

平成 27 年 6 月 4 日現在

機関番号：32641

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23710176

研究課題名(和文)ファクターモデルを用いた下方リスク制御のための罰則付き最適化アプローチ

研究課題名(英文)Penalized Optimization Approaches to Control Lower-partial Risk Using Factor Model

研究代表者

後藤 順哉(Gotoh, Jun-ya)

中央大学・理工学部・准教授

研究者番号：40334031

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では資産配分の問題として知られるポートフォリオ最適化問題の中でも、CVaRと呼ばれるリスク指標やそれを一般化したものを最小化する問題を取り上げた。通常、過去に実現したデータに対する最適化を行うことになるが、そのようなアプローチが将来のデータに最適であることは保証できない。本研究課題では将来データに対する性能向上を企図し、正則化を採用したいくつかのアプローチに対し、有効性を検証した。

研究成果の概要(英文)：In this project, we consider a portfolio selection problems which minimizes the conditional value-at-risk or its generalized versions. It is known that solutions obtained so as to optimize over historical data do not necessarily optimal to future realization. In order to improve on such an out-of-sample performance, we employed several regularized approaches and examined their effectiveness.

研究分野：オペレーションズ・リサーチ

キーワード：ポートフォリオ選択 CVaR コヒレントリスク尺度 正則化

1. 研究開始当初の背景

(1) その起源を Markowitz (1952) の平均・分散モデルに遡るポートフォリオ最適化問題は、複数の投資対象資産の収益率分布を所与とし、適当な最適化基準に基づき各資産への投資配分比率 (ポートフォリオ) を決定する問題である。平均・分散モデルでは、収益率分布の平均値と共分散が得られれば、2 次計画問題を解くことで最適ポートフォリオが得られる。しかし、経験分布より平均値、共分散を求めた場合、その推定誤差が無視しえないほど大きいことが知られている。そのような推定誤差に対する影響を予め織り込んで最適化を行う方法論としてロバスト最適化があり、1 つの潮流を成している。

(2) 資産運用実務においては、通常、経験分布のみに依存した直接的な推定ではなく、収益率を市場インデックスなど、他の変数で説明したファクターモデルによって収益率分布を推定する。

(3) また、平均・分散以外のリスク尺度の認知度も増している。中でも、コヒレントなリスク尺度 (Artzner et al., 1999) である条件付きバリュー・アット・リスク (CVaR) は、下方リスクを捉えるのに適し、かつ、効率的求解がし易いという好ましい性質を持つことから認知度を高めてきた。その一方で CVaR は収益率分布の片側裾部分のみを評価したものであるため、推定誤差の影響は分散以上に大きいと考えられる。

(4) 一方で、CVaR 最小化ポートフォリオに対しファクターモデルを適用した既存研究としては、Konno, Waki, Yuuki (2002) があるのみであったが、その主眼は解くべき最適化問題を縮小するためであり、得られたポートフォリオの事後パフォーマンスの検証はなされていなかった。

(5) 代表者は過年度の研究課題で、経験的 CVaR の最小化にノルム制約を加えたアプローチについて検討を行い、それがロバスト最適化や機械学習の方法論と一定の関わりをもつことを指摘した。

2. 研究の目的

本研究課題では、Konno らの CVaR 最小化に対するファクターモデルに対するロバスト最適化モデルの構築をベースに、過年度に得られたノルム制約付き CVaR 最小化の研究成果と融合することで、推定誤差を軽減する方法を提案することを当初の目的とした。具体的には、当初以下のようなモデル(a)~(c)の構築と有効性検証を計画した。

- (1) ファクターモデルから誘導される正則化項を用いた CVaR 最小化モデル
- (2) ノルム制約を発展させ、決定係数など予測性能に直結した正則化項付き CVaR

最小化モデル

(3) 非標準的なファクターモデルの導入による発展的 CVaR 最小化モデル

通常、ファクターモデルの推定は最小二乗法 (OLS) に基づくが、その残差分散行列からロバスト最適化に必要な不確実性集合を構築し、適当なチューニングを施すことで、推定誤差に対する耐性を獲得することを目指したのが(1)のモデルである。

(2) は(1)の不確実性集合を記述するノルムを発展的に利用することを企図し、直接ファクターモデルへのフィッティングを高める正則化項を導入するモデルであり、求解は非凸最適化問題となることが予期された。

(3) はモデル推定の際、OLS を超えて、分位点回帰のように、より下方リスクとの親和性が高い推定法を取り入れた手法や、ロバスト回帰などと組み合わせることで、事後パフォーマンスの向上を目指すモデルである。

それぞれのモデルについて実データを用いた実証研究を行い、標準的モデルからの改善が当初の目論見としてあった。

3年に亘る当該プロジェクトの結果、(1)は CVaR だけにとどまらず、任意のコヒレント・リスク尺度に適用できる枠組みを示した。そのため、(2) (3)については方向を修正し、コヒレント・リスク尺度を機械学習の方法と結び付ける方向、正則化そのものを CVaR と結び付ける方向へと多角的に拡張し、分析を進めた。なお、(2)のアルゴリズムに関する検討については、欄5の文献として発表した。

3. 研究の方法

本研究課題は大きく、(1)モデリング(定式化)及び理論的分析と(2)計算・実証分析の2つからなる。

(1)モデリングと理論分析、特に、ロバスト最適化モデリングや機械学習手法の1つであるサポートベクターマシン(SVM)に対する汎化理論については、武田朗子准教授(東京大学)と共同で議論を行いまとめた。

(2)計算・実証分析については、提案アルゴリズムを計算機上で実装し、数理計画ソルバーを利用して求解を行った。必要に応じ、共同研究者に実装と数値計算の実行を依頼することで分業を図った。

4. 研究成果

研究成果は大きく以下の3つのトピックにまとめられる。

(1)ファクターモデルを用いたコヒレント・リスク尺度最小化ポートフォリオのロバスト化

(2)コヒレント・リスク尺度を用いた SVM

(3)リスク尺度および正則化の発展的な応用

これらについて、以下、やや詳しく記す。

(1) 本課題の初めの取り組みとして、まず Konno, Waki, Yuuki (2002) のファクターモデルを用いた CVaR 最小化の見直しを行った。具体的には、Konno らの定式化がファクターモデル推定の残差項を無視しているために、通常の経験的 CVaR よりも小さい CVaR の推定値を最小化している点を指摘した。そこで、CVaR を保守的に評価する立場から、ロバスト最適化に基づく定式化を示した。

そのロバスト最適化は目的関数自体に最大化問題を含む形で定式化されるが、単純な正則化付き経験的 CVaR 最小化として表されることを示した。

加えて、その一連の展開が、コヒレント・リスク尺度として知られる、CVaR を含むリスク尺度のクラスに対しても適用可能であることを示した。

図 1 は事後の CVaR について、提案モデル (“Robust CVaR ...”), Konno らのモデル (“Factor CVaR”), 経験的 CVaR 最小化モデル (“Nominal CVaR”) と他 2 つのベンチマークで比較したものである。(注: Gotoh, Shinozaki, Takeda (2013) の Figure 2 (b) のオリジナル版である。なお、図の横軸は対象資産数、縦軸は事後的 CVaR である。)

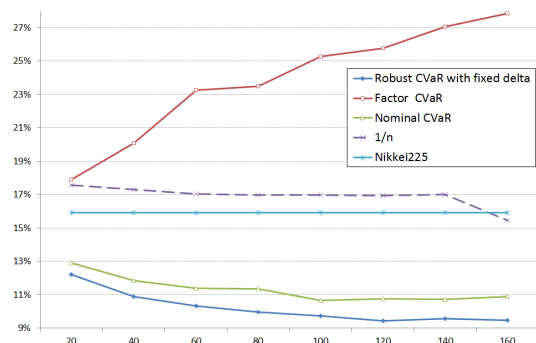


図 1: 事後的な CVaR の比較

図から、

- ・ Konno らのモデルは事後的に CVaR を改善できていない、
- ・ その他 2 つの CVaR 最小化モデルについてはベンチマークと比べて、事後的にも CVaR を減少できていない、
- ・ 提案した Robust モデルについては、経験的 CVaR モデルよりもさらに安定的に低い事後的 CVaR を達成できている

ことがわかる。

(2) (1) がポートフォリオ選択の枠組みにおけるリスク尺度を対象としたオーソドックスなものであったのに対し、(2) はリスク尺度をポートフォリオ選択とは一見離れた対象に適用していく試みである。

具体的には、コヒレント・リスク尺度を経験分布に適用することで経験的リスクを定義し、同時に正則化を採用することで、いわゆるマージン最大化に基づく SVM の一般化を行った。ここで考えたのは二値、もしくは、多値判別分析であり、債券格付け判別などで

用いることから、リスク尺度と関連付ける意義があると考えたことが、拡張の動機である。

正則化についても、ユークリッド・ノルムに拘らず、一般のノルムを指向した。特に、対象として社債格付けの判別モデルに適用する場面を想定し、格付けに対する説明変数の単調性 (or 係数の符号条件) に関する先験的な知識 (専門家の知識) を取り入れ、かつ、 l_1 ノルムを適用することで、線形計画問題に帰着させた。このことは次の 2 つの点からメリットがあった。

マージン最大化の定式化をそのまま拡張する際に現れる非凸性を回避できた。

通常用いられるロジスティック回帰と古典的な変数選択法の組合せに基づく推定よりも、効率的に、かつ、疎なモデル推定が達成できた。

以下 (b) について、少し詳しく述べる。表 1 は社債格付けを 2 分割し、そのクラス (1 または 2) を当てられるかどうかについて、AIC に基づく変数選択を施したロジット・モデル (Logit) と、CVaR と平均・絶対偏差 (MASD) という 2 つのリスク尺度を用いた提案手法の事前の精度 (表左) と事後の精度 (表右) を比較したものである。なお、表中「一樣」「加重」は異なる参照確率の与え方を示している。

表 1: 事前と事後の精度 (正答率 [%])

	事前の精度 (2011年度データ)					事後の精度 (2012年度データ)				
	Logit	CVaR		MASD		Logit	CVaR		MASD	
		一樣	加重	一樣	加重		一樣	加重	一樣	加重
All	90.4	84.4	84.7	85.2	83.7	47.3	84.2	79.9	84.7	82.7
1	83.3	67.5	87.5	70.8	85.0	29.8	67.7	77.4	70.2	83.9
2	93.3	91.6	83.5	91.2	83.2	55.4	91.8	81.0	91.4	82.2

これより、

(a) Logit は事前の判別精度が高い一方、事後の精度が劣化しており、過学習を起こしている一方、

(b) 提案手法では (採用するリスク尺度や参照確率などのパラメータにより結果が若干異なるものの) いずれもほぼ同じような水準で高い事後精度を達成している

ことがわかる。実際、

(i) 推定された判別平面のモデルを見ると、AIC に基づく変数選択を行った Logit では、除外される変数の個数も少なく、51 個中 30 個が説明変数として採用された他、そのうち 16 個については期待される係数の符号条件を満たさなかった。

(ii) 一方で、提案手法については選択された変数が 51 個中 2~7 個と、かなり疎な推定が行われている。このようなやや大胆な変数選択が高い事後パフォーマンスに繋がったことがうかがえる。

(3) 3 つ目の展開は、正則化やリスク尺度について非標準的な組合せに基づく、派生的なものである。

たとえば、高野祐一講師 (専修大学) との共同研究 (欄 5 の文献,) では、多期間のポートフォリオ選択問題に対し、カーネル関数を取り入れ、さらに CVaR 最小化を目的と

する定式化について扱った。これは、正則化を入れることで過学習を抑えつつ、カーネル関数を利用してより良いポートフォリオをノンパラメトリックに学習する枠組みに対する取り組みであった。

武田准教授(東京大学)らとの共同研究(欄5の)では、市場インデックスを追従するポートフォリオを求める問題において、投資資産数を制限しポートフォリオの疎性を追究し取引コストを下げることを企図しつつ、同時に追従のエラーを事後的に増やさないようなことができるかどうかについて、検討した。

また、3年目に得た在外研究の折には、Uryasev 教授(フロリダ大学)との共同研究(欄5の)として、リスク尺度に関連付けられるノルムについて基礎的な研究を行った。このノルムについては、正則化項として用いることが可能となることが期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計11件)

Jun-ya Gotoh, Stan Uryasev. Two Pairs of Families of Polyhedral Norms Versus l_p -Norms: Proximity and Applications in Optimization. Mathematical Programming. 査読有. Online First 2015年. 掲載決定(印刷中) DOI: 10.1007/s10107-015-0899-9

武政孝師, 後藤順哉, ECサイトにおける顧客の閲覧履歴を利用した商品ランキング生成法. オペレーションズ・リサーチ - 経営の科学 -, 59巻 465-471頁. 査読有. 2014年.

Jun-ya Gotoh, Katsuki Fujisawa. Convex Optimization Approaches to Maximally Predictable Portfolio Selection. Optimization. 63巻 11号 1713-1735頁. 査読有. 2014年.
DOI:10.1080/02331934.2012.741237

Yuichi Takano, Jun-ya Gotoh. Multi-period portfolio selection using kernel-based control policy with dimensionality reduction. Expert Systems with Applications. 41巻 8号 3901-3914頁. 査読有. 2014年.
DOI: 10.1016/j.eswa.2013.11.04

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda, Rei Yamamoto. Interaction between Financial Risk Measures and Machine Learning Methods. Computational Management Science. 11巻 4号 365-402頁. 査読有. 2014年.
DOI 10.1007/s10287-013-0175-5

Akiko Takeda, Mahesan Niranjan, Jun-ya

Gotoh, Yoshinobu Kawahara. Simultaneous pursuit of out-of-sample performance and sparsity in index tracking portfolios. Computational Management Science. 10巻 1号 21-49頁. 査読有. 2013年.
DOI 10.1007/s10287-012-0158-y

Jun-ya Gotoh, Keita Shinozaki, Akiko Takeda. Robust Portfolio Techniques for Mitigating the Fragility of CVaR Minimization and Generalization to Coherent Risk Measures. Quantitative Finance 13巻 10号 1621-1635頁. 査読有. 2013年.
DOI: 10.1080/14697688.2012.738930

Yuichi Takano, Jun-ya Gotoh. A Nonlinear Control Policy Using Kernel Method for Dynamic Asset Allocation. Journal of the Operations Research of Japan, 54号 4巻 201-218頁. 査読有. 2011年.

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda. Minimizing Loss Probability Bounds for Portfolio Selection. European Journal of Operational Research. 217巻 2号 371-380頁. 査読有. 2012年.
DOI: 10.1016/j.ejor.2011.09.012

Jun-ya Gotoh, Yoshitsugu Yamamoto, Weifeng Yao. Bounding Contingent Claim Prices via Hedging Strategy with Coherent Risk Measure, Journal of Optimization Theory and Applications, 151巻 3号 613-632頁. 査読有. 2011年.
DOI: 10.1007/s10957-011-9899-y

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda. On the Role of Norm Constraints in Portfolio Selection, Computational Management Science, 8巻 4号 323-353頁. 査読有. 2011年.
DOI: 10.1007/s10287-011-0130-2

[学会発表](計20件)

後藤順哉, Stan Uryasev. 凸リスク関数と任意のノルムを用いたSVMの定式化. 2015年日本オペレーションズ・リサーチ学会 春季研究発表会. 2015年3月26-27日. 東京理科大学(東京都・新宿区).

Jun-ya Gotoh, Stan Uryasev. Support Vector Machines Based on Convex Risk Functionals and General Norms. INFORMS Annual Meeting 2014. 2014年11月9-12日. San Francisco, CA (USA).

Jun-ya Gotoh, Stan Uryasev. Support Vector Machines Based on Convex Risk Functionals and General Norms. The First Pacific Optimization Conference. 2014年

10月31日 11月2日. Wuxi (China).

後藤順哉, Stan Uryasev. 2組の多面体ノルムと l_p ノルム: 近さの評価と最適化への応用. 2014年日本オペレーションズ・リサーチ学会 秋季研究発表会. 2014年8月. 北海道科学大学(北海道・札幌市).

Jun-ya Gotoh, Stan Uryasev. Support Vector Machines Based on Convex Risk Functionals and General Norms. SIAM Conference on Optimization. 2014年5月19-22日. San Diego, CA (USA)

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda, Rei Yamamoto. Interaction between Financial Risk Measures and Machine Learning Methods. INFORMS Annual Meeting 2013. 2013年10月6-9日. Minneapolis, MN, (USA).

Jun-ya Gotoh, Stan Uryasev. Approximation of Euclidean Norm by LP-representable Norms and Applications. INFORMS Annual Meeting 2013. 2013年10月6-9日. Minneapolis, MN (USA).

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda, Rei Yamamoto. Financial Risk Minimization-based SVMs and Application to Credit Rating. International Conference on Continuous Optimization (ICCOPT) 2013. 2013年7月27日-8月1日. Caparica (Portugal).

Jun-ya Gotoh, Akiko Takeda, Rei Yamamoto. Coherent Risk Minimization-based SVMs and Application to Credit Rating. EURO-INFORMS Rome. 2013年7月1-4日. Rome (Italy).

後藤順哉, 武田朗子, 山本零. コヒレント・リスク尺度最小化に基づくSVMと格付け判別への適用. 2013年日本オペレーションズ・リサーチ学会 春季研究発表会 46-47頁 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2013年3月. 東京大学(東京都・文京区).

後藤順哉, 武田朗子, 山本零. コヒレント・リスク尺度最小化を用いたサポート・ベクター・マシン. JAFEE(日本金融・証券計量・工学学会)「ファイナンスの意思決定解析」研究部会. 2013年1月. 中央大学(東京都・文京区).

後藤順哉, 武田朗子, 山本零. Interaction between Financial Risk Measures and Machine Learning Methods. 「情報化ネットワーク社会に向けた高度な専門的数理技術ライブラリの研究と開発」シンポジウム. 2012年11月. 東京工業大学(東京都・目黒区).

後藤順哉, 武田朗子, 山本零. 数理最適化モデルとしてのSVMとポートフォリオ選択の関係. 第9回人工知能学会ファイナンスにおける人工知能応用研究会(SIG-FIN)人工知能学会第2回合同研究会, 人工知能学会. 2012年11月. 慶應義塾大学(神奈川県・横浜市).

Jun-ya Gotoh, K.Shinozaki, Akiko Takeda. Robust Portfolio Techniques for Coherent Risk Minimization. INFORMS Annual Meeting 2012. 2012年10月14-17日. Phoenix, AZ (USA).

Jun-ya Gotoh, K.Shinozaki, Akiko Takeda. Robust portfolio techniques for coherent risk minimization. 21st International Symposium on Mathematical Programming (ISMP 2012). 2012年8月19-24日. Berlin (Germany).

後藤順哉, 篠崎桂太, 武田朗子. CVaR最小化のためのロバスト最適化モデルとコヒレント尺度への拡張. 日本オペレーションズ・リサーチ学会「最適化の理論と応用」研究部会第1回研究会. 2012年5月. 東京大学(東京都・文京区).

Akiko Takeda, Mehesan Niranjan, Jun-ya Gotoh, Yoshinobu Kawahara. Simultaneous pursuit of out-of-sample performance and sparsity in index tracking portfolios. INFORMS Optimization Society Conference 2012. 2012年2月24-26日. Coral Gables, FL (USA).

後藤順哉, 篠崎桂太. CVaR最小化の脆弱性を軽減するためのロバスト・ポートフォリオ最適化. 2011年度中之島ワークショップ「金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2011」21頁, 2011年12月. 大阪大学金融・保険教育研究センター(大阪府・中ノ島).

Jun-ya Gotoh, Yoshitsugu Yamamoto, Weifeng Yao. Bounding Contingent Claim Prices via Hedging Strategy with Coherent Risk Measures. INFORMS Annual Meeting 2011. 2011年11月13-16日. Charlotte, NC (USA).

後藤順哉, 篠崎桂太. CVaR最小化の脆弱性を軽減するためのロバスト・ポートフォリオ最適化. 日本金融・証券計量・工学学会(JAFEE)2011夏季大会. 2011年10月14日. 慶應義塾大学(東京都・港区).

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
なし

〔その他〕
ホームページ等
<http://www.indsys.chuo-u.ac.jp/~jgoto/>

6．研究組織

(1)研究代表者

後藤 順哉 (GOTOH JUN-YA)
中央大学・理工学部・准教授
研究者番号：40334031

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし