

科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成25年5月16日現在

機関番号：14302

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2012

課題番号：23700955

研究課題名(和文) 小中連携を意識した科学技術史をベースとする数学的活動の教材開発に関する実践的研究

研究課題名(英文) A practical study on development of teaching materials of mathematical activities about history of science and technology for cooperation between elementary and junior high schools

研究代表者

渡邊 伸樹 (WATANABE Nobuki)

京都教育大学・教育学部・教授

研究者番号：10362584

研究成果の概要(和文)：本研究では、科学技術史(数学の文化史)に着目し、小学校高学年と中学校1・2年のそれぞれの“数学的活動”の具体的な教育内容・教材(日時計の数学、絵面の数学、地図の数学)とそのカリキュラムを開発し、実際に教育実践などを行うことからその妥当性を検証した。その結果、一定の成果が認められ、開発した教育内容・教材・カリキュラムに妥当性があることが示唆された。

研究成果の概要(英文)：In this paper, we focused development of teaching materials and the curriculum of mathematical activities about history of science and technology for 5th, 6th, 7th and 8th graders. The contents are Mathematics of Sundial, Picture of Mathematics and Map of Mathematics. And we verified the validity through our actually practices. As the result, it was cleared that the contents was validity.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	1,600,000	480,000	2,080,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育/教育工学・科学教育

キーワード：科学と社会・文化、科学技術史、小中連携、数学的活動

1. 研究開始当初の背景

現在、算数から数学に進む段階、すなわち小学校から中学校へ進む段階で、多くの子どもが学習につまずくという実態、いわゆる「中一ギャップ」から、「小中連携」教育の必要性が叫ばれ、実際に多くの学校で実践され始めている。しかし、小中の教員交換や、授業形態の工夫、教育内容の移動といった、形式的な連携が多く、試行錯誤が続いているのが現状である。ここ数年「小中連携」の観点で校内研修の講演に行くことが数多いことから、この研究について現場の要請が強いことがわかる。文部科学省が、小中連携校や一貫校を指定し研究を推進し、安彦忠彦等が「小中一貫・連携教育」に関する論文を発表

するように、多くの研究が日々積極的進めていることから、全国的な大きな課題の一つということが伺える。

また、数学教育の課題に目を向けると、PISAやTIMSSの国際的な学力調査の結果から、“日常や社会に対応した学力”の獲得が要請されるようになった。この課題をクリアするために、“日常的な内容”を行うことと、“数学的活動”を行うことの必要性が様々な場面で指摘され、雑誌「数学教育」(明治図書)や新算数教育研究会編「新しい算数研究」(東洋館出版)、数学教育協議会編「数学教室」(国土社)でも多数の実践が紹介されたり、金本良通編『学習指導要領の解説と展開』(教育出版)が出版されたり、佐伯昭彦や池田敏和、柳本

哲らをはじめ多くの研究者が「数学的モデリング」の学校数学への導入を推進していたりと、その研究・実践の重要性が社会的要請ともいえる現況が分かる。ただし、“数学的活動”や“数学的モデリング”は教育内容ではないため、それらが実践できる数学の教育内容の開発が必要となる。現在この点については、トピック的な物が多く、系統的、すなわち小中連携までも意識した研究や実践がほとんど無いのが現状である。

この日常や社会へ活かすような教育内容の開発の観点については、例えば吉田敦が「生活と科学を結ぶ教育の意味」というように、「科学」という Keyword が挙げられる。この点で、特に科学技術史(科学史、数学の文化史を含む)に着目する重要性について、例えば、福井智紀・鶴岡義彦が「理科教育における科学史の活用について」で科学史の理科教育における必要性を述べ、横地清や黒田恭史等が「数学の文化史」の数学教育への導入を盛んに提案しているように、その研究は盛んになりつつある。この科学技術史は幾何の内容と密接に関わっているため、「幾何」を中心とすれば、小中連携を意識した教育内容の開発が可能となる。

現在の算数・数学教育は、上述のように複雑な問題点が絡み合っているため、実際に、学校現場へ行くと、「あまりに複雑すぎて何をしたらよいかわからない」という声を多く聞く。その要因は現場教員にとって今までに経験したことが無い視点での研究・実践が必要だからといえる。したがって、小中連携を意識し、日常・社会に役立つ数学的活動を含んだ、学校数学の教育内容・教材の開発及びその実践が、喫緊の課題であると考えられる。

さて、私は現在までに、小学校の現場教員であった経験を活かし、低学年で「大きな数の計算」、高学年で「探偵の数学」等、様々な数学的活動の教育内容・教材を開発し、実践を行ってきた。これらの研究成果を学会誌の論文や国際、国内会議で発表をし、さらに雑誌でも提案し、実際に学校現場の校内研修などで提案も行ってきた(例えば、渡邊伸樹「学校数学(算数)における意義ある数学(算数)的活動の実践に関する研究」、京都教育大学教育実践研究, 2010 等)。また、小中学校で「地球儀の数学」、「時計の数学」、「地図の数学」、「描画の数学」、「模様の数学」など、科学技術史(数学の文化史)をベースとした幾何の教育内容・教材も開発、実践し、国内及び国際会議で随時発表し、数学教育の学会誌はもちろん、数学教育以外の学会誌でも発表を行ってきた(例えば、渡邊伸樹「小学校第5学年における地球儀を活用した学習」、日本地理教育学会「新地理」第48巻第3号, 43-49, 2000, 渡邊伸樹「伊能忠敬の地図に関する数学的解析—伊能図の正確性に関する一考察

—」、日本古地図学会「古地図研究」、No.309,22-26, 2001)。ICME-9(2000年の世界最大の数学教育世界会議)では、「伊能忠敬の地図作製実践」の発表後「あなたのクラスの子ども、日本の子どもは幸せである」等、米国を始め、西欧諸国の研究者からかなりの賛辞を頂き、HPでも論文が掲載された。また ISHME-3(2002年の第3回数学教育及び数学の文化史国際会議)の発表では数学教育の国際的権威の Jerry Becker氏(米国)の目にとまり「アメリカでも実践したい面白い幾何教育内容である」と評価を受けた。また、私は ICME-9 では Discussion Reader, ISHME-3 では分科会の司会に抜擢された。このように、これまでの科学技術史や幾何等にかかわる研究での業績が独創的である点について評価されていると考える。さらには、科学技術史が豊富である中国の科学史の第一人者であり世界的権威であった故李迪氏(内モンゴル師範大学)とは1年に1度研究交流をし、現在では弟子の代欽氏(内モンゴル師範大学)と1年に1度は研究交流を行っている。また、韓国の科学史の第一人者の Lee, Myon U氏(春川教育大学)とはTV会議システムで研究交流ができ、情報も容易に交換ができる環境にある。一部の教育内容については、日本だけではなく、タイの中学生にも現地で指導した経験も持ち合わせている。

さらに、教育内容・教材の開発の中でも、最近では、「代数」「関数」「確率」等の領域に関して、小中連携教育を意識したカリキュラムの作成を行っており、その一部は学会発表を行い、雑誌や校内研修でも盛んに紹介している(渡邊伸樹「児童・生徒に本当に役に立つ算数・数学教育の実践を目指して」、現代教育科学, 明治図書, 2009 等)。

以上のように、現在、数学的活動の系統的な教育内容・教材の開発は喫緊の課題であるものの、複雑な問題点が絡みあい、教員は今までに経験の無い視点で解決する必要があるため、実際に学校現場だけでは打開しにくいのが実情である。しかし、私は、今までの経験からこうした問題を打開する基礎的研究はすでに十分に行っており、早急に現場教員の喫緊かつ重要な要請に応えることができる考えたのが着想に至った経緯である。

2. 研究の目的

現在の学校数学では、子どもが社会を遅く生きるために日常や社会に関わる数学的活動の実践や、子どもの連続的な学習のために小中の実質的な連携教育が望まれている。しかし実際には、これらに関連させた具体的な事例は少なく、現場教員が困惑しているのが事実である。

本研究では、小中の教育内容の連続的な連携

を意識し、そしてその中でも日常や社会に関わる数学的活動の内容として、数学の文化、社会的価値をも理解できる科学技術史（数学の文化史も含む）を関連させた、現在の子どもや現場の教員が必要とする教育内容・教材・カリキュラムの開発を目的とする。

3. 研究の方法

本研究では、先行研究や自らの研究成果をもととし、小学校における科学技術史（数学の文化史）に着目（特に幾何領域に着目）した小学校高学年と中学校1・2年のそれぞれの“数学的活動”の具体的な教育内容・教材を開発する。そして、実際に教育実践を行うことからその妥当性を検証し、改善を行うことから、最終的には小中連携を意識した“数学的活動”の具体的な教育内容・教材・カリキュラムを提示しようとする。

科学技術史の中で「日時計」「地図」「絵画」に焦点をあてて研究を行う。日時計は「日時計の数学」とし小学校では「赤道型日時計の数学」、中学校では「地面水平型日時計の数学」、地図は「地図の数学」とし、小学校では「平面地図」、中学校では「立体地図」、絵画は「絵画の数学」とし、小学校では「見取図の数学」、中学校では「遠近法の数学」として、小中で系統的に理解できる教育内容・教材・カリキュラムの開発を行う。

これらの具体的な教育内容・教材・カリキュラムを、京都府・滋賀県等の小・中学校で実践を行いその妥当性を検証する。

4. 研究成果

本研究は、小中連携を意識した科学技術史をベースとする数学的活動の教材を開発し、系統的なカリキュラムを構築することを目的とする。本稿では、人類のこれまでの科学技術の成果の中で、現在でも広く知られている「絵画」「日時計」「地図」に焦点をあててカリキュラムを開発した。具体的にはそれぞれの単元を「日時計の数学」「絵画の数学」「地図の数学」とし、各段階(小学校高学年/中学校1・2年)校の教材名を「赤道型日時計の数学」「地面水平型日時計の数学」「見取図の数学」「遠近法の数学」「平面地図の数学」「立体地図の数学」として、以下のような「小・中連携を意識した科学技術史をベースとする数学」のカリキュラムを開発した。

単元名 段階	日時計の 数学	絵画の数 学	地図の数 学
小学校高 学年段階 (第5・6 年)	赤道型日 時計の数 学 ・数学的原	見取図の 数学 ・素朴的原 理の理解	平面地図 の数学 ・伊能忠敬 の作製方

	理の理解 と作製	と描画	法の理解 と地図作 製
中学校 1・2年段 階	地面水平 型日時計 の数学 ・数学的原 理(赤道型 日時計の 関係から) の理解と 作製	遠近法の 数学 ・数学的原 理の理解 と描画	立体地図 の数学 ・多変数関 数の理解 とそれを 応用した 立体グラ フ作製

具体的な指導計画と教育内容は次のようである。

(1) 日時計の数学

① 赤道型日時計の数学

1-1) 対象：小学校高学年

1-2) 時間数：20 授業時間(1 授業時間は 45 分)

1-3) 指導計画：第 1 次：リンゴの切断を利用して地球上の位置の表し方を知る（緯度・経度を中心として）・・・3 時間、第 2 次：リンゴを利用して地球上の移動の仕方（距離、方位）、太陽と地球の関係（時差、日の出、日の入りなど）を学ぶ・・・4 時間、第 3 次：地球儀の作製と地球儀を利用した学習・・・8 時間、第 4 次：赤道型日時計の作製・・・4 時間

② 地面水平型日時計の数学

2-1) 対象：中学 1 年生

2-2) 時間：9 授業時間(1 授業時間は 50 分)

2-3) 指導計画：第 1 次：赤道型日時計の原理の理解・・・2 時間、第 2 次：地面水平型日時計の原理の理解・・・3 時間、第 3 次：地面水平型日時計の製作・設置・・・4 時間

(2) 絵画の数学

① 見取図の数学

1-1) 対象：小学校高学年

1-2) 時間：8 授業時間(1 授業時間は 45 分)

1-3) 指導計画：第 1 次：絵画の発展の歴史・・・1 時間、第 2 次：見取図と遠近法の描画の違いの理解・・・3 時間、第 3 次：見取図の素朴的な原理の理解と描画・・・4 時間

② 遠近法の数学

2-1) 対象：中学校 1・2 年

2-2) 時間：6 授業時間(1 授業時間は 50 分)

2-3) 指導計画：第 1 次：遠近法の歴史(科学技術史)・・・1 時間、第 2 次：遠近法の原理実験・・・1 時間、第 3 次：遠近法の原理(証明)・・・2 時間、第 4 次：遠近法の描画作製・・・2 時間

(3) 地図の数学

①平面地図の数学(伊能忠敬の地図)

1-1) 対象：小学校高学年

1-2) 時間：24 授業時間(1 授業時間は 45 分)

1-3) 指導計画：第 1 次 世界・日本地図の種類と原理について知る・・・3 時間，第 2 次 日本における地図の発生から伊能図までの変遷を学ぶ・・・3 時間，第 3 次 地図作製に必要な知識と技術を学ぶ・・・8 時間，第 4 次 実際に地図を作製する・・・10 時間

②立体地図の数学(多変数関数の立体グラフ)

2-1) 対象：中学校 1・2 年

2-2) 時間：6 授業時間(1 授業時間は 50 分)

2-3) 指導計画：第 1 次：立体地図・立体グラフを知る・・・1 時間，第 2 次：多変数関数(2 変数関数)を理解する・・・2 時間，第 3 次：立体グラフの原理を知る・・・1 時間，第 4 次：多変数関数のグラフを作製する・・・2 時間

これらの中で、「見取図の数学」「遠近法の数学」「立体地図の数学」の教育実践を実際に行った(立体地図の数学は途中まで行った)。この一連の実践の結果，多くの生徒は数学的活動を行うことからその数学的な内容を理解し，またその科学的意義を理解することができ，科学技術史をベースとする数学的活動を含んだ教育内容に数学教育的な意義があることが示唆された。また，小中連携を意識してカリキュラムを開発したことより，小中連携のカリキュラムとして一定の妥当性が示唆される。

本研究の成果の価値としては，現在まで，小中連携を意識した科学技術史をベースとするカリキュラムは皆無であったため，本研究によりこの分野の研究が前進したものと考えられ，また学校現場の教員から有効な教育実践であるとの一定の評価を得ることができた点だと考えられる。また，科学技術史をベースとした教育実践の発表は，とくに海外では興味深いものとされ，発表時などにはかなり良い評価を得ることができ，海外にも発信できたことで成果があったと考えられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- (1) 渡邊伸樹，小中連携を意識した科学技術史をベースとする数学的活動の教材開発に関する研究(その 1)，京都教育大学附属教育実践総合センター「教育実践研究紀要」第 13 巻，43-52，2013. 3，査読無
- (2) 渡邊伸樹，日本における算数・数学授業研究の質的向上に向けて，Proceedings of International Conference on

Mathematics Education Between Japan and China, 136-141, 2012. 11, 査読有

- (3) 二澤善紀，渡邊伸樹，高等学校における RTMaC 授業研究による教育実践の試み その 1，Proceedings of International Conference on Mathematics Education Between Japan and China, 26-31, 2012. 11, 査読有
- (4) Watanabe Nobuki，Sundial and Mathematics, The HPM Satellite Meeting of ICME-12, Proceeding Book1, 269-278, 2012. 7, 査読有
- (5) Nobuki WATANABE，“Division of Fractions” in Japanese elementary school, Beitrage zum Mathematikunterricht 2012, FUR DIE GDM HERAUSGEGEBEN VON MATTHIAS LUDWIG UND MICHAEL KLEINE, 917-920, 2012. 3, 査読無
- (6) 渡邊伸樹，学校数学における“数学の文化史”に関する教材開発(その 2)，京都教育大学附属教育実践総合センター「教育実践研究紀要」第 12 巻，43-48，2012.3，査読無

[学会発表] (計 18 件)

- (1) 渡邊伸樹，現職教員の再教育に必要な研修に関する研究，数学教育学会 春季年会 京都大学，『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』，217-219，2013. 3. 23
- (2) 口分田政史，渡邊伸樹，小田翔吾，開猛雄，小中高連携を意識した RTMaC 授業研究による教育実践-小学校における“複合量”について-，数学教育学会 春季年会 京都大学，『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』，183-185，2013. 3. 23
- (3) 開猛雄，渡邊伸樹，口分田政史，小田翔吾，小中高連携を意識した RTMaC 授業研究による教育実践-高等学校における“三角比”について-，数学教育学会 春季年会 京都大学，『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』，180-182，2013. 3. 23
- (4) 渡邊伸樹，小学校・中学校教員に必要な学校数学の視点-子どもの認識の発展と数学の系統-(Organized Session B)，数学教育学会 春季年会 京都大学，『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』，169-171，2013. 3. 22
- (5) 渡邊伸樹，小中連携を意識した科学技術史をベースとする数学的活動のカリキュラム・教材開発について その 1，数学教育学会 春季年会 京都大学，『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』，24-26，2013. 3. 21
- (6) Watanabe Nobuki，RTMaC Lesson Study of Mathematics Education in Japan, Jahrestagung der Gesellschaft fu"r

- Didaktik der
Mathematik (GDM), Westfälischen
Wilhelms-Universität
Münster, Germany, 2013. 3. 6
- (7) 渡邊伸樹, 日本における算数・数学授業
研究の質的向上に向けて, International
Conference on Mathematics Education
Between Japan and China, Bukkyo Univ.,
2012. 11. 18
- (8) 二澤善紀, 渡邊伸樹, 高等学校における
RTMaC 授業研究による教育実践の試み その
1, International Conference on
Mathematics Education Between Japan
and China, Bukkyo Univ., 2012. 11. 17
- (9) 口分田政史, 渡邊伸樹, 小学校における
RTMaC による教育実践-その 1-, 数学教育
学会 秋季例会 九州大学, 『数学教育学会
数学教育学会誌 臨時増刊』,
136-138, 2012. 9. 20
- (10) 渡邊伸樹, 学校現場における「認識調査」
の重要性, 数学教育学会 秋季例会 九州大
学, 『数学教育学会 数学教育学会誌 臨
時増刊』, 76-78, 2012. 9. 19
- (11) 渡邊伸樹, 教員養成を目的とする大学・
学部における数学教育の現状と問題点を
抉り出す-国立大学法人教員養成大学の
実際-(シンポジウム), 数学教育学会 秋
季例会 九州大学, 『数学教育学会 数
学教育学会誌 臨時増刊』,
10-12, 2012. 9. 18
- (12) Watanabe Nobuki, Sundial and
Mathematics ,
HPM2012, DCC, Daejeon, Korea, 2012. 7. 16
- (13) Watanabe Nobuki, Making a Cognition
Test in Lesson Study , DG7_ICME12,
COEX, Seoul, Korea, 2012. 7. 10 (Panelist)
- (14) Watanabe Nobuki, Native Conception of
Measurement for Elementary School
Students in Japan , ICME12,
COEX, Seoul, Korea, 2012. 7. 13 (Poster)
- (15) 渡邊伸樹, 小学生の空間認識の変容につ
いて その1, 数学教育学会 春季年会 東
京理科大学, 『数学教育学会 数学教育
学会誌 臨時増刊』, 79-81, 2012. 3. 28
- (16) Watanabe Nobuki, "Division of
Fractions" in Japanese elementary
school, Jahrestagung der Gesellschaft
für Didaktik der
Mathematik (GDM), Pädagogische
Hochschule
Weingarten, Germany, 2012. 3. 7
- (17) 渡邊伸樹, 教員養成系大学における小中
連携を意識した算数・数学教育ができる
教員の養成について, 数学教育学会 秋季
例会 信州大学, 『数学教育学会 数学
教育学会誌 臨時増刊』,
172-174, 2011. 9. 30

- (18) 渡邊伸樹, 小学校高学年における
AbCD-math の実践にむけて, 数学教育学会
秋季例会 信州大学, 『数学教育学会 数
学教育学会誌 臨時増刊』,
53-55, 2011. 9. 29

6. 研究組織

(1) 研究代表者

渡邊 伸樹 (WATANABE Nobuki)
京都教育大学・教育学部・教授
研究者番号：10362584

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：