

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 19 日現在

機関番号：12501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23740102

研究課題名(和文)無限次元タイヒミュラー空間論の新展開：モジュライ空間の構成

研究課題名(英文)New development of the theory of infinite dimensional Teichmuller spaces: construction of moduli spaces

研究代表者

藤川 英華 (Fujikawa, Ege)

千葉大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：80433788

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円、(間接経費) 1,020,000円

研究成果の概要(和文)：無限次元タイヒミュラー空間上に作用するタイヒミュラーモジュラー変換の分類理論に関して、無限離散型と発散型に関して考察を行った。またタイヒミュラー空間の商空間である漸近的タイヒミュラー空間に作用する漸近的タイヒミュラーモジュラー変換の考察を行い、位数が有限になるための十分条件を得た。さらに擬等角写像類群の停留的な部分群の漸近的等角類空間上の作用の不連続性について考察した。

研究成果の概要(英文)：On the classification of the Teichmuller modular transformations in infinite dimensional Teichmuller spaces, we investigated properties of transformations of infinite discrete type and those of divergent type. We also observed asymptotic Teichmuller modular transformations acting on asymptotic Teichmuller spaces and obtained a sufficient condition to be of finite order. Furthermore, for a subgroup of the quasiconformal mapping class group that is stationary, we observed discontinuity of the action on the space of asymptotically conformal classes.

研究分野：数学

科研費の分科・細目：基礎解析学

キーワード：複素解析学 リーマン面 擬等角写像 タイヒミュラー空間 写像類群 モジュライ空間 双曲幾何学

1. 研究開始当初の背景

タイヒミュラー空間は曲面に入る複素構造の変形空間であり、数学のあらゆる分野で研究されている重要な対象である。曲面の擬等角写像類群はタイヒミュラーモジュラー変換としてその上に作用し、商空間としてモジュライ空間を与える。コンパクトリーマン面に対する有限次元タイヒミュラー空間上では、タイヒミュラーモジュラー群の作用が不連続であることから、モジュライ空間は正規複素解析空間となる。一方、一般のリーマン面に対する無限次元タイヒミュラー空間においては、その作用の様相は複雑で、特に一般には不連続とは限らない。そこで、タイヒミュラーモジュラー群の部分群でタイヒミュラー空間に不連続に作用するものによりタイヒミュラー空間の商をとれば、その空間に複素構造を導入することができる。これまでの研究では、漸近的自明写像類群と安定写像類群に着目し、タイヒミュラー空間とモジュライ空間の中間に位置する新しいタイヒミュラー空間 (intermediate Teichmüller space および enlarged moduli space) を導入した。これにより、モジュライ空間と漸近的タイヒミュラー空間の関係も見いだすことができた。有界幾何条件を満たすリーマン面に対しては、この新しいタイヒミュラー空間の双正則自己同相写像群も決定している。

2. 研究の目的

リーマン面のモジュライ空間の研究は解析学のみならず、代数学、幾何学などにおいても重要な研究対象である。しかし、無限型のリーマン面に対するモジュライ空間の研究はまだあまりなされていない。複素解析学的には、タイヒミュラー空間とその上に作用するタイヒミュラーモジュラー群の作用の研究に基づいて考察することができるが、無限次元タイヒミュラー空間においては、その作用は非常に複雑である。本研究では、タイヒミュラーモジュラー群の作用の力学系を分析することにより、モジュライ空間の構造を複素解析学的に解明する。

3. 研究の方法

本研究課題は独自のものであるが、研究および問題解決のためには、これまでに展開されているタイヒミュラー空間論の結果を習得し、本研究の議論に組み入れる必要があった。そのために、複素解析学、位相幾何学、群論などの最新の文献をそろえ、新しい技術と理論を学んだ。研究の過程では、まず、国内の関連する研究者と討論を行い、セミナー、勉強会、国内研究集会を通して構想をまとめた。そして研究の成果は主に国際研究集会で公表し、そのさらなる発展をめざした。

4. 研究成果

(1) タイヒミュラーモジュラー変換の分類理論

有限次元タイヒミュラー空間上では、タイヒミュラーモジュラー変換の分類は完全になされている。特に、タイヒミュラーモジュラー変換の解析的 분류と写像類の位相的 분류の間には完全な対応付けがある。しかし、無限次元タイヒミュラー空間上では、タイヒミュラーモジュラー変換の分類理論はまだ完成されていない。実際、様々な特異現象が観察される。そこで本研究ではタイヒミュラーモジュラー変換を発散型、無限離散型、非有界型に分類し、タイヒミュラー空間の点にあたるリーマン面の双曲幾何学的な性質がタイヒミュラーモジュラー群の作用にどのように反映されるかを考察した。タイヒミュラーモジュラー変換が発散型であるとはタイヒミュラーモジュラー変換による軌道がタイヒミュラー空間の無限遠に発散することであり、また無限離散型であるとはタイヒミュラー空間上に集積点を持たないことである。発散型であれば、無限離散型である。また、無限離散型であるならば、非有界型、つまり軌道が有界でないことが分かっている。本研究では、あるリーマン面のタイヒミュラーモジュラー変換で、無限離散型であるが発散型ではないものを具体的に構成した。

(2) 漸近的タイヒミュラー空間上の漸近的タイヒミュラーモジュラー群の作用

タイヒミュラー空間上に作用するタイヒミュラーモジュラー群に対しては、その部分群で軌道が有界であるものはタイヒミュラー空間上に共通固定点をもつことが知られている。これによりタイヒミュラーモジュラー群のニールセン実現問題が解決される。漸近的タイヒミュラー空間に作用する漸近的タイヒミュラーモジュラー群に対してもニールセン実現問題の解答が与えられている。実際、漸近的タイヒミュラーモジュラー群の有限部分群は漸近的タイヒミュラー空間に共通固定点をもつことが分かっている。特に、位数有限の漸近的タイヒミュラーモジュラー変換は漸近的タイヒミュラーモジュラー空間上に固定点を持つ。本研究では漸近的タイヒミュラーモジュラー変換が位数有限になるための十分条件を得た。さらに漸近的タイヒミュラー空間上の漸近的タイヒミュラーモジュラー群の作用による極限集合、不連続領域について調べた。

(3) 停留的な擬等角写像類群の漸近的等角類空間上の作用

タイヒミュラーモジュラー群の力学系理論において、不連続に作用するための(リー

マン面あるいはタイヒミュラーモジュラー群の部分群に対する)条件を得ることは非常に重要である。これまでの研究で、有界幾何を持つリーマン面に対して停留的な擬等角写像類群はタイヒミュラー空間に不連続に作用することはすでに分かっていた。本研究では、有界幾何を持つとは限らない一般のリーマン面に対して、停留的な擬等角写像類群の作用の考察を行い、漸近的等角類空間上(漸近的タイヒミュラー空間の各点のファイバー上)では不連続性が一様に起こることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

Ege Fujikawa, Topological characterization of the asymptotically trivial mapping class group, Handbook of Group Actions, Higher Education Press and International Press, 2014, 査読有

Ege Fujikawa, Coherence of limit points in the fibers over the asymptotic Teichmüller space, Computational Methods and Function Theory, 2014, 査読有

Ege Fujikawa, Periodicity of asymptotic Teichmüller modular transformation, Contemporary Mathematics 590 (2013), 40--50. 査読有

Ege Fujikawa and Katsuhiko Matsuzaki, Non-divergent infinitely discrete Teichmüller modular transformation, Proceedings of the 19th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, pp. 97--102, Tohoku University Press 2013. 査読有

Ege Fujikawa and Katsuhiko Matsuzaki, The Nielsen realization problem for asymptotic Teichmüller modular groups, Transactions of the American Mathematical Society 365 (2013), 3309--3327. 査読有

Ege Fujikawa, Discontinuity of asymptotic Teichmüller modular group, Quasiconformal Mappings, Riemann Surfaces, and Teichmüller Spaces, Contemporary Mathematics 575 (2012), 77--88. 査読有

[学会発表](計7件)

Ege Fujikawa ``Coherence of limit points in the fiber over the asymptotic Teichmüller space", the 21st International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (Nanjing University, China), 2013年6月17日

Ege Fujikawa ``The order of periodic elements of the asymptotic Teichmüller modular group" リーマン面・不連続群論研究集会(大阪大学), 2013年1月12日

藤川英華 「Peripheral quasiconformal automorphism groups and the Nielsen realization problem」複素力学系の新展開(京都大学数理解析研究所)2012年12月12日

Ege Fujikawa ``Fixed point theorems in infinite dimensional Teichmüller spaces", Low-dimensional Geometry and Topology (Tokyo Institute of Technology), 2012年9月13日

Ege Fujikawa ``Periodicity of asymptotic Teichmüller modular transformations", Group Actions and Applications in Geometry, Topology and Analysis (Kunming University of Science and Technology, Yunnan, China), 2012年7月29日

Ege Fujikawa ``Periodicity of asymptotic Teichmüller modular transformations", the 19th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (Aster Plaza, Hiroshima), 2011年12月12日

Ege Fujikawa ``Topological characterization of the asymptotically trivial mapping class group", International Conference on Analysis, In Memory of Professor Sheng Gong (Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, China), 2011年8月17日

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.s.chiba-u.ac.jp/~fujikawa/>

6. 研究組織

- (1) 藤川 英華 (FUJIKAWA EGE)
千葉大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：80433788

- (2) 研究分担者
なし

- (3) 連携研究者
なし