

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 1 日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23740078

研究課題名(和文) マルコフ過程の漸近挙動の解析

研究課題名(英文) Analysis of asymptotic behaviors of Markov processes

研究代表者

塩沢 裕一 (Shiozawa, Yuichi)

岡山大学・自然科学研究科・准教授

研究者番号：60454518

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円、(間接経費) 720,000円

研究成果の概要(和文)：正則ディリクレ形式から生成される飛躍拡散型の対称マルコフ過程に対して、状態空間内にいつまでも留まる(保存的である)ための十分条件を与え、粒子が無限遠方に逃げる程度を示す指標(脱出レートの上限)を調べた。さらに、以上の結果が精密であることを、具体例を通じて確かめた。また、正則ディリクレ形式の Silverstein 拡大が一意的になるための十分条件を、対応する内在的距離の位相的性質で与えた。

研究成果の概要(英文)：Conservativeness criteria and upper estimates of the escape rate are established for symmetric jump-diffusion processes generated by regular Dirichlet forms. Furthermore, these results are proved to be sharp by using concrete examples. It is also proved that the Silverstein extension of a regular Dirichlet form is unique under some topological property of the associated intrinsic metric.

研究分野：確率過程論

科研費の分科・細目：数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：確率論 対称マルコフ過程 ディリクレ形式 保存性 脱出レート Silverstein 拡大

1. 研究開始当初の背景

確率過程とは、与えられた法則に従って空間内をランダムに運動する粒子系のことである。粒子の運動が過去の軌跡とは独立に定まる確率過程のことをマルコフ過程と呼ぶ。マルコフ過程の経路を解析することは、確率過程論の基本的な問題の1つである。対称性を持つ拡散過程（経路が連続なマルコフ過程のクラス）については、熱核の評価や大域的性質に関する精密な結果が知られている。一方で、拡散過程以外の対称マルコフ過程の経路は不連続なので、その解析は一段と難しくなる。それでも、この15年で熱核に関する研究は大幅に進展した。しかし、基本的な大域的性質の1つである保存性について、判定法に関する結果が出始めたのはこの数年のことであった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、正則ディリクレ形式から生成される対称マルコフ過程の経路解析を行うことにある。特にディリクレ形式の解析的情報が、対称マルコフ過程の経路の性質にどのように反映されるのかを明らかにすることに興味がある。

3. 研究の方法

内部消滅を許さない対称マルコフ過程の保存性に関する以下の研究を行うことにした。

(1) 保存性が成立するための十分条件を導出し、精密性を吟味するとともに、興味深い応用例を与えることに取り組んだ。

(2) マルコフ過程が保存的であれば、粒子は無限遠点には有限時間で決して到達できない。そこで、時間に応じてどの程度まで粒子が遠方に移動できるのかを表す脱出レートの評価を与えることに取り組んだ。

(3) 無限遠点の大きさを特徴づける概念の1つとして、ディリクレ形式の Silverstein 拡大が知られている。この拡大の確率論的な

意味より、拡大が一意的であることは、無限遠点が十分に小さいことを示している。従って保存的ならば Silverstein 拡大は一意的であるが、非保存的でも一意的になり得る。Silverstein 拡大の一意的性に関する研究を行い、いつ無限遠点を小さいと思えるのかを調べることにした。

4. 研究成果

(1) 保存性の十分条件の導出

内部消滅を許さない対称マルコフ過程について、保存的となるための十分条件を導出した。この結果は、上村稔大氏（関西大学）との共同研究成果を一般化しており、例えば有界領域内の対称マルコフ過程にも適用可能である。先の共同研究では、関数を用いて飛躍の大きさを区別するという発想に基づいて、保存性の十分条件を導出した。さらに本研究では、ディリクレ形式に付随する長さ関数を導入した。本成果をまとめた論文は専門誌に掲載予定である。

(2) 脱出レートの上限

[Xueping Huang 氏との共同研究]

Xueping Huang 氏（Bielefeld 大学、現東北大学）を招へいし、重み付きグラフ上のマルコフ連鎖の脱出レートに関する共同研究を行った。その成果として、脱出レートの上限を、グラフに適合した距離に関する体積増大度によって与えることができた。この結果は、対称拡散過程の脱出レートに関する先行結果をマルコフ連鎖に対して拡張している。特に体積が指数増大する場合は、Huang 氏による先行結果を精密化している。本研究では、マルコフ過程の時間変更を用いることで、隣接する2頂点の距離がより小さいグラフ上のマルコフ連鎖の脱出レートの評価に帰着できることが重要な事実であった。本成果をまとめた論文は専門誌から出版された。

対称マルコフ過程の脱出レートの上限を

具体的に与えた。とは異なり、大きな飛躍が起こることを許容している。さらに、飛躍率を表す関数が非有界/退化している場合など、熱核の評価が知られていない場合に対しても脱出レートの上限を与えることができる。

本成果を用いて、生成作用素の係数退化の程度に応じて、粒子の広がり方が遅くなる程度を定量的に調べることができた。

(3) Silverstein 拡大の一意的性

[桑江一洋氏 (熊本大学) との共同研究]

Frank et.al. によって、正則ディリクレ形式の内在的距離を定義する試みが成された。この定義を利用して、Silverstein 拡大が一意的であるための十分条件を与えた。さらに、以前の研究成果を応用して、非保存的だが Silverstein 拡大は一意的に定まる具体例を構成した。本成果をまとめた論文は専門誌に掲載予定である。

(4) 以上で得られた研究成果を国内外の研究集会で発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

Yuichi Shiozawa, Toshihiro Uemura, Explosion of jump-type symmetric Dirichlet forms on \mathbb{R}^d , Journal of Theoretical Probability, 27, 2014, 402 - 432, 査読有

DOI:<http://dx.doi.org/10.1007/s10959-012-0424-5>

Yuichi Shiozawa, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes, Forum Mathematicum に掲載予定, 査読有
DOI:<http://dx.doi.org/10.1515/forum-2012-0043>

Xueping Huang, Yuichi Shiozawa, Upper

escape rate of Markov chains on weighted graphs, Stochastic Processes and their Applications, 124, 2014, 317-347, 査読有

DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.spa.2013.08.004>

Kazuhiro Kuwae, Yuichi Shiozawa, A remark on the uniqueness of Silverstein extensions of symmetric Dirichlet forms, Mathematische Nachrichten に掲載予定, 査読有

[学会発表] (計18件)

塩沢裕一, Escape rate of symmetric jump-diffusion processes, 熊本大学応用解析セミナー, 熊本大学, 2014年2月1日

塩沢裕一, Escape rate of symmetric Markov processes, 確率論シンポジウム, 京都大学, 2013年12月19日

塩沢裕一, Upper escape rate of Markov chains on weighted graphs, 東京確率論セミナー, 東京工業大学, 2013年11月18日

塩沢裕一, Upper escape rate of Markov chains on weighted graphs, 確率解析とその周辺, 京都大学, 2013年9月20日

Yuichi Shiozawa, A remark on the uniqueness of Silverstein extensions of symmetric Dirichlet forms, Workshop on Geometric aspects in probability and analysis, Friedrich Schiller Universität Jena, 2013年9月14日

Yuichi Shiozawa, Upper escape rate of Markov chains on weighted graphs Dirichlet Forms and Applications German-Japanese Meeting on Stochastic Analysis, Universität Leipzig, 2013年9月10日

塩沢裕一, 対称マルコフ過程の大域的性質に関する話題, 確率論早春セミナー,

関西大学, 2013年3月17日
塩沢裕一, 対称マルコフ過程の長時間挙動の解析, 長岡解析確率論セミナー, 長岡工業高等専門学校, 2012年10月26日
Yuichi Shiozawa, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes 6th International Conference on Stochastic Analysis and Its Applications, Conference Center in Bedford, 2012年9月11日
塩沢裕一, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes, 東北確率論セミナー, 東北大学, 2012年7月20日
Yuichi Shiozawa, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes, Nonlocal Operators: Analysis, Probability, Geometry and Applications, ZiF Bielefeld, 2012年7月13日
塩沢裕一, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes, 関西確率論セミナー, 京都大学, 2012年5月18日
上村稔大, 塩沢裕一, Explosion of jump-type symmetric Dirichlet forms on \mathbb{R}^d , 日本数学会 2012年度年会, 東京理科大学, 2012年3月26日
Yuichi Shiozawa, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes Stochastic Analysis and its Applications, 新潟大学ときめいと, 2012年3月16日
塩沢裕一, Conservation property of symmetric jump-diffusion processes, 関西大学確率論セミナー, 関西大学システム理工学部, 2012年2月11日
塩沢裕一, A remark on the uniqueness of Silverstein extensions of symmetric Dirichlet forms, 非正則な拡散過程における諸問題, 奈良女子大学, 2012年1月

29日
塩沢裕一, \mathbb{R}^d 上の対称マルコフ過程の保存性について, 東北確率論セミナー, 東北大学, 2011年12月9日
塩沢裕一, A remark on the uniqueness of Silverstein extensions of symmetric Dirichlet forms, 確率解析とその周辺, 佐賀大学, 2011年11月11日

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等
<http://www.ems.okayama-u.ac.jp/appl/shiozawa/>

6. 研究組織
(1) 研究代表者

塩沢 裕一 (SHIOZAWA YUICHI)
岡山大学・大学院自然科学研究科・准教授
研究者番号: 60454518

(2) 研究分担者 ()

研究者番号:

(3) 連携研究者 ()

研究者番号: