造最適化モデリング」合同開催「DP部会合同シンポジウム2013」, 2013.10.19-20, 長崎大学

藤田敏治, 相互に依存する決定過程, 国際数理科学協会(OR部門)年会(日本OR学会研究部会「不確実性システムにおける意思決定」第3回研究会との共同開催), 2013.8.31, 西宮市大学交流センター

Seiichi Iwamoto, Yutaka Kimura and Toshiharu Fujita, Primal-dual inequalities through conjugate function, The 8th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA2013), August 2-6, 2013, Hirosaki University, Aomori, Japan

Toshiharu Fujita, Mutually Dependent Decision Processes and Their Application to the Egg Drop, XXVI EURO-INFORMS Joint International Conference (EURO 2013), July 1-4, 2013, Sapienza University of Rome, Rome, Italy

藤田敏治, 相互依存型決定過程と落下試験回数最適化, 日本数学会 2013年度年会統計数学科分科会, 2013.3.20-23, 京都大学

藤田敏治, 相互依存型決定過程とその応用について, 第17回情報・統計科学シンポジウム, 2012.12.7, 九州大学

藤田敏治, 近藤匠, 2つの評価基準を考慮したたまご落とし問題, 京都大学数理解析研究所研究集会: 確率的環境下での意思決定解析, 2012.11.19-21, 京都大学数理解析研究所

藤田敏治, 相互依存型決定過程 - n過程モデル -, 第8回DP研究会+OR学会研究グループ「不確実環境下での柔構造最適化モデリング」合同開催「DP部会合同シンポジウム2012」, 2012.10.19-20, 芝浦工業大学SIT総合研究所併イノベーションスクエア

藤田敏治, 結合型評価をもつ相互依存型決定過程, 京都大学数理解析研究所研究集会: 不確実・不確定環境下における数理的意思決定とその周辺, 2011.11.7-9, 京都大学数理解析研究所

藤田敏治, 相互依存型決定過程について - 評価系の拡張 -, 日本数学会 2011年度秋季総合分科会統計数学科分科会, 2011.9.28-10.1, 信州大学松本キャンパス

Toshiharu Fujita, Mutually Dependent Decision Processes, The International Federation of Operational Research Societies (IFORS) 2011, July 10-15, 2011, Melbourne Convention Centre, Melbourne, Australia

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤田 敏治 (FUJITA, Toshiharu)

九州工業大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：6 0 2 9 5 0 0 3