

## 科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成25年5月7日現在

機関番号：13903  
 研究種目：挑戦的萌芽研究  
 研究期間：2011～2012  
 課題番号：23656135  
 研究課題名（和文） 新形式の移流項による挑戦

研究課題名（英文） A challenge using new form of convection term

## 研究代表者

森西 洋平（MORINISHI YOHEI）  
 名古屋工業大学・工学研究科・教授  
 研究者番号：40222351

## 研究成果の概要（和文）：

本研究では、自乗量保存形を与える新形式の移流項を使用し、高次精度で安定な流れの非定常数値計算手法を構築した。具体的には、(1)圧縮性流体の高次精度差分スキーム、(2)自乗量保存形差分スキームと衝撃波捕獲法の混合スキーム、(3)ALEタイプの移動格子に対する高次精度差分スキーム、(4)気液混相流の高次精度差分スキーム、を構築した。それぞれの計算手法の信頼性は、検証計算を実施して確認された。

## 研究成果の概要（英文）：

In this study, high-order and stable numerical methods for unsteady fluid flow problems were constructed based on a new form of convection term. Specifically, (1) high-order finite-difference schemes for compressible flows, (2) mixed schemes of the secondary conservative finite-difference and shock capturing methods, (3) high-order finite-difference schemes for ALE-type moving grids, (4) high-order numerical method for gas-liquid multi-phase flows, were constructed. Reliabilities of the respective methods were demonstrated on some test problems.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	2,900,000	870,000	3,770,000

## 研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・流体工学

キーワード：数値流体力学

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者は非圧縮性流れに対する自乗量保存形差分スキーム（Morinishi et al. (JCP, 1998)）を提案しているが、この差分スキームは乱流の非定常数値計算に非常に有効である事が世界で認知されている。さらにごく最近研究代表者は、圧縮性流れに対しても自乗量保存形差分スキームが構成できることを示した（Morinishi

(JCP, 2010)）。この研究において研究代表者は、圧縮性流れの移流項は全く新しい形式（新形式の移流項）で記述できることも発見した。新形式の移流項は、圧縮性の効果等を含むより一般的な移流方程式に対して自乗量（エネルギー）の保存形を与える形式であるため、高次精度で安定な計算手法の構成を可能とすることが期待される。さ

らにこの形式は、数値計算のみならず、移流項に起因する非線形問題の理論解析に対しても新たな手段を提供するものと考えられる。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、新形式の移流項を使用することにより、従来は達成できなかった移流方程式の高精度数値計算手法を構築することを目的とする。さらに、従来は安定に解くことが困難であった移流形方程式へ新形式の移流項を適用し、新たな数値計算および理論解析手法の開発を試みる。

## 3. 研究の方法

非圧縮性乱流に対しては移流項の自乗量保存形やそれに対する差分スキームが従来から知られており、それらを用いた乱流のDNSやLESが進展している。しかし、圧縮性乱流に対しては現在も課題が多い。従来の圧縮性乱流のDNSやLESでは、非線形不安定性を抑制するために数値粘性やローパス・フィルターが使用されている。しかし、そのような安定化手法は微小な変動成分を平滑化してしまうため、流体音響解析への適用等においては注意が必要である。

そこで本研究課題では、新形式の移流項を利用し、まず圧縮性乱流に対する高精度計算アルゴリズムを開発した。新形式の移流項は圧縮性流れに対する自乗量保存形であり、非線形不安定性を抑制するための数値粘性等の導入は不要である。空間離散化手法としては、圧縮性乱流の数値計算で現在多用されているコンパクト差分を用いた計算コードを開発し、検証計算を実施した。さらに、衝撃波を伴う圧縮性流れも扱えるように、自乗量保存形差分スキームと衝撃波捕獲法の混合スキームの構成も試みた。

上記に示した圧縮性流れに対する移流方程式では密度の重み付き変数が保存される。同様に、ある量の重み付き変数が保存される形の方程式に対しては、アナロジーによって新形式の移流項が利用できる。そのような例として、移動格子による流れの数値計算、および気液混相流の数値計算を取り上げた。

圧縮性流れに対する移動格子による数値計算では（密度×座標変換のヤコビアン）の重み付き変数が、また非圧縮性流れに対する移動格子による数値計算では（座標変換のヤコビアン）の重み付き変数が保存される形の移流項が現れる。そこで、非圧縮性流れおよび圧縮性流れに対する移動格子による数値計算コードを開発し、検証計算を実施した。

気液混相流の数値計算では、液体率（液体の体積率）の重み付き変数が保存される形の移流項が現れる。本研究課題では、非圧縮性流れでの気液混相流の数値計算コードを開発し、検証計算を実施した。

## 4. 研究成果

まず、本研究の核となる新形式の移流項について説明しておく。圧縮性流れでの変数 $\phi$ の輸送方程式は一般に以下の式[1]で記述される。このとき流れ場は式[2]の質量保存則にも支配される。

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \phi)}{\partial x_j} = S_\phi \quad [1]$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad [2]$$

ここで $\rho$ は密度、 $u_j$ は $x_j$ 方向の速度ベクトル、 $t$ は時間である。ここでは式[1]の左辺をまとめて移流項と呼ぶ。このとき、式[2]を用いて式[1]の移流項を変形すると、次の新形式の移流項（自乗量保存形の表現の1つ）を得る。

$$\sqrt{\rho} \frac{\partial(\sqrt{\rho}\phi)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial(\rho u_j \phi)}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \rho u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = S_\phi \quad [3]$$

式[3]が自乗量保存形であることは、式[3]に変数  $\phi$  を乗じる事で直ちに理解される。

$$\frac{\partial(\rho\phi^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \phi^2/2)}{\partial x_j} = S_\phi \phi \quad [4]$$

従って、式[3]の新形式の移流項は先天的に圧縮性流れでの自乗量保存形を与え、これを用いて輸送方程式の移流項を離散化すれば、非線形数値不安定性が抑制できるので、高レイノルズ数流れの非定常数値計算を安定に実施できる。以上が Morini shi (JCP(2010)) で示された新形式の移流項であるが、本研究課題では、式[3]の移流項を基に、まずコンパクト差分による高次精度流体解析手法を開発し、さらに検証計算としてオープンキャビティ内流れの直接数値計算を実施して開発された計算手法の有効性を確認した。これらに関連する研究成果は、〔雑誌論文〕(4)として日本機械学会論文集で公表、また〔学会発表〕(8)として数値流体力学シンポジウムで口頭発表を行っている。

また、圧縮性流れにおいて中心差分に基づく自乗量保存形差分のみでは衝撃波等の不連続は捕えられないので、自乗量保存形差分と衝撃波捕獲法の混合スキームも構築し、検証計算として渦と衝撃波の干渉問題の数値計算を実施した。これらに関連する研究成果は、〔雑誌論文〕(5)として日本機械学会論文集で公表、また〔学会発表〕(9)および(12)として数値流体力学シンポジウムで口頭発表を行っている。

次に、新形式の移流項を ALE タイプの移動格子の数値計算へ拡張した。式[1]および式[2]を計算空間へ変換すると次式を得る。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial(J\rho\phi)}{\partial \tau} + \frac{1}{J} \frac{\partial(J\rho V^j \phi)}{\partial \xi^j} = S_\phi \quad [5]$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial(J\rho)}{\partial \tau} + \frac{1}{J} \frac{\partial(J\rho V^j)}{\partial \xi^j} = 0 \quad [6]$$

ここで、計算空間の時間と空間の独立変数はそれぞれ  $\tau$  と  $\xi^j$  であり、 $J$  は座標変換のヤコビアン(コントロールボリュームの体積に対応)、 $V^j$  は格子の移動速度も考慮した反変速度成分である。式[3]とのアナロジーから、ALE タイプの移動格子における新形式の移流項(自乗量保存形の 1 つ)が次式で与えられる事が判る。

$$\frac{\sqrt{J\rho} \partial(\sqrt{J\rho}\phi)}{J \partial \tau} + \frac{1}{2J} \frac{\partial(J\rho V^j \phi)}{\partial \xi^j} + \frac{1}{2J} J\rho V^j \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j} = S_\phi \quad [7]$$

式[7]が自乗量保存形を与える事は式[4]と同様に示される。本研究課題では、上記の移流項を基に非圧縮性および圧縮性流れに対する移動格子による流体数値計算コードを開発し、それぞれに対する検証計算として振動格子乱流およびピッチング振動翼周り流れの数値計算を実施し、開発された計算手法の有効性を確認した。また、移動境界問題の応用例として、進行波動壁を有するチャンネル乱流の数値解析および正弦振動壁を有する 2 次元キャビティ内流れのカオスの解析も実施した。これらに関する研究成果は〔雑誌論文〕(1)の Journal of Computational Physics 誌、(2)および(3)の日本機械学会論文集で公表、また〔学会発表〕(1)、(2)、(5)、(6)、および(11)として、数値流体力学シンポジウム、日本機械学会東海支部総会講演会、および日本流体力学学会中部支部講演会で口頭発表を行っている。

さらに、気液混相流の数値計算に対しても新形式の移流項の拡張を試みた。運動方程式の離散化については、基本的には式[3]と同様の自乗量保存形の移流項が適用できる。これに加え、気液混相流では液体率  $F$  の輸送方式等が扱われる。本研究課題では、非圧縮性流体を考える。このとき、液体率  $F$  の輸送方

程式と質量保存則は次式で与えられる.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(u_j F)}{\partial x_j} = 0 \quad [8]$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad [9]$$

ここで, 式[8]の  $F$  の輸送方程式については, 式[9]の質量保存則を用いて以下の様書き換えられる.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(u_j F)}{\partial x_j} = aF \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad [10]$$

式[10]の右辺は式[9]が成立すれば 0 となるが, 流れの数値計算では式[9]が誤差を持つことがしばしば生じ, これが数値安定性に大きな影響を及ぼす. 式[10]中の  $a$  については,  $a=0$  で発散型(保存形),  $a=1$  で勾配型(非保存形)を与え, 経験的に  $a=1$  の方が安定な事が知られているが, 実は  $a=1/2$  が自乗量保存形を与え, これが最も安定な数値計算結果を与える. 以上のように気液混相流の数値計算コードを構成し, 検証計算として液柱崩壊問題および角柱周りの気液混相流の数値計算を実施し, 開発された計算手法の有効性を確認した. これらに関連する研究成果は, [学会発表] (4)および(7)として数値流体力学シンポジウムで口頭発表を行っている.

以上の他に, 構成された計算コードを用いた関連研究として, [学会発表] (3)と(7)では, LES の SGS モデルの検証および旋回乱流の数値解析が実施されている.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- (1) Morinishi, Y., Koga, K., Skew-symmetric convection form and secondary conservative finite difference methods for moving grids, Journal of Computational Physics, (2013), (Accepted), doi:10.1016/j.jcp.2013.01.040.

- (2) 森西洋平, 夏野匡哲, 劉治翔, 玉野真司, 振動格子乱流の渦構造に及ぼす回転効果の数値解析, 日本機械学会論文集B編, (2013), (掲載決定).
- (3) 森西洋平, 沼田将成, 小林直樹, 古賀和樹, 移動格子に対する自乗量保存形差分スキーム, 日本機械学会論文集B編, 78巻785号 (2012.01), pp.1-16.
- (4) 森西洋平, 八巻真人, 小幡鷹政, 武市康太, コンパクト差分による非圧縮性流れの数値計算手法とLES, 日本機械学会論文集B編, 77巻781号 (2011.09), pp.1731-1746.
- (5) 森西洋平, 小林直樹, 古賀和樹, 自乗量保存形差分と衝撃波捕獲法の混合スキーム, 日本機械学会論文集B編, 77巻781号 (2011.09), pp.1715-1730.

[学会発表] (計 12 件)

- (1) 古賀和樹, 玉野真司, 森西洋平, スパン方向に進行波状壁を有するチャンネル乱流の LES, 日本機械学会東海支部第 62 期総会講演会(津, 2013.3.18-19), 講演論文集 No.133-1, pp.103-104.
- (2) 水草遼, 古賀和樹, 玉野真司, 森西洋平, 正弦振動壁を有する 2 次元キャビティ内流れのカオスの混合に関する数値計算, 日本機械学会東海支部第 62 期総会講演会 (津, 2013.3.18-19), 講演論文集 No.133-1, pp.101-102.
- (3) 古賀和樹, 玉野真司, 森西洋平, ベクトル・レベルの恒等式を用いたグローバル係数ダイナミック SGS モデル, 第 26 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(東京, 2012.12.18-20), 講演 C08-1 (USB 版).
- (4) 武田謙太郎, 玉野真司, 森西洋平, 角柱周りにおける非ニュートン気液混相流の数値計算, 第 26 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(東京, 2012.12.18-20), 講演 A04-5 (USB 版).
- (5) 劉治翔, 高橋駿介, 玉野真司, 森西洋平, 回転系振動格子乱流の DNS によるストローク効果の検討, 第 10 回日本流体力学会中部支部講演会(篠ノ井(長野), 2012.11.9-10), p12.

森西 洋平 (MORINISHI YOHEI)  
名古屋工業大学・工学研究科・教授  
研究者番号：40222351

- (6) 古賀和樹, 玉野真司, 森西洋平, 移動格子に対する自乗量保存形差分スキームを用いた振動翼周り流れの LES, 日本流体力学会年会 2012, (高知, 2012.9.16-18), USB 版講演論文集(6 頁).
- (7) 山本恭平, 武田謙太郎, 玉野真司, 森西洋平, 自乗量保存形差分スキームを用いた気液混相流の数値解析, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.21), 講演 A11-4 (USB 版).
- (8) 武市康太, 棚橋亮介, 玉野真司, 森西洋平, 混合型移流項とコンパクト差分を用いた流体音の数値解析, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.20), 講演 A07-4 (USB 版).
- (9) 森西洋平, 非圧縮性 CFD に対する wigglesensor について, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.19), 講演 C02-5 (USB 版).
- (10) 山田晋裕, 玉野真司, 森西洋平, 直円管内旋回乱流の数値解析, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.19), 講演 B02-3 (USB 版).
- (11) 夏野匡哲, 劉治翔, 玉野真司, 森西洋平, 回転系振動格子乱流の流れ場解析, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.19), 講演 B02-2 (USB 版).
- (12) 古賀和樹, 玉野真司, 森西洋平, 移動格子に対する自乗量保存形差分と衝撃波捕獲法の混合スキーム, 第 25 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集(阪大, 2011.12.19), 講演 C01-5 (USB 版).

[その他]

ホームページ等

<http://morinishi.mech.nitech.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者