

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 2 日現在

機関番号：13301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23740177

研究課題名(和文)量子色力学の高密度領域へのアプローチ

研究課題名(英文) Approach toward high density region in QCD phase structure

研究代表者

武田 真滋 (Takeda, Shinji)

金沢大学・数物科学系・助教

研究者番号：60577881

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円、(間接経費) 960,000円

研究成果の概要(和文)：万物は物質の基本要素であるクォークから成り立っており、その間に働く力は量子色力学によって定まっている。しかし、この理論を解析的に解くことが難しいため、数値実験によってその性質を解明することが本研究の目的である。具体的には、クォークが多数集まったシステムにおいて温度と密度をパラメーターとして変化させた時に、どのような振る舞いを示すのかを大規模計算機を用いたシミュレーションによって調べ、典型的なパラメーター領域では初期宇宙の状態を再現していることになる。その結果、本研究により臨界点が存在する兆候を捉えることができた。

研究成果の概要(英文)：All materials are made of quark which is one of elemental particles known so far and the interaction between them is described by Quantum Chromo Dynamics. The theory is however difficult to solve by analytic calculation. My purpose here is to reveal some important features of this theory by carrying out numerical simulation. Especially I investigated a system consisted of many quarks by varying temperature and density. This calculation with our typical parameters corresponds to simulate early universe. As a result, I observed a signal which indicates an existence of the critical end point.

研究分野：素粒子理論

科研費の分科・細目：素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：有限温度相転移 QCD 臨界点 相図 相転移 有限密度 4フレーバー

## 1. 研究開始当初の背景

宇宙誕生から約 0.00001 秒後の世界は数兆度という超高温で、クォークは単体で存在し、現在の極低温世界で知られている陽子や中性子などのハドロンは存在しなかったと考えられる。このように温度が下がるにつれて、クォーク・グルオン・プラズマ相からハドロン相への相転移は強い相互作用を司る理論、つまり量子色力学(QCD)により予言されている。この予言を確認するため、現在、アメリカ合衆国ニューヨーク州にあるブルックヘブン国立研究所に於いて相対論的重イオン衝突実験(RHIC)が行われている。その実験の解析には理論的なインプットが必要であり、それを提供できるのがモンテカルロ法を用いた格子QCDによるシミュレーションである。

これまでバリオン数ゼロ、つまり、クォーク化学ポテンシャルがゼロの有限温度シミュレーションが行われ、相転移温度が約 2 兆 K であることが示されるなどの大成功をおさめた。とはいえ、現実の初期宇宙や RHIC で実現される状態は、バリオン数はわずかではあるが有限であると考えられており、非ゼロ化学ポテンシャル領域での格子 QCD 計算が強く望まれる。しかし、化学ポテンシャルの導入はモンテカルロ法が事実用破綻するという「符号問題」を引き起こしてしまう。符号問題とは QCD の分配関数におけるボルツマンウェイトが複素数になってしまい、確率解釈ができなくなることである。そのため現在広く使われている方法は、化学ポテンシャル  $\mu$  と温度  $T$  の比が小さいとして  $\mu/T=0$  の周りで展開し、その展開係数を符号問題のないシミュレーションで評価するというものである。当然のことながら、この方法は収束半径の制約によって、適応範囲は非常に狭く高密度領域を含む相構造を理解するには不十分であるというのが研究開始当初の背景である。

## 2. 研究の目的

上のような状況を踏まえ、私は符号問題を引き起こすクォーク行列式の複素位相因子の振る舞いを理解することを目的として研究を開始した。これによって、以前から使われている位相再重み付け法の限界を示し、また、符号問題を解決するためのヒントがみつかるのではないかと期待からである。

### (1)複素位相因子の揺らぎについて

この計算には、これまで様々な近似が含まれていた。そのため、位相の揺らぎが本来のものか、それとも近似に起因するものなのかを区別することが難しかった。そこで、後者の可能性を完全に排除するために、厳密計算を行うことにした。しかし、その場合、計算コストが大きく現実的な格子サイズで調べることが難しかった。そこで、新しい計算法を開発することも本研究の重要な目的である。

### (2)相構造解析

さらに、本研究で得られた厳密位相因子はそのまま位相再重み付け法での計算に利用することができ、様々な物理量も同時に計算可能となる。これによって、理論の相構造も明らかにすることができる。本研究では、同じ質量と化学ポテンシャルを持つ 4 種類のクォークが存在する仮想的な世界の相構造を調べることも目的の一つとする。

## 3. 研究の方法

上記の目的を達成するためには、まず、格子 QCD シミュレーションによってグルオン配位を生成し、それらを用いてクォーク行列式の複素位相因子を計算しなければならない。グルオン配位の生成には、位相を無視したクォーク行列式をウエイトにもつ分配関数を用いた。クォーク行列式の計算には、新しく開発した縮約法を用いた。クォーク行列が疎行列であることに着目し、縮約法によって大きな次元をもつ疎行列を小さな次元を持つ密行列へと変換し、計算コストを大幅に低減する方法である。特に、温度方向について縮約を行い、結果、計算量は典型的な格子サイズの場合、従来の方法に比べて 1/10 に削減することが可能となった。

この縮約によって行列積や LU 分解が頻繁に現れ、これが計算のボトルネックとなることがわかった。そこで、これらの計算に適している GPGPU アーキテクチャを駆使しボトルネックが緩和され、その結果全計算時間の縮小を達成できた。

実際の計算には、筑波大学計算科学研究センター所有の HA-PACS (GPU 搭載クラスター) と T2K (汎用クラスター) を用いた。同センターでは、毎年「学際共同利用」プログラムによって計算資源の提供を行っており、本研究では H23-25 年度にかけ合算して、T2K では 103,200 ノード時間積、HA-PACS については 609,440 ノード時間積の割当を獲得した。これによって、十分なグルオン配位を生成することができ、統計的に意味のある結果を出すことが可能となった。

## 4. 研究成果

### (1)複素位相因子の揺らぎについて

まず最初に解析的に位相の揺らぎを調べた結果、[雑誌論文] で発表したように、温度方向の格子サイズを大きくするほど位相の揺らぎ小さくなるという結論に達した。つまり、低温の方が符号問題はマイルドになることを意味しており、直感に反する結果であった。ただし、この解析計算はあくまで近似計算であり、また、クォークの質量が非常に重いという前提のものである。

そこで、研究の次のステップとして、その位相の振る舞いを数値シミュレーションで実際に確かめてみることにした。その結果は図 1 に示しており、[雑誌論文] にて発表

した。図の横軸は化学ポテンシャルの大きさ、縦軸は、複素位相因子である。化学ポテンシャルを固定したまま温度方向の格子サイズ  $N_T$  を大きくしていくと、位相因子が1に近いままでゼロから離れていることがわかる。位相因子がゼロに近ければ符号問題が厳しくなるので、解析計算の予言が確かめられた意義は大きい。また、この現象の原因は温度が下がるに従って、クォークが励起されないため符号問題が低減されるという説明がつく。つまり、シルバープレイズ問題が発現していることを意味していると考えられる。

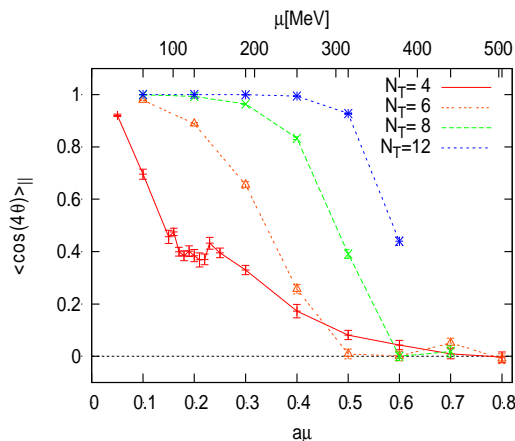


図 1 複素位相因子

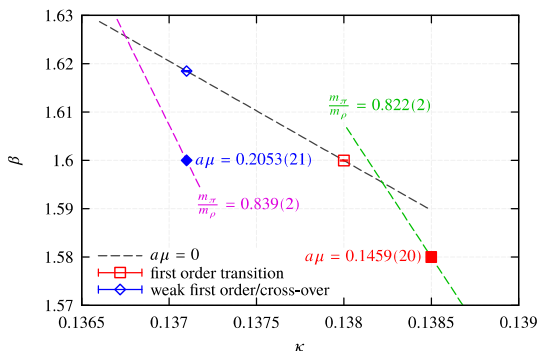


図 2 4 フレーバークォークの相構造。  $\beta$  はクォーク質量の逆数に比例し、  $\kappa$  は温度に比例すると読み替えることができる。

#### (2) 4 フレーバークォークの相構造解析

次に、位相揺らぎの検証のために計算された位相因子を用いて相構造を調べた結果を紹介する。図2はその結果である。  $\beta$  と  $\kappa$  はそれぞれクォーク質量と温度に関連するシミュレーションパラメーターである。黒い点線は化学ポテンシャルがゼロの場合の相転移

線を表している。その線上の赤い  $\times$  の点は強い一次相転移であることが確認された。一方、青いダイヤモンドは弱い一次相転移かクロスオーバーであることが分かった。つまり、右側から左側に行くに従って相転移が弱くなり、この2点の間に二次臨界点がある可能性を示唆している。

化学ポテンシャルを入れた場合については、2つのセットの計算を行った。一つ目は緑の線上の赤い  $\times$  の点であり、ここでもやはり強い一次相転移が観測された。一方、紫の線上の青いダイヤモンドでは、非常に弱い一次相転移かクロスオーバーであることがわかった。つまり、有限密度系においても相転移の大きさが左側に行くに従って弱まることが確認され、この場合もゼロ密度系と同様に二次臨界点の存在を示唆する興味深い結果を与えることができた。今回調べた理論は4フレーバークォークという仮想的なモデルであったが、位相再重み付け法を用いても符号問題をコントロール出来ている場合は相構造解析を行えることを示しており、今後の研究にもつながる。

今後は、現実世界に近い3つのクォークを含んだ理論の相構造を調べることが期待される。

#### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計6件)

X-Y. Jin, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, S. Takeda, A. Ukawa, "Finite size scaling study of  $N_f=4$  finite density QCD on the lattice", Phys.Rev.D88, 094504 (2013) 査読有

DOI: [10.1103/PhysRevD.88.094508](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.094508)

S. Takeda, X-Y. Jin, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, A. Ukawa, "Finite size scaling for 3 and 4-flavor QCD with finite chemical potential", Proceedings of Science (Lattice 2013) 203. 査読無

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/203/LATTICE%202013\\_203.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/203/LATTICE%202013_203.pdf)

X-Y Jin, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, S. Takeda, A. Ukawa, "Zeros of QCD partition function from finite density lattices", Proceedings of Science (LATTICE 2013) 204. 査読無

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/204/LATTICE%202013\\_204.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/204/LATTICE%202013_204.pdf)

S. Takeda, X-Y. Jin, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, A. Ukawa, "Finite size scaling for 4-flavor QCD with finite chemical potential", Proceedings of Science (Lattice 2012) 066. 査読無

[http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/066/Lattice%202012\\_066.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/066/Lattice%202012_066.pdf)

S. Takeda, Y. Kuramashi and A.

Ukawa, "On the phase of quark determinant in lattice QCD with finite chemical potential", Phys.Rev.D85, 096008 (2011)

[DOI:10.1103/PhysRevD.85.096008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.096008)

S. Takeda, Y. Kuramashi and A. Ukawa, "On the phase of quark determinant in lattice QCD with finite chemical potential", Proceedings of Science (Lattice 2011) 217. 査読無  
[http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/217/Lattice%202011\\_217.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/217/Lattice%202011_217.pdf)

[学会発表](計8件)

Shinji Takeda, "Phase structure of finite density QCD", Lattice QCD at finite temperature and density (KEK, Tsukuba, Ibaraki, January 21, 2014).

Shinji Takeda, "Exploring QCD phase diagram by Wilson type fermions", German-Japanese Seminar (Regensburg, Germany, November 6, 2013).

Shinji Takeda, "Exploring finite density QCD with  $N_f=3$  and 4 by Wilson type fermions", The 11th XQCD 2013 (Bern University, Bern, Switzerland, August 5-7, 2013).

Shinji Takeda, "Finite size scaling for 3 and 4-flavor QCD with finite chemical potential", The 31th International Symposium on Lattice Field Theory, Lattice 2013 (Mainz University, Mainz, Germany, July 29-August 3, 2013).

Shinji Takeda, "Finite size scaling for 4-flavor QCD with finite chemical potential", The 30th International Symposium on Lattice Field Theory, Lattice 2012 (Cairns Convention Center, Cairns, Australia, June 24-29, 2012).

Shinji Takeda, "Finite size scaling for 4-flavor QCD with finite chemical potential", New Frontiers in Lattice Gauge Theory (The Galileo Galilei Institute for Theoretical Physics, Florence, Italy, August 28-September 28, 2012).

武田真滋, "Finite size scaling for 4-flavor QCD with finite chemical potential", 日本物理学会 2012 年秋期大会、於京都産業大学

Shinji Takeda, "Complex phase of quark determinant of QCD with finite chemical potential and phase structure of 4-flavor QCD", Tokyo Institute of Technology Theoretical Nuclear Physics group Seminar (Ookayama, Tokyo, September 27, 2012).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

武田 真滋 (TAKEDA, Shinji)

金沢大学・理工研究域・数物科学系・助教

研究者番号: 60577881